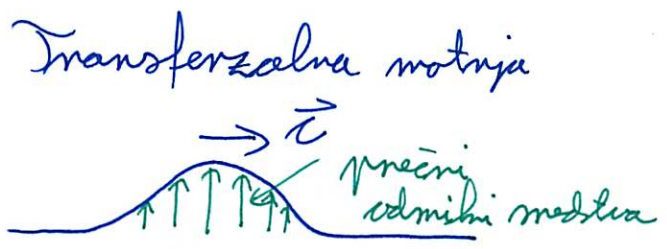
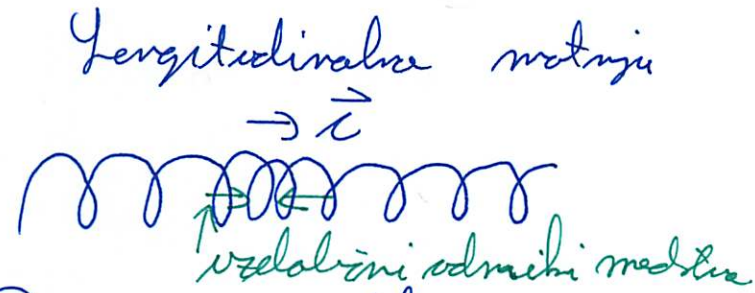


# Valovanje

## - Oblike motenj:



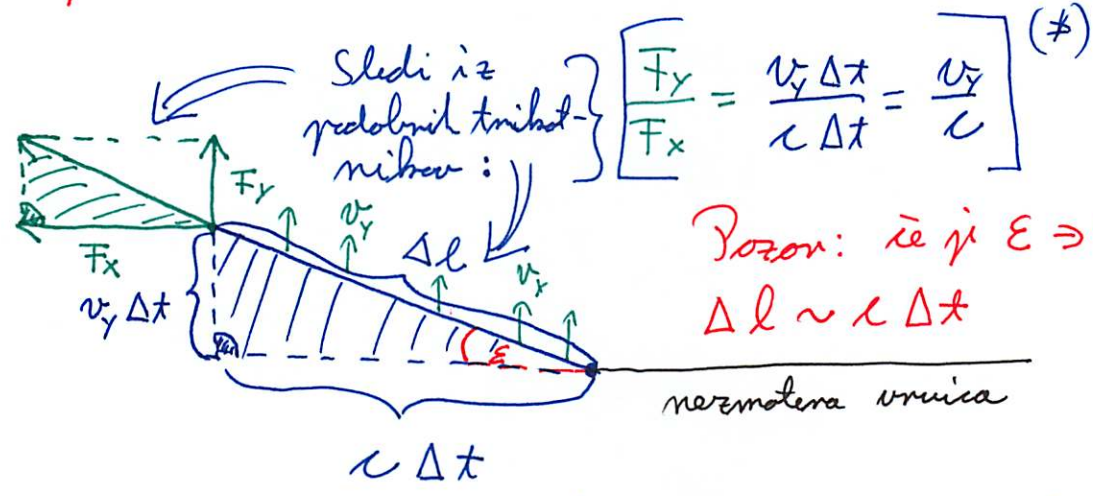
Primer transverzalne motnje na  
 vopeti vrvi, struni, elektromagnetni  
 valovi na gladini tekočin, ...



Primer na gibki vzmeti  
 Tudi: zvojni valovanje v tekočinah  
 in plinih, ...

Opomba: motnje lahko potujejo le po elastičnem mediju.

## - Hitrost potovanja motnje na vopeti vrvi:



Opomba: če je  $\epsilon \Rightarrow 0 \Rightarrow$   
 $\Delta l \sim c \Delta t$

Senek nile  $F_y \Delta t$  povzroči gibanje "pozivnega" ali odma-  
 kninega dela vrvice dolžine  $\Delta l$  ten mase  $\Delta m = S \rho \Delta t$

$$F_y \Delta t = \Delta m \cdot v_y - 0 = \rho S \rho v_y \Delta t \Rightarrow \boxed{F_y = \rho S v_y}$$

vtavimo v enačbo (\*)  $\Rightarrow$

$$\frac{\rho S v_y}{F_x} = \frac{v_y}{c} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{F_x}{\rho S}} = \sqrt{\frac{F_x}{\rho_{linearna}}}$$

$c = \sqrt{\frac{F_x}{\rho S}}$  !

Linearna gostota mase  $\left[ \frac{kg}{m} \right]$

Hitrost potovanja valovanja je odvisna le od lastnosti medija in ne od oblike valovanja ( $F_y$ , ali  $v_y$ )!

