

VAJA 1. Številski sistemi, Boolova algebra

Asistenta: Mira Trebar, Miha Moškon

Splošni podatki

- **termin vaj:** urnik, LRI1 in LRI5
- **pogoj za opravljene vaje:** 75 % prisotnost (9 od 12 vaj)
- **ocena vaj:** opravljen pogoj – ocena 6, višje ocene se določi na podlagi kvalitete opravljenih vaj
- **potek dela:** posamezno, sprotni zagovori
- **kolokvij:** 2 kolokvija, **25 % končne ocene**,
- **gradivo, novice:** <http://ucilnica.fkkt.uni-lj.si>
- **prijava v računalnike:**
digitalna identiteta (<http://id.uni-lj.si>)

Številski sistemi

- Primeri številskih sistemov:

- desetiški ($r=10$): 3564_D
 $X = 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$

- dvojiški ($r=2$): 110111101100_B
 $X = 1 \cdot 2^{11} + 1 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$

- šestnajstiški ($r=16$): DEC_H
 $N = 13 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0$

- Vsako celo število X lahko v številski bazi r zapišemo kot:

$$X = b_{N-1}r^{N-1} + b_{N-2}r^{N-2} + \dots + b_1r^1 + b_0r^0$$

b_i je koeficient



Številski sistemi - primer

- Pretvorimo desetiško število 221_D v binarno število ($r=2$):

i	$Q_i : r = Q_{i+1}$	b_i
0	$221 : 2 = 110$	1
1	$110 : 2 = 55$	0
2	$55 : 2 = 27$	1
3	$27 : 2 = 13$	1
4	$13 : 2 = 6$	1
5	$6 : 2 = 3$	0
6	$3 : 2 = 1$	1
7	$1 : 2 = 0$	1



Rezultat

b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
1	1	0	1	1	1	0	1

Kako pa pretvorimo število iz baze r v desetiško število?

In kako pretvorimo število iz poljubne baze v poljubno bazo?

Številski sistemi - pretvarjanje

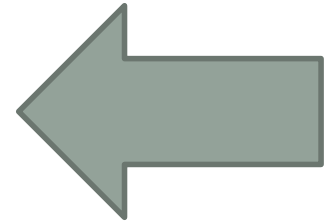
- Postopek (algoritem) pretvorbe desetiškega celega števila X v bazo r :

1. $X : r = Q_1$, ostanek b_0 , $0 \leq b_0 \leq r - 1$

2. Ponavljaj 1. korak za $Q_i : r = Q_{i+1}$, ostanek b_i ,
za vse $i \geq 1$.

Končaj, ko je $Q_i = 0$.

3. Rezultat: $b_m \dots b_2 b_1 b_0$



Številski sistemi – relacija med dvojiškimi in šestnajstiškimi števili

- 4 dvojiški znaki (biti) sestavljajo natanko 1 šestnajstiški znak.
- pretvarjanje iz dvojiškega sistema v šestnajstiški:
 - združujemo po 4 bite
 - pretvarjamo v znake od 0_H do F_H (15_D)
$$110111101100_B$$
$$= 1101\ 1110\ 1100_B$$
$$= (13_D\ 14_D\ 12_D)$$
$$= D\ E\ C_H$$
- pretvarjanje iz šestnajstiškega sistema v dvojiški:
 - en šestnajstiški znak predstavlja 4 bite
 - v dvojiški zapis pretvorimo vsak znak posebej
$$B\ A\ B\ A_H$$
$$= (11_D\ 10_D\ 11_D\ 10_D)$$
$$= 1011\ 1010\ 1011\ 1010_B$$
$$= 1011101010111010_B$$

Zapis predznačenih števil (N=4)

- Dvojiški komplement števila 3.

$$\begin{array}{r}
 0011 \quad (X=+3) \\
 1100 \\
 + \quad 1 \\
 \hline
 1101 \quad (X=-3)
 \end{array}$$

- Odmik

a) $0111_B \quad X=?_D$
 $X=7-7=0$

b) $+3_D \quad X=?_B$
 $X=+3_D + 7_D = 10_D = 1010_B$

$b_3b_2b_1b_0$	Nepredznače na števila	Dvojiški komplement	Odmik $2^{n-1} - 1 = 7$
0 0 0 0	0	+0	-7
0 0 0 1	1	+1	-6
0 0 1 0	2	+2	-5
0 0 1 1	3	+3	-4
0 1 0 0	4	+4	-3
0 1 0 1	5	+5	-2
0 1 1 0	6	+6	-1
0 1 1 1	7	+7	0
1 0 0 0	8	-8	+1
1 0 0 1	9	-7	+2
1 0 1 0	10	-6	+3
1 0 1 1	11	-5	+4
1 1 0 0	12	-4	+5
1 1 0 1	13	-3	+6
1 1 1 0	14	-2	+7
1 1 1 1	15	-1	+8
	0 do 15	-8 do +7	-7 do +8

