

Teoretični del izpita iz matematike I za kemike, 19. 2. 2010

1. Določi limito zaporedja $a_n = (1 + \frac{1}{n})^{2n-3}$ ter ugotovi, ali je to zaporedje omejeno, naraščajoče oziroma padajoče. (Odgovore utemelji.)

2. Natančno navedi Lagrangeov izrek. Nato z njegovo pomočjo dokaži, da je $|\sin x - \sin y| \leq |x - y|$ za vsaka $x, y \in \mathbb{R}$.

3. Funkciji $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ poišči inverzno funkcijo f^{-1} ter izračunaj odvoda $f'(x)$ in $(f^{-1})'(x)$.

4. Izpelji formulo za prostornino vrtenine, ki nastane, ko se lik, omejen z grafom (zvezno odvedljive) naraščajoče funkcije $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, abscisno osjo ter premicama $x = a$ in $x = b$ zavrti okrog:

(i) abscisne osi;

(ii) ordinatne osi.