Podobno velja tudi za druge vrstne. Na primer:

- Hitrost zvoka v kovini:  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ;  $E$ : prožnostni modul
  - Hitrost " " v zraku:  $c = \sqrt{\frac{\chi}{\rho}}$ ;  $\chi$ : adiabatski stiskljivost
- $\Downarrow$   
 ozivoma:  $c = \sqrt{\frac{\chi RT}{M}}$ ;  $\chi = \frac{c_p}{c_v}$

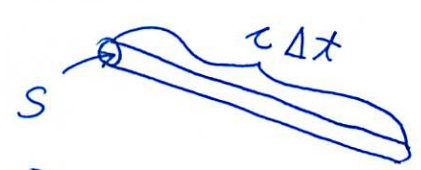
- Gostota energije valovanja:

Vloženo delo (v motnjo):  $\Delta A = F_y \cdot v_y \Delta t = \Delta W$

$\Delta W$  je sprememba celotne energije (glej skico na str. 620) odmaknjivega dela vrvice?

$$\Delta W = F_x \cdot \frac{v_y}{c} \cdot v_y \cdot \Delta t = v_y^2 \cdot \underbrace{c \cdot S \cdot \Delta t}_{\Delta V} \cdot \rho$$

$\parallel$   
 $c^2 S \rho$



Gostota energije:  $w = \frac{\Delta W}{\Delta V} \left[ \frac{J}{m^3} \right]$

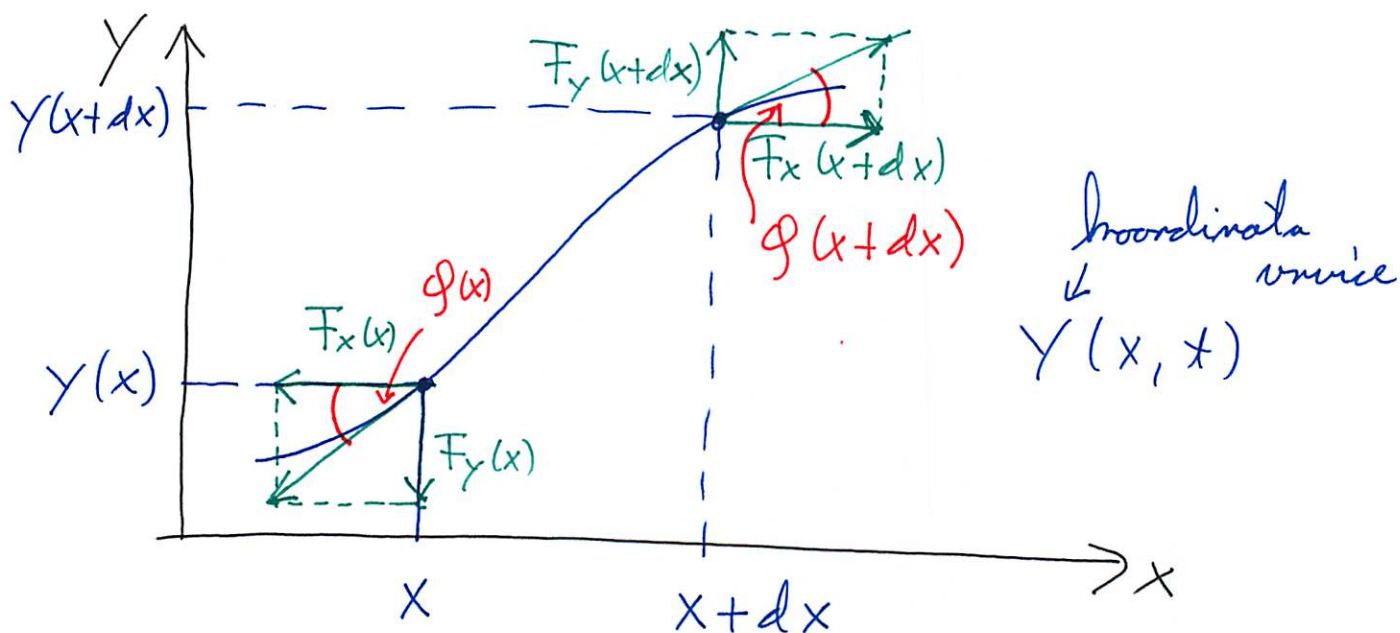
$$\boxed{w = v_y^2 \cdot \rho = v^2 \cdot \rho}$$

$v$ : hitrost delcev medija v motnjo. Enake velja nlošno - za poljubno motnjo (mehansko) ter tudi za valovanje.



