Matematika 2 za kemike - 3. kolokvij

24.4.2003

A

Ime in priimek: Vpisna številka:

---

1. Naj bo $a > 0$. Določi maso telesa, ki ga oklepajo ravnine

$$x + y + z = a, \quad x + y + z = 2a, \quad x + y = z, \quad x + y = 2z, \quad y = x, \quad y = 3x,$$

če je gostota v poljubni točki $T(x, y, z)$ enaka $\varrho(x, y, z) = \frac{1}{|z|x^2}$.

(*Namig: Koristno je uvesti nove spremenljivke* $x = \frac{uv}{(v+1)(w+1)}$, $y = \frac{uvw}{(v+1)(w+1)}$, $z = \frac{u}{v+1}$.)

2. Izračunaj

$$\iint_{\mathcal{P}} \frac{x^2 \, \mathrm{d}S}{x^2+y^2+z^2},$$

kjer je $\mathcal{P}$ del sfere $x^2+y^2+z^2=R^2$, omejen z ravninama $z=0$ in $z=\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

3. Dano je vektorsko polje $\vec{F} = (x, y, z)$. Izračunaj

$$\iint_{\mathcal{P}} \vec{F} \,\mathrm{d}\vec{S},$$

kjer je $\mathcal{P}$ ploskev, dana s parametrizacijo

$$x = (a + b\cos u)\cos v, \quad y = (a + b\cos u)\sin v, \quad z = b\sin u$$

ter $a, b > 0$, $u \in [0, \frac{\pi}{2}]$ in $v \in [0, 2\pi]$. Stran, v katero kaže normala ploskve, si lahko izbereš sam.

4. S pomočjo Gaussovega izreka izračunaj

$$\iint_{\mathcal{P}} \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{S},$$

kjer je $\vec{F} = (xy^2, x^2y, y^2z)$ in $\mathcal{P}$ zunanja stran roba telesa, omejenega s ploskvama $z = x^2 + y^2$ in $z = 5 - 4(x^2 + y^2)$.

Matematika 2 za kemike - 2. kolokvij

24.4.2003

B

Ime in priimek: Vpisna številka:

1. Naj bo $b > 0$. Določi maso telesa, ki ga oklepajo ravnine

$$x + y + z = b, \quad x + y + z = 2b, \quad x + y = z, \quad x + y = 2z, \quad y = x, \quad y = 3x,$$

če je gostota v poljubni točki $T(x, y, z)$ enaka $\varrho(x, y, z) = \frac{1}{|z|x^2}$.

(*Namig: Koristno je uvesti nove spremenljivke* $x = \frac{uv}{(v+1)(w+1)}$, $y = \frac{uvw}{(v+1)(w+1)}$, $z = \frac{u}{v+1}$.)

2. Izračunaj

$$\iint_{\mathcal{P}} \frac{y^2 \, \mathrm{d}S}{x^2 + y^2 + z^2},$$

kjer je $\mathcal{P}$ del sfere $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, omejen z ravninama $z = 0$ in $z = \frac{R}{2}$.

3. Dano je vektorsko polje $\vec{F} = (x, y, z)$. Izračunaj

$$\iint_{\mathcal{P}} \vec{F}\, \mathrm{d}\vec{S},$$

kjer je $\mathcal{P}$ ploskev, dana s parametrizacijo

$$x = (b + a\cos u)\cos v, \quad y = (b + a\cos u)\sin v, \quad z = a\sin u$$

ter $a, b > 0$, $u \in [0, \frac{\pi}{2}]$ in $v \in [0, 2\pi]$. Stran, v katero kaže normala ploskve, si lahko izbereš sam.

4. S pomočjo Gaussovega izreka izračunaj

$$\iint_{\mathcal{P}} \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{S},$$

kjer je $\vec{F} = (xy^2, x^2y, y^2z)$ in $\mathcal{P}$ zunanja stran roba telesa, omejenega s ploskvama $z = 4(x^2 + y^2)$ in $z = 5 - x^2 - y^2$.