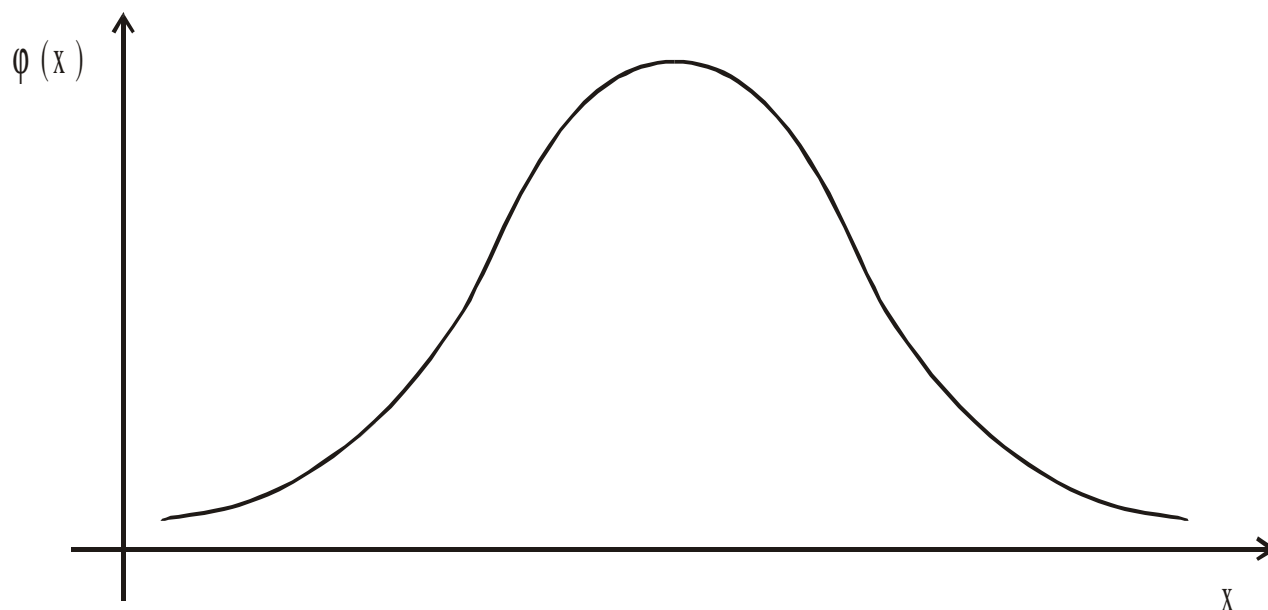


PORAZDELITVE

1. NORMALNA PORAZDELITEV

Normalna porazdelitev je najpomembnejša porazdelitev, ki jo srečujemo v teoriji in praksi statističnih postopkov. To je teoretična porazdelitev. Mnoge empirične porazdelitve, ki jih dobimo z merjenjem pedagoških pojavov, primerjamo z njo. Značilen primer so testni rezultati. Rezultati merjenja znanja s pomočjo testov se porazdeljujejo približno normalno (čim večje je število enot, tem bolj se porazdelitev približuje normalni). Pri proučevanju spremenljivk, katerih porazdelitev je podobna normalni, se bomo lahko opirali na njene zakonitosti. Še večji pomen ima normalna porazdelitev pri vzorčenju.

Grafični prikaz normalne porazdelitve:



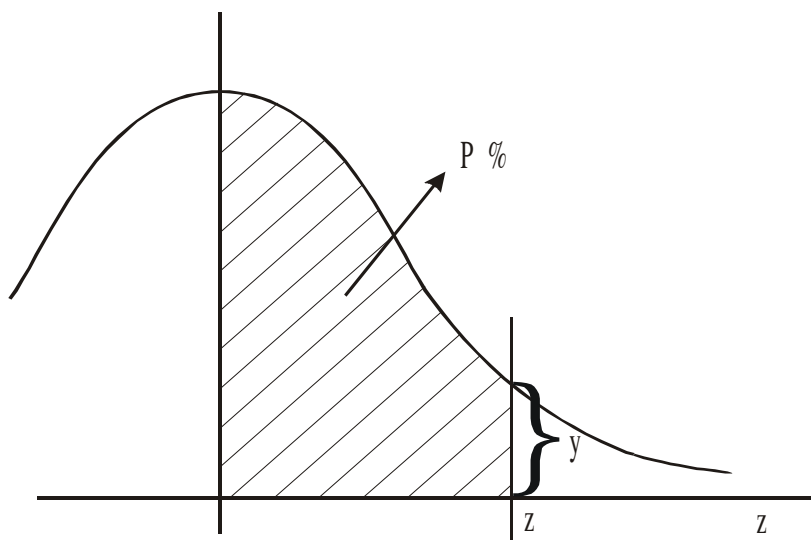
Vidimo, da je krivulja normalne porazdelitve zvonasta, simetrična in se asimptotično približuje osi x . Znana je tudi kot Gaussova krivulja. Iz enačbe se vidi, da je oblika normalne porazdelitve odvisna od aritmetične sredine in od standardnega odklona (variance). Sprememba aritmetične sredine prestavlja krivuljo levo-desno po osi x ; standardni odklon pa spreminja njen razpon