# Valovna enoča (neodvisno)

64



$$\sum m \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = F_Y(x+dx) - F_Y(x)$$

$$F_Y(x) = \text{tg } \varphi(x) F_X(x) = \frac{\partial Y}{\partial X}(x) F_X(x)$$

$$F_Y(x+dx) = \text{tg } \varphi(x+dx) \cdot F_X(x+dx) = \frac{\partial Y}{\partial X}(x+dx) \cdot F_X(x+dx)$$

Toda  $F_X(x+dx) = F_X(x)$ ; Sila v x-meri ji neodvisna od x. Vrvica se premika le v y-meri! torej  $F_X(x) = F_X$ !

$$\sum m = S \delta \sum X :$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} S \delta \sum X = F_X \left( \frac{\partial Y}{\partial X}(x+dx) - \frac{\partial Y}{\partial X}(x) \right)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = \frac{F_X}{S \delta} \frac{\frac{\partial Y}{\partial X}(x+dx) - \frac{\partial Y}{\partial X}(x)}{\delta X} = \frac{F_X}{S \delta} \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial X^2}}$$

# Valovanje v eni dimenziji

65

$$r(x, t) = r_0 \sin(\omega t - kx)$$

Reši valovno enačbo:  $\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 r}{\partial x^2}$

Preizkus:  $-\omega^2 r_0 \sin(\omega t - kx) = -k^2 c^2 r_0 \sin(\omega t - kx)$

$$\boxed{\omega = \pm k \cdot c} \quad \checkmark$$

$r_0$ : amplituda valovanja (odmikna meritev)

$\omega$ : kotna frekvenca:  $\omega = 2\pi \nu$ ;  $\nu$ : frekvenca;  $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$

$k$ : valovno število  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ;  $\lambda$ : valovna dolžina

$T_0$ : nihajni čas

$$\omega = k \cdot c$$

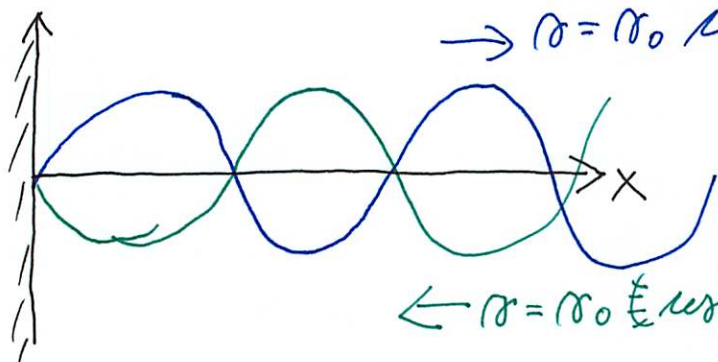
$$\frac{2\pi}{T_0} = 2\pi \nu = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot c \Rightarrow \boxed{c = \lambda \nu}$$

ali  $c = \frac{\lambda}{T_0}$

## Odboj valovanja na krogiščih:

a.) Vprta krogišče:  $r(x=0, t) = 0 \quad \forall t \neq 0$

$\rightarrow r = r_0 \cos(\omega t - kx)$  v desno;  $x > 0$



$\leftarrow r = r_0 \sin(\omega t + kx)$  v levo

Na uzpetem krajisru mora vezati:

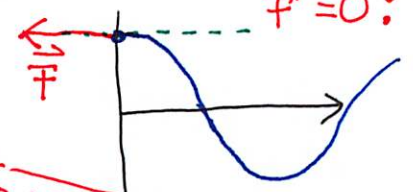
$\sigma(x=0,t) = 0$  za  $\forall t$ , saj v uzpetem krajisru ni odmitka

$$\sigma(x,t) = \sigma_0 (\cos(\omega t - kx) - \cos(\omega t + kx))$$

odboj z nasprotno faza!  
 $\vec{F}' = 0!$

b.) Prosto krajisra:

$$\frac{d\sigma}{dx} \Big|_{x=0} = 0$$



RAZLAGA → Na prostem

$$\sigma(x,t) = \sigma_0 (\cos(\omega t - kx) + \cos(\omega t + kx))$$

odboj z isto faza!  
Obtozja le nika v  
vrednosti neni ⇒  
umira na krajisru

Preizkus  $\frac{d\sigma}{dx} = \sigma_0 (k \sin(\omega t - kx) - k \sin(\omega t + kx))$

