

3. DOMAČA NALOGA - KEMIJA

predmet: MATEMATIKA 1

asist. Andreja Drobnič Vidic

UPORABA ODVODOV

Diferencialni račun je omogočil stvari, za katere je pred tem kazalo, da presegajo človeške moči.

P.A. Sulina

1. Pod kakšnim kotom seka krivulja $f(x) = e^{\frac{x}{2}-1}$ ordinatno os?
2. Kupolast rezervoar za vodo ima v preseku obliko parabole. Nanj prislonimo lestev, da bi dosegli odprtino na vrhu parabolične cisterne. Kakšna je enačba premice, ki predstavlja lestev, prislonjeno na cisterno, če se ta dotika rezervoarja v točki $x = 1$, enačba parabole pa je $f(x) = 4 - x^2$ (vse količine so v metrih)? Pod kakšnim kotom stoji lestev? Kako bi stala lestev, če bi jo porinili na vrh rezervoarja?
3. Določi območje na realni osi, kjer graf funkcije $f(x) = \frac{\ln x}{2x}$ pada.
4. Tečaj evra se je v analiziranem letu spreminjal po enačbi $f(t) = 3t^4 - 28t^3 + 84t^2 - 96t + 239$, kjer spremenljivka t predstavlja mesece v letu. Ugotovi, kdaj je tečaj evra rasel.
5. Poišči prevoje funkcije $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$.
6. Na realni osi določi območja konveksnosti in konkavnosti za funkcijo $f(x) = x \cdot (\ln x)^2$.
7. Določi poševne asimptote za $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$.
8. Iz drage pločevine želimo izdelati cisterno v obliki valja za shranjevanje kurilnega olja. Kakšne naj bodo dimenzije cisterne, če želimo v njej shranjevati 2000 dm^3 kurilnega olja in želimo porabiti čim manj pločevine.
9. Iz treh desk dolžine l in širine a napravimo žleb, katerega prerez ima obliko enakokrakega trapeza. Določi nagib stranskih desk, da bo imel žleb največjo možno prostornino za shranjevanje oziroma pretok deževnice?
10. S pomočjo karakterističnih točk nariši graf funkcije $f(x) = \frac{\sqrt{1-4x^2}}{x}$.

11. S pomočjo karakterističnih točk nariši graf funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 1}{e^x}$.
12. Gostota standardizirane normalne (Gaussove) porazdelitve, ki igra zelo pomembno vlogo v statističnih raziskavah, je dana s funkcijo

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Nariši graf te funkcije! Kakšne lastnosti opaziš? Kako pa bi skiciral graf funkcije

$$p_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

glede na graf standardizirane normalne porazdelitve?

13. S pomočjo diferenciala izračunaj približno vrednost za $f(x) = \sqrt[5]{\frac{2-x}{2+x}}$ pri vrednosti $x = -0,05$.
14. Pokaži, da za $x > 0$ velja neenakost $\ln x \geq \frac{x-1}{x}$.
(Namig: Definiraj funkcijo $f(x) = \ln x - \frac{x-1}{x}$ in razišči lastnosti te funkcije.)