(raztegnjenost). Pri manjši razpršenosti je bolj koničasta, pri večji razpršenosti pa bolj sploščena. Nestalnost njene lege in oblike je nepraktična lastnost. Da bi zakonitosti normalne porazdelitve lahko preprosto uporabljali, jo bomo standardizirali. Enostavno povedano: na os x ne bomo nanašali surovih vrednosti spremenljivke x , temveč izpeljane vrednosti » z « (standardizirane odklone). Dobili bomo le eno samo krivuljo; s standardiziranjem smo odpravili vpliv aritmetične sredine in standardnega odklona (razpršenosti). Imenovali jo bomo standardizirana normalna porazdelitev.

Kakšne lastnosti ima ta porazdelitev? Nekatero so ostale nespremenjene (simetričnost, en vrh, zvonasta oblika, asimptotičnost itd.). Aritmetična sredina te porazdelitve je 0. Namreč, rezultati, ki se od povprečja nič ne odklanjajo, imajo z -vrednost 0 (to je na sredini). To je hkrati aritmetična sredina standardizirane normalne porazdelitve. Vrednosti, ki so manjše od povprečja, imajo negativne z -vrednosti in ležijo na levi strani krivulje. Vrednosti, ki so večje od povprečja, imajo pozitivne z -vrednosti in ležijo na desni strani krivulje. Standardni odklon te porazdelitve je enak 1.

Dobili smo eno samo porazdelitev, ki bo uporabna za vse primere. Hkrati pa smo sprejeli tudi ceno za to poenostavitev: vsakokrat bomo morali preračunavati surove rezultate v z -vrednosti in obratno.

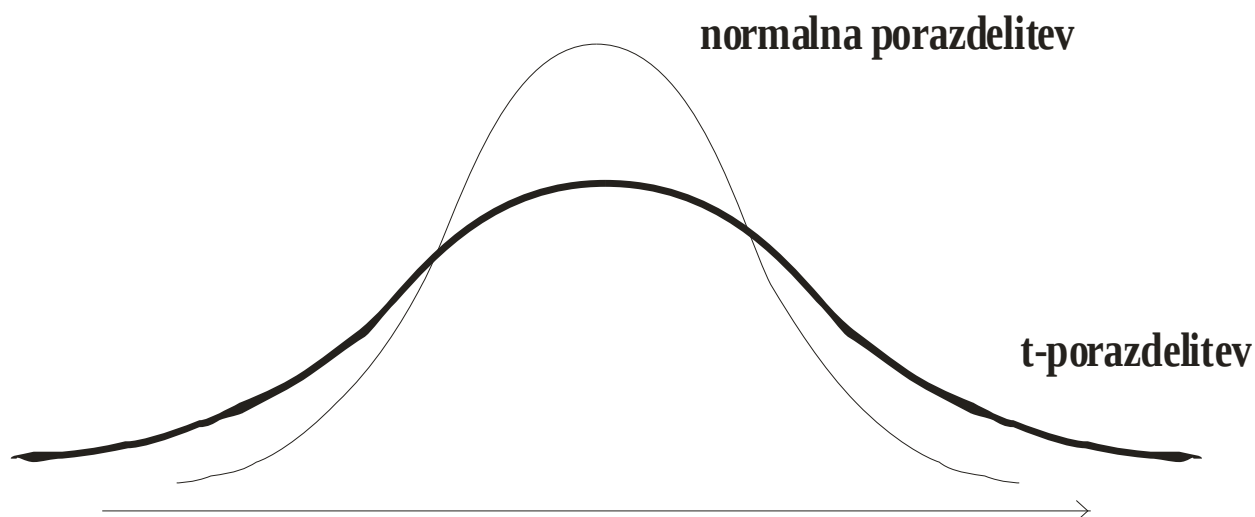
Za vrednosti te porazdelitve lahko sestavimo tabelo, ki bo olajšala uporabo. V tabeli je za vsako vrednost » z « ploščina pod krivuljo » P « (%) in vrednost ordinate » y «. Ker je krivulja simetrična, je v tabeli samo desna polovica. Leva polovica se od desne razlikuje le v tem, da so vrednosti » z « negativne. Vse ostalo je enako.