$$\frac{d\sigma}{dx} (x=0) = 0 \checkmark$$



# Interferenca

67

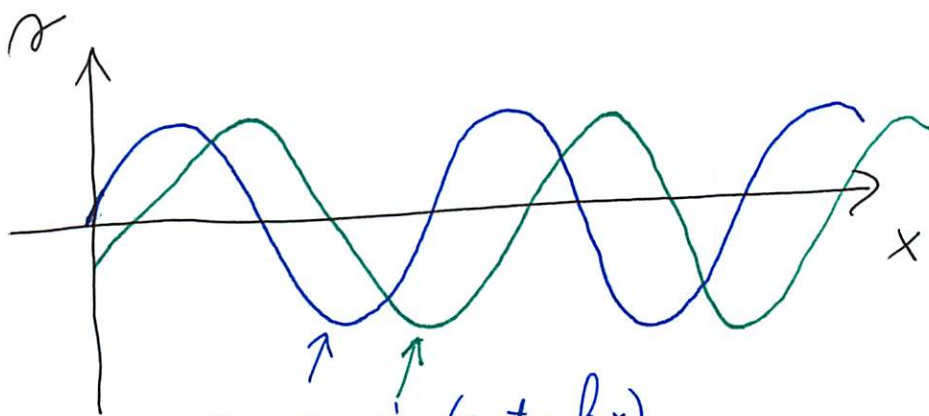
Valovanja se seštevajo. Valovna enačba:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} \quad (*)$$

Kaj čista  $\sigma_1(x, t)$  tem  $\sigma_2(x, t)$  pšitni iste valovne enačbe  $\Rightarrow \sigma_1 + \sigma_2$  je tudi pšitev valovne enačbe!

Posleg: (\*) je linearna. To pomeni, da se valovanja, ki se nahajajo v istem medstvu seštevajo!

Primer:



$$r_1 = r_0 \sin(\omega t - kx)$$

$$r_2 = r_0 \sin(\omega t - kx + \delta)$$

Seštejimo dve valovanji z isto  $r_0$ ,  $k$  in  $\omega$ , razlikasi le  $\underline{\underline{\delta}}$ .

$$r = r_0 \left( \sin(\omega t - kx) + \sin(\omega t - kx + \delta) \right) =$$

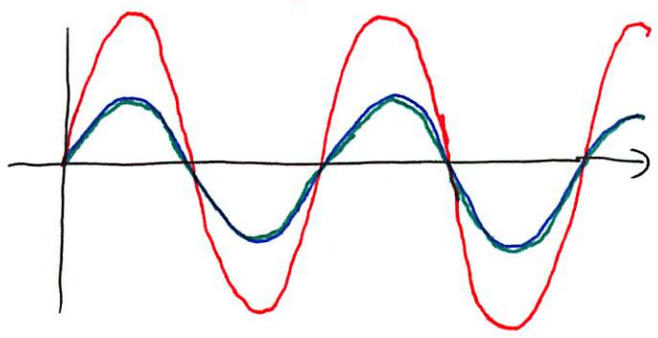
$$= 2r_0 \sin\left(\omega t - kx + \frac{\delta}{2}\right) \cos \frac{\delta}{2} = \quad \sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$= \underbrace{2r_0 \cos \frac{\delta}{2}} \sin\left(\omega t - kx + \frac{\delta}{2}\right)$$

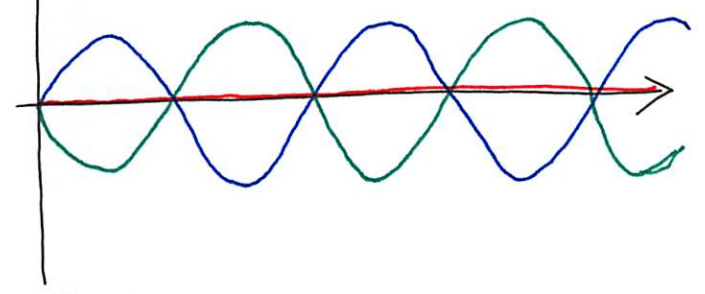
$$2r_0 \cos \frac{\delta}{2} = \begin{cases} \pm 2r_0; \text{ za } \delta = 0, 2\pi, \dots \\ 0; \text{ za } \delta = \pi, 3\pi, \dots \end{cases}$$

Valovanja se lahko vrstijo za  $\mathcal{J} = 0, 2\pi, \dots$ ,  
oziroma odštejeta za  $\mathcal{J} = \pi, 3\pi, \dots$

