

/rd/	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
F'	0	30	45	60	90	180	270
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞
ctg	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0

$x^n = ?$

x/n	2	3	4	5
2	4	8	16	32
3	9	27	81	243
4	16	64	256	1024
5	25	125	625	3125
6	36	216	1296	7776
7	79	343	2401	
8	64	512	4096	
9	81	729	6561	
10	100	1000	10000	
11	121	1331		
12	144	1728		
13	169			
14	196			
15	225			
16	256			
17	289			
18	324			
19	361			
20	400			

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \pm \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp \sin \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(\pi \pm \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi \pm \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(k\pi \pm \alpha) = \pm \sin \alpha$$

$$\cos(k\pi \pm \alpha) = \pm \cos \alpha$$

$$\sin(k\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(k\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(k2\pi \pm \alpha) = \pm \sin \alpha$$

$$\cos(k2\pi \pm \alpha) = \pm \cos \alpha$$

$$\sin(k2\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(k2\pi + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$$

$$\operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}$$

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$$

$$\operatorname{sh}(-x) = -\operatorname{sh} x$$

$$\operatorname{ch}(-x) = \operatorname{ch} x$$

$$\operatorname{th}(-x) = -\operatorname{th} x$$

$$\operatorname{cth}(-x) = -\operatorname{cth} x$$

$$\operatorname{ars} \operatorname{sh} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$$

$$\operatorname{arth} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$$

EULERJEVE

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

FORMULE:

$$e^{k2\pi i} = 1; k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -\operatorname{sh}(ix)$$

$$\cos x = \operatorname{ch}(ix)$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\alpha \mp \beta)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{3 \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}^3 \alpha}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} 3\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^3 \alpha - 3 \operatorname{ctg} \alpha}{3 \operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

$$z = a + bi$$

$$\bar{z} = a - bi$$

$$|z| = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z \cdot w| = |z| \cdot |w|$$

$$z \cdot \bar{w} = \bar{z} \cdot w$$

$$|z + w| \leq |z| + |w|$$

$$|z - w| \geq ||z| - |w||$$

$$z = a + bi$$

$$z = |z| \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{b}{a} + k\pi, k = 0, 1, 2$$

$$a = 0, b > 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$a = 0, b < 0 \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{2}$$

$$a > 0, b = 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

$$a < 0, b = 0 \Rightarrow \varphi = \pi$$

$$z \cdot w = |z| \cdot |w| \cdot (\cos(\varphi + \varphi) + i \sin(\varphi + \varphi))$$

$$\frac{z}{w} = \frac{|z|}{|w|} \cdot (\cos(\varphi - \varphi) + i \sin(\varphi - \varphi))$$

$$z^+ = |z|^+ \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$z^- = |z|^- \cdot (\cos \varphi - i \sin \varphi)$$

$$x^n - z = 0$$

$$x_{k+1} = \sqrt[n]{z} \cdot (\cos \frac{\varphi + k2\pi}{n})$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \sin \frac{1}{x}) = 0$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, n \in \mathbb{N}$$

$$\binom{r}{k} = \frac{r \cdot (r-1) \cdot (r-2) \cdot \dots}{k!}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

PRAŠTEVILA:

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97$$

$$\pi \approx 3,1416 \approx \frac{22}{7}$$

$$\pi^2 \approx 9,8696$$

$$e \approx 2,71828$$

$$\sqrt{2} \approx 1,4142$$

$$\sqrt{3} \approx 1,7321$$

$$\sqrt{5} \approx 2,2361$$

$$\sqrt{7} \approx 2,6458$$

$$\sqrt{11} \approx 3,3166$$

$$\sqrt{13} \approx 3,6056$$

$$\sqrt{19} \approx 4,3589$$

$$\sqrt[3]{2} \approx 1,2599$$

$$\sqrt[3]{3} \approx 1,4422$$

$$\sqrt[3]{5} \approx 1,7100$$

$$\sqrt[3]{7} \approx 1,9129$$

$$\ln 2 \approx 0,6931$$

$$\log 2 \approx 0,3010$$

$$\log e \approx 0,4323$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} a \cdot q^n$$

$$s = \frac{a}{1-q}, |q| < 1, a \neq 0$$

$$s_n = \begin{cases} a \cdot \frac{1-q^{n+1}}{1-q}, |q| < 1, a \neq 0 \\ n \cdot a, q = 1, a \neq 0 \end{cases}$$

NEDOLOČENI IZRAZI:

$$\frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, \infty \cdot 0, \infty - \infty, 1^{\infty}$$