2. STUDENTOVA ALI »t« PORAZDELITEV

Pojem in značilnosti

Normalna porazdelitev je za statistično teorijo najpomembnejša porazdelitev, ni pa edina. Poleg nje se pogosteje uporabljajo še vsaj tri: Studentova ali »t« porazdelitev, hi-kvadrat porazdelitev in »F« porazdelitev. Mnogi pojavi se ne porazdeljujejo podobno normalni. Zato pride v poštev še uporaba ostalih. Grafični prikaz normalne in t- porazdelitve:



Studentova porazdelitev je zelo podobna normalni: je simetrična, ima en vrh in tudi še kar zvonasto obliko. Glavna razlika je v tem, da nima enotne oblike. Njeno obliko določa število stopinj prostosti, ki ga poznamo že iz hi-kvadrat porazdelitve. Pri manjšem številu stopinj prostosti je t- porazdelitev bolj razvlečena od normalne (sploščena), z naraščanjem števila stopinj prostosti pa se po obliki vse bolj približuje normalni. Enaki sta še le pri neskončnem številu stopinj prostosti. Zato so vrednosti »t« za enako tveganje večje od vrednosti »z«. Pri majhnih številih stopinj prostosti je ta razlika velika, pri večjih pa vse manjša.

Za vrednosti t- porazdelitve tudi lahko sestavimo tabelo, ki bo olajšala uporabo. Ker tabelo uporabljamo za drugačne namene, kot tabelo normalne porazdelitve bo veliko krajša in preprostejša. Seveda bi lahko namesto tabele uporabljali enačbo, vendar zaradi zamudnosti to ni praktično.

Pomen t-porazdelitve v vzorčenju

Na kratko bomo opisali uporabo in mesto t-porazdelitve v vzorčenju. Nekoliko poenostavljeno bi lahko rekli, da tam kjer se pri velikih vzorcih uporablja normalna porazdelitev, se pri malih uporablja Studentova. Pravzaprav je njena uporabnost še širša.

Množica vzorcev in množica vseh vzorcev

Za začetek izberimo iz osnovne množice nekaj deset vzorcev. Kakšni bodo ti vzorci ali natančneje, kakšni bodo njihovi parametri? Zaradi nazornosti bomo vzeli za primer kar aritmetične sredine. Z razmislekom na podlagi vsakdanjih izkušenj lahko ugotovimo naslednje:

V vsakem vzorcu bo aritmetična sredina drugačna. To si lahko razložimo preprosto s tem, da se enote osnovne množice med seboj razlikujejo, v vsakem vzorcu pa so druge enote. Ilustrirajmo to s primerom: osnovna množica naj bodo učenci, spremenljivka pa njihova starost. Niti dva učenca nista enako stara (saj bi se morala roditi v istem trenutku), zato niti dva vzorca ne bosta imela enake aritmetične sredine. Če se v vzorcu le en učenec zamenja, bo njegova starost takoj spremenila aritmetično sredino vzorca. To je teoretična plat zadeve. V praksi pa starosti učencev ne merimo tako natančno – običajno jo izražamo v celih letih. Po tako izraženi starosti so posamezni učenci lahko enaki, zato se lahko zgodi, da imata dva vzorca enako aritmetično sredino. Podobno velja za vse nezvezne spremenljivke. Zato moramo biti previdni. Prvotno trditev bomo nekoliko ublažili in rekli: “V splošnem bo v vsakem vzorcu aritmetična sredina drugačna”. S tem bomo upoštevali možnost, da se tu in tam kakšni vzorci tudi ujemajo.