$\mathcal{J} = 0$

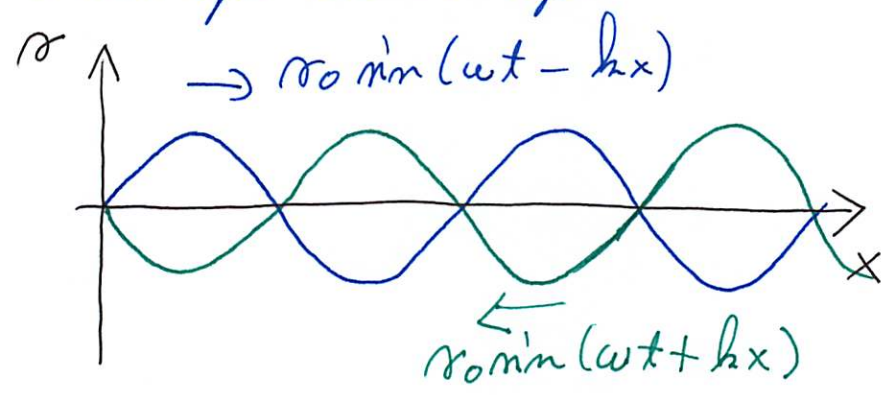


$\mathcal{J} = \pi$



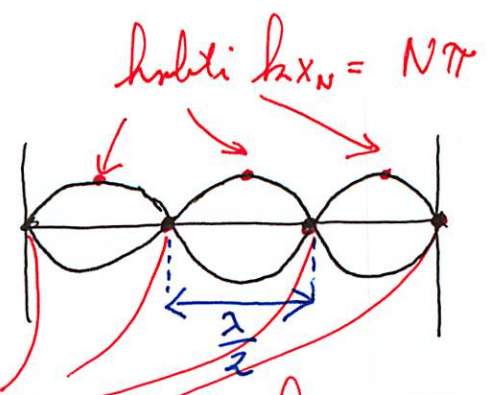
### Stojice valovanje

Kotane z interferenco vpadnega valovanja na meji  
medstva tem odloitega valovanja



$$r = r_0 [\sin(\omega t - kx) + \sin(\omega t + kx)] =$$
$$= \underline{2 r_0 \sin \omega t \cos kx}$$

Dozdalja med sosednjima vozlova:  $\frac{\lambda}{2}$



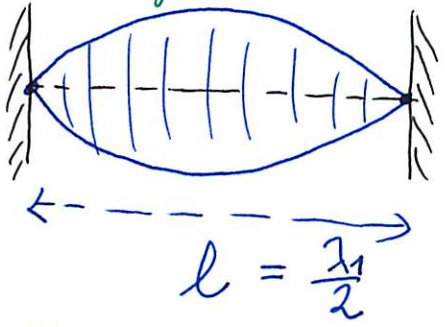
vozli:  $kx_N = \frac{2N+1}{2} \pi$ ;  $\cos kx_N = 0$

koliti:  $kx_N = \frac{2}{2} N \pi$ ;  $\cos kx_N = \pm 1$



# Testna nihanja na vrvi

a.) Vpeti krajisci:



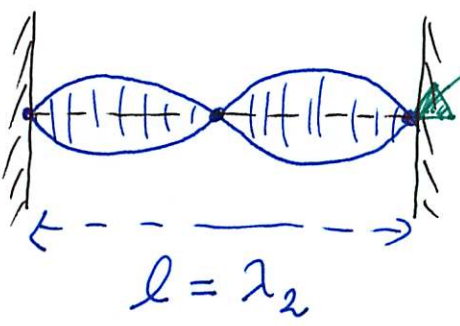
Prvo testno nihanje

$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ; hitrost valovanja se podara, neodvisna od frekvence nihanja ter valovne dolzine

$$c = \lambda_1 \nu_1 \Rightarrow \nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2l}$$

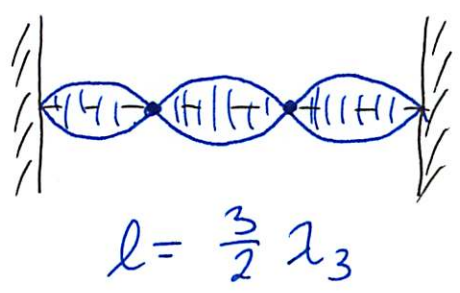
Prva testna frekvenca

Na vpetih krajiscih so vedno VOZLI!   
 saj velja  $\frac{dy}{dx} = 0$



Drugo testno nihanje

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{l}$$

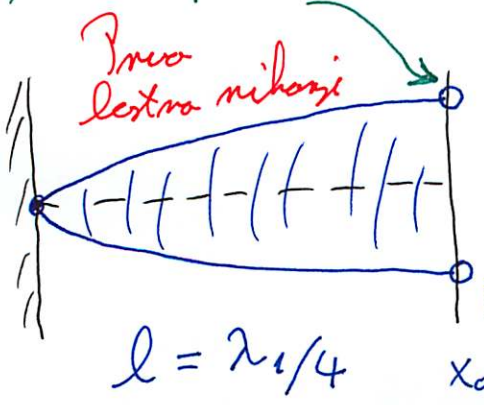


$$l = \frac{3}{2} \lambda_3$$

$$\nu_3 = \frac{c}{\lambda_3} = \frac{3c}{2l}$$

⋮

b.) Eno prosto krajisce:



