

## 4. kolokvij iz MATEMATIKE 1 za študente kemije

30. maj 2003

Vpisna številka:  
Vrsta:

Ime in priimek:  
Sedež:

1. Naj bosta  $\vec{p}$  in  $\vec{q}$  vektorja v  $\mathbb{R}^3$  za katera velja  $|\vec{p}| = 2$ ,  $|\vec{q}| = 3$  in kot med njima je  $\frac{\pi}{3}$ . Naj bo  $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$  in  $\vec{b} = \vec{p} + \vec{q}$ . Izračunaj  $|\vec{a}|$ ,  $|\vec{b}|$  in kot med vektorjema  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .
2.
  - a) Določi enačbo premice  $p$ , ki gre skozi točki  $A(1, 1, 1)$  in  $B(2, 0, -1)$ .
  - b) Napiši enačbo ravnine  $\Sigma$ , na kateri leži točka  $C(0, 1, -3)$  in ki je pravokotna na premico  $p$ .
  - c) Ali točka  $D(0, 1, 2)$  leži na premici  $p$ ?
  - d) Ali točka  $E(-1, 3, 5)$  leži na ravnini  $\Sigma$ ?
3. Naj bodo  $\vec{a} = (1, 1, 2, 2)$ ,  $\vec{b} = (1, 2, 3, 1)$  in  $\vec{c} = (0, 1, 3, 2)$  vektorji v  $\mathbb{R}^4$ .
  - a) Pokaži, da so vektorji  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  in  $\vec{c}$  linearne neodvisni.
  - b) Izrazi vektor  $\vec{d} = (1, 1, 4, 5)$  kot linearne kombinacijo  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  in  $\vec{c}$ .
  - c) Ali je vektor  $\vec{e} = (1, 0, 4, 4)$  linearna kombinacija  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  in  $\vec{c}$ ?
  - d) Poišči tak vektor  $\vec{f}$ , da bodo vektorji  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  in  $\vec{f}$  baza vektorskega prostora  $\mathbb{R}^4$ .
4. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 9 \end{bmatrix}.$$

Določi bazo jedra  $A$  in bazo zaloge vrednosti  $A$ .

5. Naj bo  $V$  evklidski prostor.
  - a) Napiši Cauchy-Schwartz-Bunjakovskega neenakost.
  - b) Dokaži, da za vsa realna števila  $x, y, z$  in  $w$  velja neenakost
$$(x - y + z - w)^2 \leq 4(x^2 + y^2 + z^2 + w^2).$$