Aritmetične sredine vzorcev se zgoščajo (porazdeljujejo) okoli aritmetične sredine osnovne množice. Če bomo raziskovali starost učencev osnovne šole, bodo aritmetične sredine vzorcev večinoma okoli enajst let (ker je približno takšna aritmetična sredina v osnovni množici). Če bomo izbirali vzorce iz osnovne množice dijakov srednje šole, bodo aritmetične sredine vzorcev večinoma med šestnajst in sedemnajst let (ker je približno takšna aritmetična sredina v osnovni množici). Če bomo izbirali vzorce iz osnovne množice študentov na univerzi, bodo aritmetične sredine vzorcev večinoma okoli enaindvajset let (ker je približno takšna aritmetična sredina v osnovni množici). Za nas je bistveno, da parametri vzorcev niso kakršnikoli, temveč se porazdeljujejo po neki zakonitosti. Da bi opisali in spoznali zakonitosti zvez med

osnovno množico in vzorcem, si moramo zamisliti množico **vseh** možnih enostavnih slučajnostnih vzorcev iz neke osnovne množice. Spoznane zakonitosti množice vseh vzorcev bomo uporabili v praksi, ko bomo imeli en sam vzorec ali kvečjemu dva. Osnova teh zakonitosti je verjetnostni račun.

Porazdelitev vzorčnih parametrov

Rekli smo, da za velike enostavne slučajnostne vzorce velja, da se njihovi parametri porazdeljujejo približno normalno. Za posploševanje bomo lahko uporabili zakonitosti normalne porazdelitve. K tej sicer preprosti zakonitosti (ki jo z nekaj truda lahko tudi sami empirično potrdimo) pa je treba dodati nekaj opomb:

- Porazdelitev ni nikdar idealno normalna; normalni se le približuje. Čim večji so vzorci, tem bolj se porazdelitev približuje normalni.
- Velikost vzorca, pri kateri je porazdelitev približno normalna, ni za vse parametre enaka. Za aritmetične sredine štejemo, da je dovolj, če je numerus vzorcev najmanj trideset, za strukturne odstotke petdeset, za variance najmanj sto in za korelacijske koeficiente precej nad sto.
- Normalnost porazdelitve velja brez posebnosti le za aritmetično sredino; za ostale parametre veljajo še dodatni pogoji.

To vse pravzaprav vemo že iz teorije velikih vzorcev. Zgornje trditve bomo nekoliko dopolnili. Nadaljevali bomo kar z razlago o aritmetičnih sredinah. Aritmetične sredine vseh vzorcev se porazdeljujejo v t-porazdelitvi! Ker je pri večjih vzorcih število stopinj prostosti veliko ($g=n-1$) lahko štejemo, da je porazdelitev skoraj normalna. Za te vzorce lahko uporabljamo zakonitosti normalne porazdelitve. Napaka bo ob tem večinoma neznatna in zanemarljiva, korist zaradi enostavnejših postopkov pa velika.

Če bi tudi pri manjših vzorcih delali tako, bi bila napaka prevelika! Zato za male vzorce dosledno uporabljamo zakonitosti t-porazdelitve.

Zakonitosti t-porazdelitve lahko uporabljamo za vse vzorce (za male in velike).

To je pravzaprav edini zares pravilen postopek. Vendar pri večjih vzorcih lahko odstopimo od t-porazdelitve in uporabljamo normalno (saj je to lažje).

V današnjem času, ko večinoma računalniške obdelave opravljamo računalniško, takšen postopek nima več smisla. Za računalnik je vseeno katero enačbo ima v programu: enačbo normalne ali enačbo t-porazdelitve. Morebiti se res tudi pri računalniški obdelavi prihrani nekaj časa, če uporabljamo normalno porazdelitev. Toda kaj nam pomeni če računalnik prihrani eno tisočinko sekunde svojega časa? Ko bomo čakali na rezultate, te razlike še opazili ne bomo. Preden bi trenil bomo imeli rezultat po krajšem ali pa po daljšem postopku. Enkrat bo

računanje trajalo npr. dve tisočinki sekunde, drugič pa tri. Zato računalniški programi v takšnih postopkih uporabljajo le t-porazdelitev.