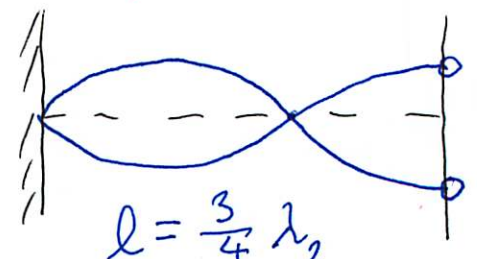
Prvo testno nihanje

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1}$$

$$\nu_1 = \frac{c}{4l}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} = 0$$

Drugo testno nihanje



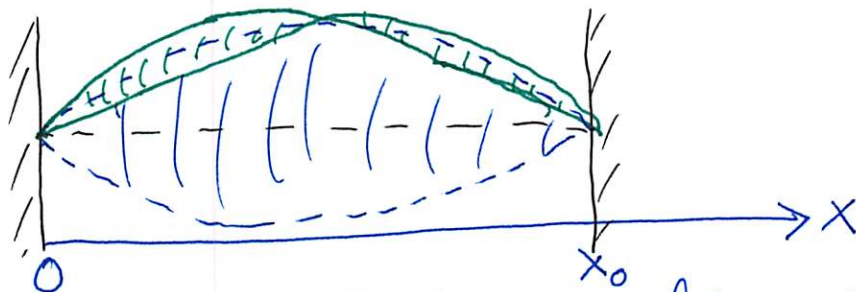
$$l = \frac{3}{4} \lambda_2$$

$$\nu_2 = \frac{3c}{4l}$$

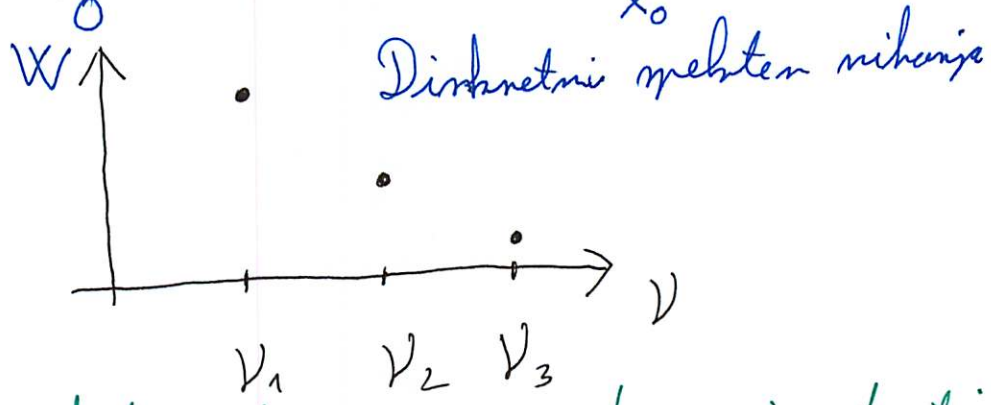


# Spekter nihanja

V splošnem lahko uvrstimo nihanje v več lestvnimi nihanji h kvanti.



$W$ : energija  
lestnega nihanja



V tem primeru nihalo nihanje s pravo, drugo in tretjo lestvo sprebrava?

Uloha delovanja  $W$  nihanja?  $r = r_0 \sin(\omega t - kx)$   
 $w(x) = \int v^2(x)$ ;  $v = \frac{dz}{dt} = r_0 \omega \cos(\omega t - kx)$

$$w(x) = \int_{x_0} r_0^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx) dx$$

$$W = S \int_0^{x_0} w(x) dx = S \int_0^{x_0} r_0^2 \omega^2 \cos^2(\omega t - kx) dx$$