DIVERGENTNE VRSTE:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

KONVERGENTNE VRSTE:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^k} \quad k > 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^k} \quad k > 0$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a^n \quad |q| < 1, a \neq 0$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(n-1)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1; & x < 0 \\ 0; & x = 0 \\ 1; & x > 0 \end{cases}$$

D: in obnašanje na robovih; ničle; f(0); f' (intervali naraščanja in padanja, ekstremi); f'' (intervali konveksnosti in konkavnosti, prevoji)

KANDIDATI ZA EKSTREME:

- ničle f
- krajšča intervala
- točke, kjer f ni odvedljiva

$$f(x) = g(x) \text{ na } I$$

$$f'(x) = g'(x) \implies f(x) - g(x) = \text{konst.}$$

$$f(a+h) \approx f(a) + f'(a) \cdot h$$

D: Vsoto vrste $(v) a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$ imenujemo **KONVERGENTNO**, če je

konvergentno zaporedje njenih delnih vsot. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$. Če zaporedje delnih vsot ne konvergira, je vrsta **DIVERGENTNA**.

Če je vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentna, potem je $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

D: Vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je **ABSOLUTNO KONVERGENTNA**, če je konvergentna vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$$

Konvergentna vrsta, ki ni absolutno konvergentna, je **POGOJNO KONVERGENTNA**.

T: Vsaka absolutno konvergentna vrsta je konvergentna.
D: $\{(v_1): a_1+a_2+\dots; (v_2): b_1+b_2+\dots\}$ Vrsta (v_2) je **MAJORANTA** za vrsto (v_1) , če je

$$|a_n| \leq |b_n| \quad \forall n$$

Tedaj je (v_1) **MINORANTA** za (v_2) .

PRIMERJALNI KRITERIJ: Če konvergira vrsta absolutno, potem konvergira absolutno tudi vsaka njena minoranta

$$(a_n \leq b_n \quad (\forall n; a_n, b_n > 0)); \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ konvergentna}$$

Če vrsta divergira, divergira tudi vsaka njena majoranta

$$(a_n \geq b_n \quad (\forall n; a_n, b_n > 0)); \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{ divergentna}$$

T: **KVOCIENTNI ALI D'ALAMBERTOV KRITERIJ:**

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, a_n > 0; \quad d_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} \quad d = \lim_{n \rightarrow \infty} d_n$$

Če je $d < 1$,

potem vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergira. Če je $d > 1$, vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergira.

T: **KORENSKI ALI CAUCHYJEV KRITERIJ:** Predpostavimo, da

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, a_n > 0; \quad c_n = \sqrt[n]{a_n} \quad c = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n$$

Če je $c < 1$, vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

konvergira. Če je $c > 1$, potem vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergira.

ALTERNIRAJOČA VRSTA je vrsta, katere členi izmenjujejo predznak: $a_1 - a_2 + a_3 - \dots$ ali $-a_1 + a_2 - a_3 + \dots$ ($a_n \geq 0$).

T: **LEIBNITZOV KRITERIJ:** Če v alternirajoči vrsti $a_1 - a_2 + a_3 - \dots$ členi $a_n \geq 0$ padajo proti 0

$$(a_{n+1} \leq a_n \quad \forall n \text{ in } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0)$$

potem je vrsta (pogojno) konvergentna.

D: **FUNKCIJA** $f: D \rightarrow R$ je predpis, ki vsakemu $x \in D$ priredi točno določeno

$$\text{element } f(x) \in R$$

Graf f je $\{(x, f(x)); x \in D\}$

D: **ZALOGA VREDNOSTI** funkcije f je

$$R_f = \{f(x); x \in D\}$$

D: Funkcija $f: D \rightarrow R$ je **SURJEKTIVNA**, če je

$$R_f = R$$

, se pravi, če je vsak $y \in R$ slika kakega

$x \in D$. Vsaka vzporednica z osjo x seka graf funkcije f. Funkcija

$f: D \rightarrow A \subseteq R$ je surjektivna, če je

$$\forall x \in A \text{ slika vsaj enega } x \in D$$

D: Funkcija $f: D \rightarrow R$ je **INJEKTIVNA**, če velja:

$$x_1, x_2 \in D; x_1 \neq x_2 \implies f(x_1) \neq f(x_2)$$

Če $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$. Vsaka

vzporednica z osjo x seka graf funkcije f kvečjemu enkrat. Funkcija

$f: D \rightarrow A \subseteq R$ je injektivna, če je

$$\forall x \in A \text{ slika kvečjemu enega } x \in D$$

D: Funkcija $f: D \rightarrow R$ je **BIJEKTIVNA**, če je injektivna in surjektivna.