Reprezentativnost in velikost vzorca

Reprezentativnost vzorca je lastnost, da je vzorec podoben osnovni množici, iz katere je izbran. Glede na to, da so v vzorcu samo enote iz osnovne množice (in nobene druge), je vzorec vedno podoben osnovni množici. Čim bolj ji je podoben, tem bolj je reprezentativen - ima večjo reprezentativnost. Seveda želimo, da bodo ugotovitve o osnovni množici, dobljene na podlagi vzorca, čim bolj trdne (resnične, veljavne). Zato je dobro, da je vzorec kar najbolj podoben osnovni množici; da je kar najbolj reprezentativen. Običajno ne bo zadosti, da je vzorec podoben osnovni množici le po eni spremenljivki. Želimo, da ji je podoben po vseh tistih spremenljivkah, ki jih proučujemo; še najbolje bi bilo kar po vseh – tudi tistih, ki jih ne proučujemo! Za lažje razumevanje nadaljnje razprave, bomo zadevo poenostavili in začasno obravnavali podobnost po eni sami lastnosti.

Na reprezentativnost vzorca lahko vplivamo z velikostjo vzorca in z načinom, kako ga izberemo. Kaj lahko dosežemo z velikostjo?

Čim večji del osnovne množice je izbran v vzorec, tem bolj bo vzorec podoben osnovni množici.

**Najmanj reprezentativen bo vzorec, v katerem bo le ena enota!
(numerus vzorca je ena)**

**Najbolj reprezentativen je vzorec, v katerem so vse enote iz osnovne množice!
(numerus vzorca je enak numerusu osnovne množice)**

V drugem primeru je reprezentativnost vzorca popolna – vzorec je enak osnovni množici. Z vidika reprezentativnosti bi bila to najboljša rešitev; vendar v tem primeru ne bi od vzorčenja imeli nikakršne koristi. Z vidika reprezentativnosti bi bilo dobro imeti kar največje vzorce, z vidika ekonomičnosti pa kar najmanjše. Pri določanju velikosti vzorca bo potemtakem vedno treba upoštevati oboje – reprezentativnost in ekonomičnost. Večinoma v pedagoških raziskavah predstavljajo vzorci komaj nekaj odstotkov osnovne množice.

Veliki in mali vzorci

Običajno imajo vzorci v pedagoških raziskavah od nekaj deset enot pa do nekaj sto enot; vzorci z več kot tisoč enotami so zares redki. Če bi nas v neki raziskavi zanimalo, npr. le ocene učencev na prehodu iz razredne stopnje na predmetno stopnjo osnovne šole, ne bi bilo pretirano težko obdelati vzorca, ki bi imel nekaj tisoč enot. Podatke bi izpisovali iz šolske dokumentacije in bi bilo skoraj vseeno, ali na šoli vzamemo nekaj deset učencev ali pa vse učence. Dela bi bilo le malo več – podobno tudi pozneje pri vnašanju teh podatkov v računalnik. V takšnih primerih bi se lahko odločili za zelo velike vzorce. Ker pa pogosto raziskave ne zajemajo tako preprostih empiričnih podatkov, zares veliki vzorci ne bodo pogost pojav. Največkrat velikosti vzorcev ne presegajo nekaj sto enot.

Posploševanje na osnovno množico je tem bolj zanesljivo, čim večji so vzorci (s tega vidika bi bilo najbolje vzeti kar celo osnovno množico!). Ekonomičnost dela je z druge strani v prid manjšim vzorcem. Končna odločitev je vedno odvisna od konkretnih okoliščin vsake raziskave.

Pri manjših vzorcih nasplošno moramo biti bolj previdni in zato bolj dosledni pri upoštevanju vseh okoliščin vzorčenja. Načeloma veljajo za manjše in večje vzorce enake statistične metode. Vendar je praksa pokazala, da pri večjih vzorcih lahko brez večje škode postopke poenostavimo.

Zato v praksi razlikujemo velike in male vzorce. Ostre meje med njimi ni. Za nekatere postopke velja meja trideset: vzorce z manj kot tridesetimi enotami štejemo kot male, z več kot tridesetimi enotami pa kot velike; za nekatere postopke je ta meja sto enot (ali pa celo še več).

Za male in velike vzorce lahko uporabimo rigorozne metode: za male je to obvezno, za velike pa stvar odločitve (običajno se odločimo za poenostavljene metode).

