

### 3. kolokvij iz MATEMATIKE 1 za študente kemije

12. april 2001

Vpisna številka:

Ime in priimek:

Vrsta:

Sedež:

1. Izračunaj integrala

(a) [10]

$$\int e^x \sin(e^x) dx$$

(b) [15]

$$\int_1^{e^3} x \ln x dx$$

2. (a) [10] Izračunaj integral

$$\int \frac{5x + 2}{x^3 + x} dx .$$

(b) [15] Ugotovi, ali obstaja integral

$$\int_1^{\infty} \frac{5x + 2}{x^3 + x} dx$$

in odgovor utemelji. Če obstaja, ga izračunaj.

3. (a) [10] Ugotovi, ali je množica  $A = \{\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n; x_1 \geq 0\}$  vektorski podprostor v  $\mathbb{R}^n$  in odgovor utemelji.

(b) [15] Naj bodo  $\vec{a} = (1, 0, -1, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 1, 2, 0)$ ,  $\vec{c} = (0, 1, 0, -2)$  in  $\vec{d} = (3, -1, 0, 6)$  vektorji v  $\mathbb{R}^4$ . Ali so  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  in  $\vec{d}$  linearno neodvisni? Odgovor utemelji. Zapiši vektor  $\vec{e} = (2, -1, 1, 4)$  kot linearno kombinacijo vektorjev  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  in  $\vec{d}$ , če je to mogoče.

4. [25] Dani sta premici  $p$  in  $q$  ter ravnina  $\Sigma$ :

$$\begin{aligned} p & : x - 2 = y - 3 = \frac{z + 2}{-1} , \\ q & : x = \frac{y}{-1} = z , \\ \Sigma & : 2x - y = 0 . \end{aligned}$$

Izračunaj presečišče premice  $p$  in ravnine  $\Sigma$  in ga označi z  $B$ . Določi ravnino  $\Pi$ , ki ne seka premice  $q$ , in na kateri ležita točki  $A(2, -1, 0)$  in  $B$ .

5. [25] Naj bo  $A : V \rightarrow V$  linearna preslikava na  $n$ -razsežnem vektorskem prostoru  $V$ . Pokaži, da je  $A^2 = 0$  natanko tedaj, ko je  $\mathcal{R}_A \subseteq \mathcal{N}_A$ . Sklepaj od tod, da je  $\text{rang}(A) \leq \frac{n}{2}$ , če je  $A^2 = 0$ .