

# Funkcije

1. Določi  $f(x+1)$ , če je  $f(x-1) = x^2 + x$ .

**Rešitev:**  $f(x+1) = x^2 + 5x + 6$

2. Za funkcije, ki so podane z naslednjimi predpisi ugotovi, če so sode ali lihe.

(a)  $f(x) = x^2 - \cos x$

(b)  $f(x) = e^5$

(c)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(d)  $f(x) = \tan(x^3 - x^2 + 1)$

**Rešitev:** soda, soda, liha, niti soda niti liha

3. Poišči definicijski območje funkcije  $f$ , podane s predpisom  $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt[3]{\ln x}} + \sqrt{1 - x}$ .

**Rešitev:**  $D_f = (0, 1]$

4. Poišči definicijski območje in skiciraj graf funkcije  $f$ , podane s predpisom  $f(x) = \sqrt{\sin x}$ .

**Rešitev:**  $D_f = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} [2k\pi, (2k+1)\pi]$

5. Skiciraj grafe funkcij, podanih s predpisi

(a)  $f(x) = -2e^{x+1} + 3$

(b)  $f(x) = 2 \arctan(2x + 1)$

(c)  $f(x) = \arcsin \frac{x}{3}$

(d)  $f(x) = e^{\frac{x^2+1}{x}}$

(e)  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$

6. Določi  $f \circ g$  in  $g \circ f$  in njuni definicijski območji, če je

$$f(x) = \cos x \text{ in } g(x) = \arccos x.$$

**Rešitev:**  $D_{f \circ g} = [-1, 1], D_{g \circ f} = \mathbb{R}$

7. Katere funkcije so injektivne/surjektivne/bijektivne? Določi inverze, če obstajajo.

(a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^4 + 1$

(b)  $f : [0, \infty) \rightarrow [1, \infty), f(x) = x^4 + 1$

(c)  $f : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin^2 x$

(d)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

**Rešitev:** niti injektivna niti surjektivna, bijektivna, injektivna, bijektivna  
Inverza bijektivnih funkcij sta  $f^{-1}(x) = \sqrt[4]{x-1}$ ,  $f^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ .

8. Ali predpis  $|y|y - 2y = x$  določa funkcijo  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , podano z  $y = f(x)$ ?

9. Dana je funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisom

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+1}{x+1} & : x \neq -1 \\ k & : x = -1 \end{cases} .$$

Določi  $k$  tako, da bo  $f$  povsod zvezna.

**Rešitev:**  $k = 3$

10. Izračunaj limite funkcij:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 7x}{5x^5 - x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 7x - 2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{(\pi/2 - x)^2}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$

**Rešitev:**  $\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

11. Poišči poševni asimptoti funkcije  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}$ .

**Rešitev:** Asimptota v  $+\infty$  je  $y = x$ , asimptota v  $-\infty$  pa je  $y = -x$ .

12. Pokaži, da ima polinom  $p(x) = 10x^4 + 20x + 9$  vsaj eno realno ničlo. S pomočjo metode bisekcije izračunaj eno od ničel na eno decimalno natančno.

**Rešitev:** Ničla na intervalu  $[-1, 0]$  je približno  $-0.4$ .