Povejmo to enostavno: če je neka metoda uporabna za male vzorce, je tudi za velike – saj so veliki vsaj takšni kot mali (vsaj tako “dobri”). Obratno pa ne velja, saj, kar je dopustno za velike vzorce, ni vedno dopustno tudi za male.

Zaradi naštetega se v pedagoških raziskavah izogibamo malim vzorcem. Če je le možno, načrtujemo raziskave tako, da vzorci presežejo sto enot. Vendarle pa povsod to ni možno. Včasih so enote tako razpršene, da bi le z velikim trudom dosegli željeno velikost vzorca. Še pogostejši so primeri, ko to pravzaprav sploh ni možno. Pedagoški proces poteka pogosto v skupinah, ki jih ne moremo poljubno povečevati. To je razred ali vzgojna skupina. Za primer vzemimo pedagoški eksperiment pri pouku. Lahko ga naredimo le v razredu. Nikakor ni možno zaradi težnje po velikih vzorcih dati v razred sto učencev in nato v takšnem »razredu« izvajati eksperiment. Včasih lahko delamo eksperiment paralelno v več oddelkih in nato štejemo vse oddelke kot en vzorec. Vedno pa to ni mogoče. Zato bomo včasih vendarle delali z malimi vzorci.

Odvisni in neodvisni vzorci

Pri postopkih primerjave dveh osnovnih množic se srečamo s pojavom odvisnih in neodvisnih vzorcev. Neodvisna vzorca dobimo, če se pri izbiri vzorca iz druge množice ne oziramo na to, kako smo izbrali vzorec iz prve množice. Takšna vzorca imata običajno različen numerus, lahko pa imata tudi enakega (to tukaj ni bistveno).

Odvisne vzorce dobimo, kadar se pri izbiri drugega vzorca ravnamo po tem, kako je bil izbran prvi vzorec. Najpogosteje dobimo odvisne vzorce na dva načina:

1. Iz prve osnovne množice izberemo neko enoto za prvi vzorec. Nato v drugi osnovni množici poiščemo čimbolj podobno enoto. Ti enoti tvorita par dveh kar najbolj izenačenih enot. Drugo enoto uvrstimo v drugi vzorec. Tako izbiramo pare in jih nato delimo v dva vzorca, dokler ne dobimo vzorcev z željenim numerusom. Takšna vzorca sta odvisna. Rezultati enega vzorca so odvisni od rezultatov drugega. Vzorca imata tudi **enak numerus** (saj sta sestavljena iz parov). Takšen postopek imenujemo postopek izbiranja po parih (ali še pogosteje: izenačevanje po parih). Tudi, če bi enote za prvi vzorec izbirali slučajnostno, za drugega ne bi mogli. Zato to niso običajni slučajnostni vzorci. Uporabljamo jih za posebne namene; običajno takrat, ko bi radi dobili dve zelo izenačeni skupini (kot vzorca). Izenačene skupine na začetku neke vzgojne akcije omogočajo boljšo primerjavo na koncu. Zato odvisne vzorce le redko izbiramo na prej opisani način. Običajno to naredimo tako, da izbiramo pare iz neke množice in jih nato razdelimo na dve skupini. Ti skupini pozneje pojmuje kot vzorca iz dveh hipotetičnih množic. Zato so odvisni vzorci poseben primer namenskega vzorčenja. Ker gre v resnici za težnjo izenačiti vzorca, se ta postopek imenuje tudi izenačevanje po parih.

2. Pri istih učencih dvakrat ponovimo neko merjenje (npr. testiranje znanja, anketiranje itd); recimo pred neko vzgojno akcijo in po njej. Tako predstavlja vsak učenec par sam s seboj. Iste učence na začetku pojmuje kot en vzorec, pri drugem merjenju pa kot drugi vzorec. To sta odvisna vzorca; ta sta še bolj podobna in odvisna kot pri izenačevanju po parih.

Odvisni vzorci se drugače obnašajo kot neodvisni. Glavna razlika je v tem, da so standardne napake za odvisne vzorce **manjše** kot za neodvisne. Ta korist je tem večja, čim bolje nam uspe izenačevanje parov. To lahko presodimo po višini korelacije med rezultati obeh vzorcev (čim boljše je uspelo izenačevanje, tem močnejša je korelacija).

Redki so primeri odvisnih vzorcev, kadar gre za večje vzorce. Skoraj brez izjem gre pri odvisnih vzorcih za male vzorce.