Velja namreč  $W = \int_V w(x) dV = \int w(x) S \cdot dx$

↑  
integracija po volumnu nihanja  
↑  
presek nihanja

# Valovanje v dveh dimenzijah

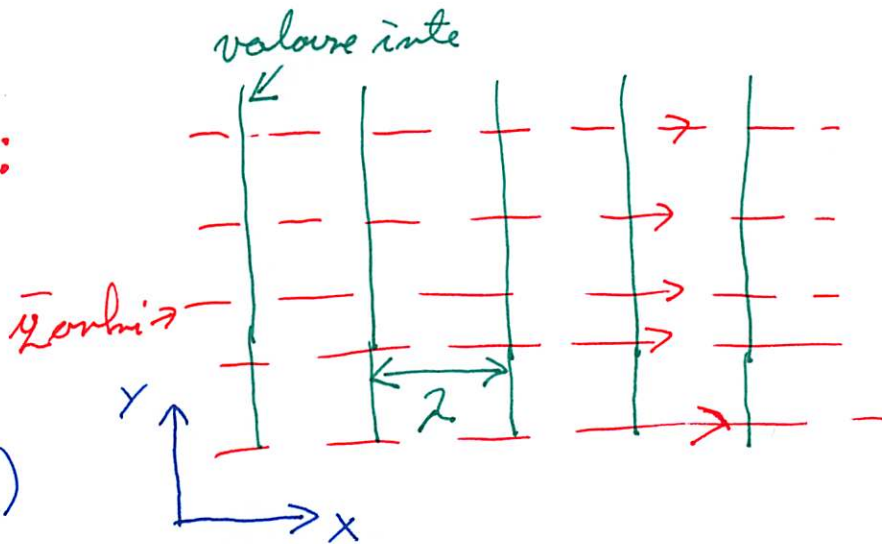
Odmik med dva potane funkciji dveh kvadratnih koordinat + ene časovne?

$$\vec{r}(x, y, t)$$

Valovne črte: povezujajo tiste točke, ki hkrati dosežejo vrh valovanja (ki nihajo vzamno)

Črtni valovanje: označujajo smer valovanja, so  $\perp$  na valovne črte

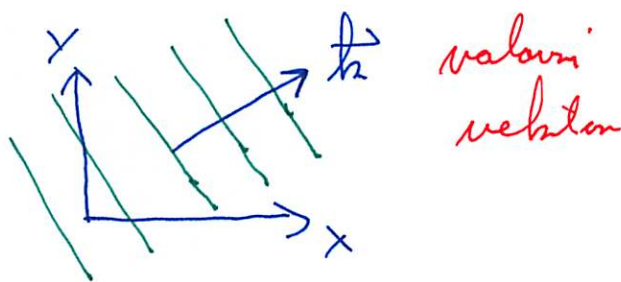
a.) Ravno valovanje:



$$r = r_0 \cos(\omega t - k_x x)$$

Lahko tudi bolj splošno:

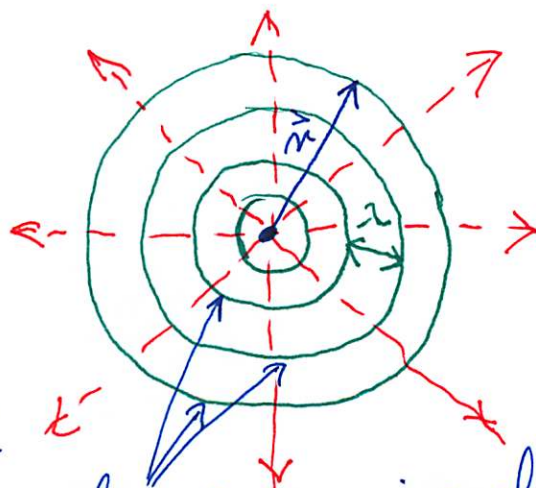
$$r = r_0 \cos(\omega t - \underbrace{k \cdot \vec{r}}_{k_x x + k_y y})$$



b.) Krogasto valovanje

$$r = r_0(r) \cos(\omega t - k \cdot r)$$

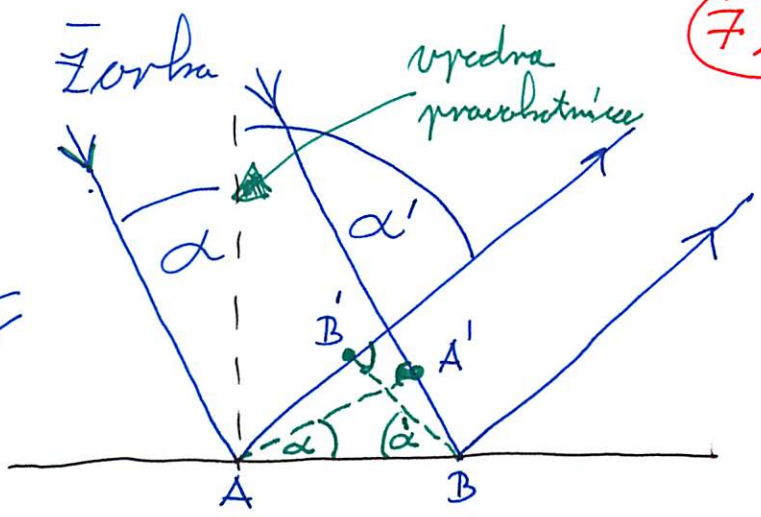
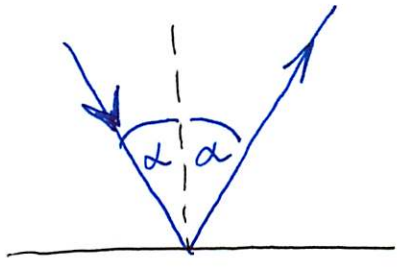
$$r_0(r) = r_0 \sqrt{\frac{r_0}{r}}$$



Amplituda pada z razdaljo od izvora valovanja! Ker vrha valovne črte nosi enako energijo!