Številski sistemi - seštevanje

- Dvojiška števila:

```

0100 (4)
+0011 (3)
-----
0111 (7)
  
```

Nepredznačena števila

```

0101 (5)
+0011 (3)
-----
0111 prenos
1000 (8)
  
```

Rezultat je pravilen!

a+b	s	c
0 + 0	0	0
0 + 1	1	0
1 + 1	0	1
1 + 1 + 1	1	1

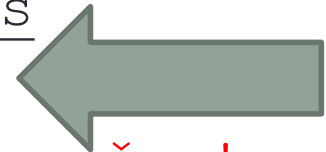
Predznačena števila
(Dvojiški komplement)

```

0101 (5)
+0011 (3)
-----
0111 prenos
1000 (-8)
  
```

Rezultat je napačen!

Razložite zakaj!



Plavajoča vejica (pretvorba)

$$X = (-1)^s * 1, b_{22} b_{21} \dots b_0 * 2^e$$

Število X je podano v zapisu s plavajočo vejico (IEEE 754) – izračunajte desetiško vrednost.

$$X = C34C0000_H = 1100\ 0011\ 0100\ 1100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_B$$

s	E	mantisa (b ₂₂ b ₂₁ ... b ₀)
1	10000110	100110000000000000000000

$$E = 10000110_B = 134_{10}$$

$$E = e + 127 \Rightarrow e = E - 127 = 7$$

$$\begin{aligned} X &= (-1)^s * 1, b_{22} b_{21} \dots b_0 * 2^e = \\ &= (-1)^1 * 1, 10011 * 2^7 = \\ &= -1 * 1, 10011 * 2^7 = -11001100_B = \\ &= -(128 + 64 + 8 + 4) = \\ &= -204_D \end{aligned}$$

(-1)¹ – negativno število
2⁷ – pomik vejice za 7 mest desno

Plavajoča vejica (pretvorba)

Podano je desetiško število X – izračunajte zapis v IEEE 754 (enojna natančnost). Podajte s , E in mantiso!

$$X = 0,3125_D$$

- Pretvorba v dvojiški sistem:

Množenje	Zmnožek	C
$0,3125 \cdot 2$	0,625	0
$0,625 \cdot 2$	1,25	1
$0,25 \cdot 2$	0,5	0
$0,5 \cdot 2$	1	1



$$X = 0,0101_B$$

Plavajoča vejica (pretvorba)

- Zapis v eksponentnem formatu:

$$X = (-1)^s * 1, \mathbf{b_{22} b_{21} \dots b_0} * 2^e$$

$$X = 0,0101_B = 1,01 * 2^{-2} = (-1)^0 * 1, \mathbf{01} * 2^{-2}$$

- $s = 0$, $e = -2$
- $E = e + 127 = -2 + 127 = 125_D = 01111101_2$

s	E	$b_{22} b_{21}$	\dots	b_0
0	01111101	01000000000000000000000000000000		$_B$

- Dvojiško: 0011 1110 1010 0000 0000 0000 0000 0000 $_B$
- Šestnajstiško: 3EA00000 $_H$

Boolova algebra

- Zapis operacij konjunkcije in disjunkcije v pravilnostni tabeli

x	$x \vee 0 = x$	$x \cdot 1 = x$
0	$0 \vee 0 = 0$	$0 \cdot 1 = 0$
1	$1 \vee 1 = 1$	$1 \cdot 1 = 1$

x	y	$x \cdot \bar{y}$	$x \vee \bar{y}$
0	0	0	1
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1

- Poenostavljanje logične funkcije

$$f = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot z = \bar{x} \cdot z (\bar{y} \vee y) = \bar{x} \cdot z \cdot 1 = \bar{x} \cdot z$$

$$\begin{aligned} f &= \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \vee \bar{x} \cdot y \cdot z \vee x \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} \vee x \cdot y \cdot z = \\ &= \bar{x} \cdot z (\bar{y} \vee y) \vee x \cdot \bar{y} (\bar{z} \vee z) = \bar{x} \cdot z \vee x \cdot \bar{y} \end{aligned}$$

Številski sistemi - naloge

1. Zapiši svoj rojstni dan kot desetiško število N v obliki $ddmm$ (22. januar = 2201_D).
2. Pretvori N v dvojiško število (list in svinčnik)!
3. Pretvori N v šestnajstiško število z računalom!
 - pomagaj si s programom "Calculator"
 - Start → All programs → Accessories → Calculator
 - Glavni meni: View → Programmer
 - Dec → Hex
4. Pretvori število 541_6 ($r=6$) v petiško število ($r=5$)!
5. Števili 11 in -7 pretvori v dvojiški zapis in ju seštej!
6. Zapiši destiško število $X=0.5$ v plavajoči vejici
7. Poenostavi zapis in preveri rezultat v pravilnostni tabeli

$$f = \bar{x}.\bar{y}.z \vee \bar{x}.y$$