

2. DOMAČA NALOGA - KEMIJA

predmet: MATEMATIKA 1

asist. Andreja Drobnič Vidic

ZAPOREDJA IN VRSTE

Matematika lahko odkrije zaporedje celo v kaosu.

S. Stein

1. Izračunaj naslednje limite:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3\sqrt{n}}{n(\sqrt{n} - 2)}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} + n}{\sqrt[3]{n^4} - 1}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 2 \cdot 3^{n-1}}{4 - 3^n}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3e^n + 2}{2e^{n+1} + 3}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{2n - \sqrt{4n^2 - 2}}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n-1}\right)^{2n}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3(n^2 + 1)}{3n^2 + 1}\right)^{n^2}$

2. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{n+2}{2n-3}$.

- a) Zapiši nekaj začetnih členov in ugotovi, ali je zaporedje monotono.
- b) Ali ima zaporedje natančno spodnjo in zgornjo mejo?
- c) Ali je 0,555 člen zaporedja?

3. Dan je splošni člen zaporedja $a_n = \frac{2}{n^2 + 3n + 2}$.

- a) Ali je zaporedje monotono?
- b) Ali je število $1/2$ zgornja meja zaporedja?
- c) Določi limito in ugotovi, koliko členov zaporedja je zunaj ϵ -ske okolice limite $\epsilon = \frac{1}{100}$.

4. Dan je splošni člen zaporedja $a_n = 3 \frac{10^{n-1}}{n!}$.

- a) Ali je zaporedje monotono?
- b) Ali je zaporedje navzdol omejeno?
- c) Ali zaporedje ima limito?

5. Poišči čim več lastnosti za zaporedje s splošnim členom

- $a_n = (-1)^n - \frac{1}{n}$,
- $a_n = \frac{(-1)^n}{n} + 1$,
- $a_n = \left(\frac{1}{n} - 1\right) \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$,

6. Za zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{-2n + 5}{4n + 6}$ ugotovi,

- a) ali je monotono,
- b) koliko členov je zunaj ϵ -ske okolice limite ($\epsilon = 0.001$) in
- c) kolikšna je natančna zgornja in spodnja meja.

7. Dano je zaporedje s splošnim členom $a_n = \frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$. Določi limito in ugotovi, koliko členov zaporedja je zunaj ϵ -ske okolice limite $\epsilon = \frac{1}{100}$.

8. *Divergentne vrste so v celoti hudičeva iznajdba in sremota je, da si na njih upajo graditi kakršnekoli dokaze. Z njihovo uporabo je mogoče izpeljati karkoli in prav one so povzročile toliko neuspehov in paradoksov. Si lahko predstavljate kaj bolj nesprejemljivega kot trditev, da je $0 = 1 - 2^n + 3^n - \dots$, kjer je n naravno število? Risum, teneatis, amici? (Horacijeve besede: "Mar lahko zadržujete smeh, prijatelji? ")*

N.H. Abel

Za splošno geometrijsko vrsto izpelji n -to delno vsoto in neskončno vsoto.

9. Antibiotik razpada v človeškem telesu z razpolovnim časom 2.5 ure. (V tem času razpade polovica mase antibiotika). Ob predpostavki, da pacient vzame 250 miligramsko tableto antibiotika vsakih 6 ur, izračunaj približno vrednost antibiotika v telesu takoj po končani terapiji (28 tablet).

10. Ugotovi, ali vrsta s splošnim členom a_n za naravna števila n konvergira.

- a) $a_n = 100 \cdot 2^{-3n+1}$
- b) $a_n = \frac{1}{n^2 + n}$
- c) $a_n = ne^{-n}$
- d) $a_n = \frac{n + 1}{\sqrt{n^5 + n + 1}}$