Matematika 2 za kemike - 2. kolokvij

26.1.2001

A

Ime in priimek: Vpisna številka:

Vrsta: Kolona:

---

1. Naj bo $a > 0$. Dana je krivulja $\mathcal{K}$ s parametrizacijo

$$\vec{r}(t) = (a(\cos t + t\sin t), a(\sin t - t\cos t), \frac{\sqrt{3}}{2}at^2).$$

   (a) Parametriziraj krivuljo z naravnim parametrom.

   (b) Izračunaj enačbo pritisnjene ravnine v točki $T(\frac{a\pi}{2}, a, \frac{\sqrt{3}}{8}a\pi^2)$.

   (c) Izračunaj $\int\limits_{\mathcal{K}}(x^2 + y^2 + z^2)\,\mathrm{d}s$ od točke $T_1(a, 0, 0)$ do točke $T_2(-a, a\pi, \frac{\sqrt{3}}{2}a\pi^2)$.

2. Za vektorsko polje $\vec{F}(x, y, z) = (xy, yz, xz)$ izračunaj

$$\int\limits_{\mathcal{C}} \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r}\ ,$$

kjer je $\mathcal{C}$ daljica med točkama $A(1, 2, 3)$ in $B(3, 1, 1)$.

3. Izračunaj maso plošče

$$\mathcal{D} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \; : \; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9 \; , \; 0 \leq y \leq x\},$$

ki ima gostoto $\rho(x,y) = xy$.

4. Dano je območje $\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + z^2 \le 2z \ , \ x^2 + y^2 \le z^2\}$. S pomočjo Gaussovega izreka izračunaj

$$\iint_{\partial\mathcal{D}} \vec{F} \, \mathrm{d}\vec{S}$$

po zunanji strani ploskve $\partial\mathcal{D}$. Pri tem je $\vec{F} = (y \sin z, x \cos z, z^2)$.

Matematika 2 za kemike - 2. kolokvij

26.1.2001

B

Ime in priimek: Vpisna številka:

Vrsta: Kolona:

---

1. Naj bo $b > 0$. Dana je krivulja $\mathcal{K}$ s parametrizacijo

$$\vec{r}(t) = (b(\sin t - t\cos t), b(\cos t + t\sin t), \frac{\sqrt{3}}{2}bt^2).$$

   (a) Parametriziraj krivuljo z naravnim parametrom.

   (b) Izračunaj enačbo pritisnjene ravnine v točki $T(b, \frac{b\pi}{2}, \frac{\sqrt{3}}{8}b\pi^2)$.

   (c) Izračunaj $\int_{\mathcal{K}}(x^2 + y^2 + z^2)\,\mathrm{d}s$ od točke $T_1(0, b, 0)$ do točke $T_2(b\pi, -b, \frac{\sqrt{3}}{2}b\pi^2)$.

2. Za vektorsko polje $\vec{F}(x,y,z) = (xz, xy, yz)$ izračunaj

$$\int\limits_{\mathcal{C}} \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r}\ ,$$

kjer je $\mathcal{C}$ daljica med točkama $A(1,3,2)$ in $B(3,1,1)$.

3. Izračunaj maso plošče

$$\mathcal{D} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16 \ , \ 0 \leq y \leq x\},$$

ki ima gostoto $\rho(x,y) = xy$.

4. Dano je območje $\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z \ , \ x^2 + y^2 \leq z^2\}$. S pomočjo Gaussovega izreka izračunaj

$$\iint\limits_{\partial\mathcal{D}} \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{S}$$

po zunanji strani ploskve $\partial\mathcal{D}$. Pri tem je $\vec{F} = (z \sin y, z \cos x, z^2)$.