

4. kolokvij iz MATEMATIKE 1 za študente kemije

24. maj 2001

Vpisna številka:

Ime in priimek:

Vrsta:

Sedež:

1. [25] Izračunaj determinanto

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. [25] Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & a+1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2-a & a+1 \\ 2 & 1 & 6-a & -a \end{bmatrix}.$$

Izračunaj rang matrike A v odvisnosti od parametra a . Ali je matrika A v primeru, kadar je $a = 1$ obrnljiva? Odgovor utemelji!

3. [25] Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Določi matriko X , ki reši enačbo $(A + 2B)X = A - 2I$.

4. Dana sta vektorja \vec{a} in \vec{b} v \mathbb{R}^3 . Naj bo $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ linearna preslikava podana s predpisom $\mathcal{A}\vec{x} = 2\vec{x} + (\vec{a} \cdot \vec{x})\vec{b}$.

(a) [15] V primeru $\vec{a} = (-1, 0, 2)$ in $\vec{b} = (0, 1, -1)$ določi matriko A , ki pripada preslikavi \mathcal{A} v standardni bazi. Poišči kakšno bazo za \mathcal{N}_A in kakšno bazo za \mathcal{R}_A .

(b) [10] Kakšna mora biti zveza med splošnima vektorjema \vec{a} in \vec{b} , da je $\mathcal{N}_A = \{0\}$?

5. [10] Naj bosta x in y poljubna vektorja v evklidskem prostoru.

Pokaži, da je $\|x\| = \|y\|$ natanko tedaj, ko sta vektorja $x - y$ in $x + y$ pravokotna.