# Odlboj valovanja



Vredni kot je enak odbojnemu?

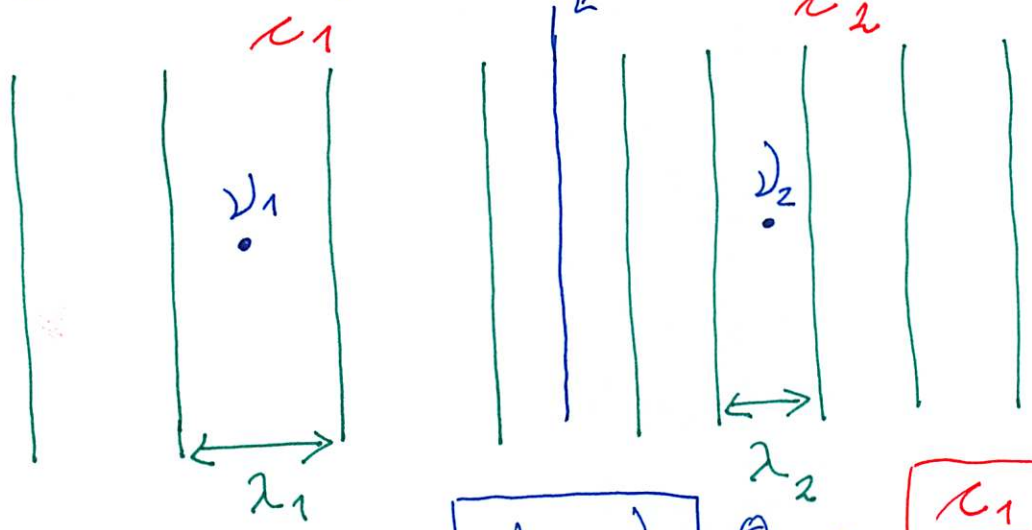
$$c \Delta t = \overline{A'B} = \overline{A'B'}$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = \alpha'$$

# Lom valovanja:

a.) Pravokotni vpad:

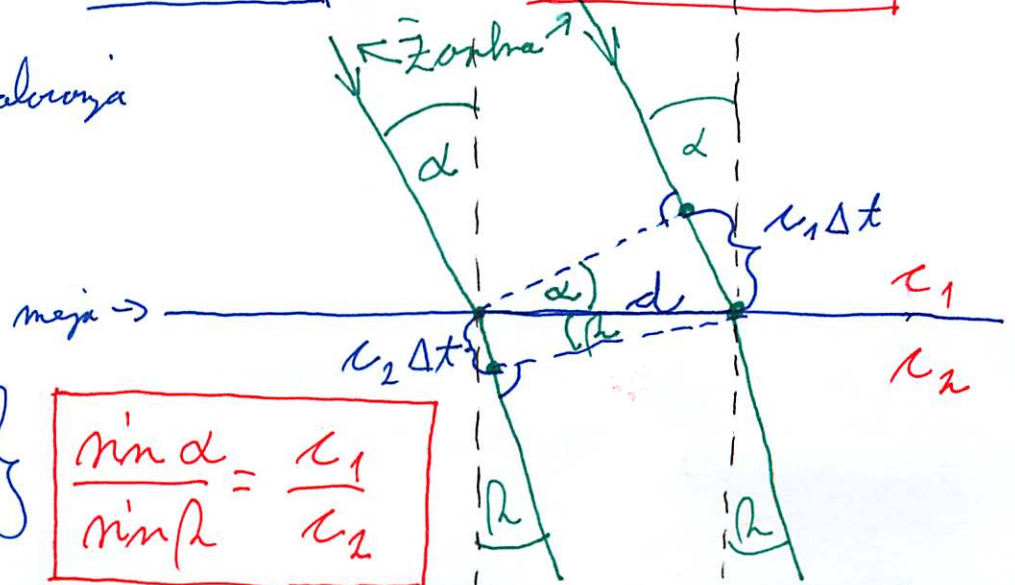


Frekvenca se ohranja:

$$v_1 = v_2$$

$$\frac{n_1}{\lambda_1} = \frac{n_2}{\lambda_2}$$

b.) Posvni vpad valovanja na mejo medstev



$$\sin \alpha = \frac{c_1 \Delta t}{d}$$

$$\sin \beta = \frac{c_2 \Delta t}{d}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2}$$