

MATEMATIKA 1 - naloge za 2. semester

1. Ali funkcija $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2}$ na intervalu $[-1, 1]$ ustreza pogojem Rollejevega izreka?

2. Izračunaj limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{2x}}{\ln(1+x)}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\operatorname{ch} \frac{1}{x} - 1 \right).$$

3. Katera točka na grafu funkcije

$$f(x) = \frac{2}{1+x^2}$$

je najbližja koordinatnemu izhodišču?

4. Dokaži, da ima funkcija

$$f(x) = x \sin \frac{1}{x}, \quad x > 0,$$

neskončno lokalnih ekstremov in oceni njen globalni minimum.

5. Razvij v Taylorjevo vrsto okrog $x = 0$ funkcijo $f(x) = \sin^2 x$.

6. Krožni izsek danega kroga zvijemo v plašč stožca. Kolikšen naj bo kot izseka, da bo prostornina stožca največja?

7. Izračunaj določene integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \, dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \, dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx, \quad n \in \mathbb{N}.$$

8. Izračunaj ploščino lika, ki ga od parabole $y = x^2$ odreže normala nanjo v točki z absciso -1 .

9. Koliko meri ploščina lika, ki ga omejuje krivulja z enačbo $4x^2 + y^2(1+x^2)^2 = 4$?

10. Izračunaj ploščino lika, omejenega s krivuljo $r = \cos 3\varphi$.

11. Poišči dolžino krivulje $x(t) = t^2$, $y(t) = \frac{1}{3}t^3 - t$ med njenima sečiščema z abscisno osjo.

12. Koliko merita prostornina in površina svitka, ki ga dobimo s sukanjem kroga s polmerom r okrog premice, ki je od središča tega kroga oddaljena R ?

13. Neomejeni lik $\{(x, y) : x \geq 0, 0 \leq y \leq e^{-x}\}$ vrtimo okrog abscisne osi. Ali ima dobljena vrtenina končno površino? Koliko meri njena prostornina?

14. Če sučemo lok sinusoide $f(x) = \sin x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, okrog ordinatne osi, dobimo stožčasto posodo (brez pokrova). Koliko meri njena prostornina?