D: **KOMPOZITUM** $g \circ f$ je definiran kot

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Ni komutativen, je pa

asociativen.

D: **IDENTIČNA PRESLIKAVA (IDENTITETA)** na množici D vsak x preslika samega vase. $i_D(x) = x$

D: **KONSTANTNA PRESLIKAVA** je:

$$f(x) = c \in R; \forall x \in D$$

D: **INVERZNA PRESLIKAVA** f, f^{-1} , je definirana kot

$$f^{-1}: A \rightarrow D \quad \forall x \in A \text{ preslika v tisti}$$

$x \in D$, ki ga f preslika v y.

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

D: Funkcija f je (**NAVZGOR, NAVZDOL**) **OMEJENA**, če je taka njena zaloga vrednosti.

f je **NAVZGOR OMEJENA**

$$\exists M \in R : f(x) \leq M, \forall x \in D$$

f je **NAVZDOL OMEJENA**

$$\exists m \in R : f(x) \geq m, \forall x \in D$$

f je **OMEJENA**, če je omejena navzgor in navzdol.

D: Funkcija $f: D \rightarrow R$ je (**STROGO**) **NARAŠČAJOČA**, če

$$x_1, x_2 \in D; x_1 < x_2 \implies f(x_1) < (<=) f(x_2)$$

D: Funkcija $f: D \rightarrow R$ je (**STROGO**) **PADAJOČA**, če

$$x_1, x_2 \in D; x_1 > x_2 \implies f(x_1) > (>=) f(x_2)$$

D: Funkcija $f: D \rightarrow R$ je **SODA / LIHA**, če je za

$$\forall x \in D \text{ tudi } -x \in D \text{ in je}$$

$$f(-x) = f(x)$$

$f(-x) = -f(x)$. Funkcija f je soda, če

je njen graf simetričen glede na os y. Funkcija f je liha, če je njen graf simetričen glede na koordinatno izhodišče.

D: $f: D \rightarrow R$;

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$$

T: Vsota, razlika, produkt in kvocient dveh sodih funkcij ter produkt in kvocient dveh lihih funkcij je soda funkcija. Vsota in razlika dveh lihih funkcij je liha funkcija.

D: $0 \in R$ je **NIČLA** funkcije f, če je

$$f(0) = 0$$

. V tej točki seka graf funkcije f os x.

D: V $0 \in R$ je **POL** funkcije f, če je

$$\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| = \infty$$

D: $f: D \rightarrow R$, $a \in D$. Funkcija f je **ZVEZNA V TOČKI** a,

$$(\forall \epsilon > 0) (\exists \delta > 0) (\forall x \in D) (|x - a| < \delta \implies |f(x) - f(a)| < \epsilon)$$

. Funkcija f je **ZVEZNA**, če je zvezna za vsak $a \in D$

T: Funkcija $f: D \rightarrow R$ je zvezna v točki

$$a \in D$$

natanko taktar, ko za vsako zaporedje

$$(x_n) \subseteq D$$

, ki konvergira proti a, konvergira

zaporedje $(f(x_n))$ proti $f(a)$.

T: Vsota, razlika in produkt zveznih funkcij so zvezne funkcije. Kvocient dveh zveznih funkcij je zvezen v točkah a, kjer

$$g(a) \neq 0$$

. Kompozitum dveh zveznih funkcij je

zvezna funkcija.

T: I, J sta intervala, $f: I \rightarrow J$ je zvezna bijekcija.

Potem je f strogo monotona (strogo naraščajoča ali strogo padajoča), njena inverzna funkcija pa je tudi zvezna in strogo monotona.

D:

$$b = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \iff (\forall \epsilon > 0) (\exists \delta > 0) (|x - a| < \delta \implies |f(x) - b| < \epsilon)$$

ASIMPTOTE:

$$\text{vodoravna: } y = b; b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$$

navpična:

$$x = a; \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm\infty \wedge \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \mp\infty$$

poševna:

$$y = kx + n; \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [kx + n - f(x)] = 0$$

T: Naj bo $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna, $a < b$, $f(a) \cdot f(b) \leq 0$. Potem

$$\exists c \in [a, b] : f(c) = 0 \quad (\text{METODA BISEKCIJE})$$

T: Zvezna funkcija je na zaprtim intervalu omejena.

