

Sistemi linearnih enačb

1. Reši sistem enačb:

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 5 \\ -x + 4y + 2z &= 1 \\ 3x &+ z = 3\end{aligned}$$

Rešitev: $x = \frac{1}{3}, y = -\frac{2}{3}, z = 2$

2. Reši sistem enačb:

$$\begin{aligned}x - 3y - 5z + 2w &= -11 \\ -x + 2y + 4z + w &= 8 \\ x + 4y - z &= -24 \\ 2x - 5y - 3z - w &= 13\end{aligned}$$

Rešitev: $x = 1, y = -5, z = 5, w = -1$

3. Reši sistem enačb:

$$\begin{aligned}w + x + 2y - z &= 3 \\ w - x + 6y + z &= -1 \\ 2w + 2x - y &= 4 \\ w - x + y + 3z &= -3\end{aligned}$$

Rešitev: $x = \frac{14+9z}{5}, y = \frac{2+2z}{5}, w = \frac{-3-8z}{5}$

4. Reši sistem enačb:

$$\begin{aligned}w + x + 2y - z &= 3 \\ w - x + 6y + z &= -1 \\ 2w + 2x - y &= 5 \\ w - x + y + 3z &= -3\end{aligned}$$

Rešitev: Sistem nima rešitev.

5. Določi $\lambda \in \mathbb{R}$ tako, da bo imel sistem

$$\begin{aligned}x - 2y + 3z - 4u &= 4 \\ y - z + u &= -3 \\ x + 3y - 3u &= 1 \\ -7y + 3z - \lambda u &= -3\end{aligned}$$

neskončno rešitev. Za take vrednosti λ sistem tudi reši.

Rešitev: $\lambda = -1, x = -8, y = 3 + u, z = 6 + 2u$

6. V odvisnosti od parametra $a \in \mathbb{R}$ obravnavaj sistem enačb:

$$\begin{aligned}ax + y + z &= a \\x + ay + z &= a \\x + y + az &= a\end{aligned}$$

Rešitev: Če je $a = 1$, ima sistem neskončno rešitev $z = 1 - x - y$, $x, y \in \mathbb{R}$; če je $a = -2$, sistem ni rešljiv; če $a \notin \{1, -2\}$, ima sistem eno rešitev $x = y = z = \frac{a}{a+2}$.