$$T: f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, \text{ zvezna, } M = \sup_{x \in [a, b]} f(x)$$

$$m = \inf_{x \in [a, b]} f(x) \quad \text{Potem}$$

$$\exists x_M \in [a, b] : f(x_M) = M \quad \text{in}$$

$$\exists x_m \in [a, b] : f(x_m) = m \quad \text{, da za}$$

$$\forall c \in [m, M] \exists x_c \in [a, b] : f(x_c) = c$$

T: Če je $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ injektivna zvezna funkcija, potem je f bodisi strogo naraščajoča

bodisi strogo padajoča; če $f: [a, b] \rightarrow]c, d[$, potem je inverzna preslikava

$$f^{-1}:]c, d[\rightarrow]a, b[\quad \text{tudi zvezna in strogo monotona.}$$

D: $D \subseteq \mathbb{R}, f: D \rightarrow \mathbb{R}$. Funkcija f je enakomerno zvezna na D, če

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 (\forall x, y \in D) (|x - y| < \delta \implies |f(x) - f(y)| < \epsilon)$$

Če Vsaka enakomerno zvezna funkcija je zvezna.

T: Vsaka zvezna funkcija $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ je na zaprtim intervalu [a,b] enakomerno zvezna.

D: **ODVOD** funkcije f v točki x_0 je

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Geometrijsko je odvod smerni koeficient tangente na graf funkcije.

Funkcija f je v točki x_0 **ODVEDLJIVA**, če $\exists \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

$$(kx + n)' = k$$

$$(C)' = 0$$

$$(C \cdot f)'(x) = C \cdot f'(x)$$

$$\left(\sum_{i=1}^n f_i \right)'(x) = \sum_{i=1}^n f_i'(x)$$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}; n \in \mathbb{R}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a; a > 0$$

$$(a^x)^{(n)} = a^x \cdot \ln^n a; a > 0$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$x = e^{\ln x}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\ln x)^{(n)} = \frac{(n-1)!}{x^n}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(tg x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(ctg x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

T: Naj bosta f in g odvedljivi funkciji. Potem so odvedljivi tudi vsota, razlika, produkt in kvocient (kjer $g \neq 0$).

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g} \right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}; g(x) \neq 0$$

T: Vsaka odvedljiva funkcija je zvezna.

T: f in g sta odvedljivi funkciji. $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}; u = g(x), y = f(u)$$

T: f je odvedljiva in bijektivna. Potem je f^{-1} tudi odvedljiva in velja:

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

VIŠJI ODVODI:

$$f^{(n)}(x) = \frac{d^n y}{dx^n} = (f^{(n-1)}(x))'$$

D: V točki x_m je **LOKALNI MINIMUM** funkcije f, če

$$\exists \delta > 0 : f(x_m) \leq f(x) \quad \forall x \in (x_m - \delta, x_m + \delta)$$

V točki x_M je **LOKALNI MAKSIMUM** funkcije f, če

$$\exists \delta > 0 : f(x_M) \geq f(x) \quad \forall x \in (x_M - \delta, x_M + \delta)$$

T: f, f' in f'' so zvezne funkcije. Če je $f'(x_0) = 0$ in

$$f''(x_0) > 0, \text{ potem je v } x_0 \text{ lokalni maksimum.}$$

Če je $f'(x_0) = 0$ in $f''(x_0) < 0$, potem je

v x_0 lokalni minimum.

D: Točka x_0 je **STACIONARNA** za funkcijo f, če je

$$f'(x_0) = 0$$

D: Funkcija $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ je **KONVEKSNA**, če za

$x_1 < x < x_2$ iz [a,b] velja

$$f(x) \leq \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} (x - x_1) + f(x_1)$$

Funkcija $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ je **KONKAVNA**, če za $x_1 < x < x_2$

iz [a,b] velja

$$f(x) \geq \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} (x - x_1) + f(x_1)$$

Če je funkcija levo od x_0 konveksna, desno pa konkavna (ali obratno), pravimo, da je v x_0 **PREVOJ** funkcije f.

T: Če je f naraščajoča funkcija in $f'' > 0$, je funkcija konveksna, če

pa je f padajoča in $f'' < 0$, je funkcija konkavna. Če je x_0 prevoj za

f, je $f''(x_0) = 0$.

LAGRANGEOV IZREK: Naj bo $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna

funkcija in odvedljiva na (a,b). Če je $f(a) = f(b)$, potem

$$\exists \xi \in (a, b), \text{ da je}$$

$$f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

L'HOPITALOVO PRAVILO:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}, \frac{0}{0}$$

TAYLORJEVA FORMULA:

f je $(n+1)$ -krat odvedljiva

$$f(x) = T_n + R_n$$

$$T_n = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} \cdot (x-a)^k$$

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \cdot (x-a)^{n+1} \quad \xi \in (a, x)$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$ (f je ∞ -krat odvedljiva)

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} \cdot (x-a)^k$$

KONVERGENCA TAYLORJEVE VRSTE:

$$\exists R : x \in (a-R, a+R) \text{ konvergira}$$

$$x \in (-\infty, a-R) \cup (a+R, \infty)$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \forall x$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad \forall x$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad \forall x$$

$$\operatorname{sh} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\operatorname{ch} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad x \in (-1, 1]$$

$$(1+x)^r = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{r}{n} \cdot x^n \quad x \in (-1, 1), r \in \mathbb{R}$$

$$(a+b)^r = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{r}{n} \cdot a^{r-n} \cdot b^n \quad |a| > |b|$$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad x \in (-1, 1)$$

DIFERENCIAL: $dy = f'(x_0) dx$

NEDOLOČENI INTEGRAL:

$$F(x) = \int f(x) dx \iff f(x) = F'(x)$$

$$G(x) = F(x) + C \iff G'(x) = F'(x)$$

$$\int (f \pm g) dx = \int f dx \pm \int g dx$$

$$\int C \cdot f dx = C \cdot \int f dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du \quad \text{PERPARTES}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln |x| + C$$

$$\int \frac{f'}{f} dx = \ln |f| + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C ; n \neq -1$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \operatorname{sh} x dx = \operatorname{ch} x + C$$

$$\int \operatorname{ch} x dx = \operatorname{sh} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \operatorname{arcsin} x + C$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+k}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2+k} \right| + C$$

DOLOČENI INTEGRAL:
RIEMANNOVA VSOTA:

$$S_p(f) = \sum_{i=1}^n f(\xi_i)(x_i - x_{i-1}) ; \xi_i \in [x_i, x_{i-1}]$$

DELITEV ALI PARTICIJA INTERVALA $[a, b]$: končna množica točk

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{i-1} < x_i < \dots < x_n = b$$

$$\Delta_i x = x_i - x_{i-1}$$

$$\Delta_p = \max_{1 \leq i \leq n} \Delta_i x$$

D: **RIEMANNOV INTEGRAL:** Število I je limita Riemannovih vsot:

$$I = \lim_{\Delta_p \rightarrow 0} S_p(f) \Leftrightarrow (\forall \epsilon > 0) (\exists \delta > 0)$$

Če limita Riemannovih vsot $S_p(f)$ obstaja, pravimo, da je f na intervalu $[a, b]$ integrabilna v Riemannovem smislu.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\Delta_p \rightarrow 0} S_p(f)$$

I: Vsaka zvezna funkcija $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ je integrabilna. To velja tudi za funkcije, ki so nezvezne v končno ali števno neskončno mnogo točkah.

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b C \cdot f(x) dx = C \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

T: $a \leq b; f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ Če je $f(x) \leq g(x)$,

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$$

P:

$$m \leq f(x) \leq M \quad \forall x \in [a, b] \quad b \geq a \Rightarrow m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$$

T: Če je $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna,

$$\exists \xi \in [a, b] : \int_a^b f(x) dx = f(\xi)(b-a)$$

IZREK O POVPREČNI VREDNOSTI: Na intervalu $[a, b]$ obstaja taka točka ξ , da velja, da je

$$f(\xi) = c \quad f(\xi) = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) dx$$

T:

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx \quad a \leq b$$

OSNOVNI IZREK INTEGRALSKEGA RAČUNA: Če je f zvezna funkcija, je njen določeni integral

$$F(t) = \int_a^t f(x) dx \quad \text{odvedljiva funkcija}$$

zgornje meje r in velja: $F'(t) = f(t)$

P: **(DRUGI OSNOVNI IZREK INTEGRALSKEGA RAČUNA):** Če je

$$G'(x) = f(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

$$\int_a^b f(x) dx = G(x) \Big|_a^b = G(b) - G(a)$$

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

T: Če je $\varphi: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ monotona odvedljiva funkcija in f zvezna, potem velja

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt$$

, če je $\varphi(a) = a$ in $\varphi(b) = b$

D: **IZLIMITIRANI INTEGRALI:**

$$\int_a^\infty f(x) dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$$

Če limita obstaja, pravimo, da je integral

$$\int_a^\infty f(x) dx \quad \text{konvergenten, če pa ne, je}$$

divergenten.

$$\int_a^\infty \frac{dx}{x^r} = \frac{a}{r-1} \quad r > 1$$

D:

$$\int_a^\infty f(x) dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$$

Integral $\int_a^\infty f(x) dx$ je absolutno konvergenten,

$$\text{če je konvergenten integral } \int_a^\infty |f(x)| dx$$