

**Matematika 2 za kemike - 3. kolokvij**  
**11.5.2005**

Ime in priimek:

Vpisna številka:

1. Dana je ploskev

$$(2x + y)^2 + (x - y - z)^2 + (3x + 4y + 5z)^2 = 1.$$

S primerno uvedbo novih spremenljivk izračunaj volumen telesa, ki ga oklepa ta ploskev.

2. Poišči težišče telesa

$$\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\},$$

če je gostota dana z  $\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

3. Naj bo  $\mathcal{S}$  ploskev, določena s pogojem  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $0 \leq z \leq 1$ , orientirana tako, da normala kaže ven. Naj bo  $\vec{F} = x\vec{i} + y^2\vec{j} - z\vec{k}$ . Izračunaj ploskovni integral

$$\iint_{\mathcal{S}} \vec{F} \, d\vec{S}$$

na dva načina:

- (a) direktno,
- (b) z uporabo Gaussovega izreka.

4. Izračunaj krivuljni integral

$$\oint_C \vec{F} d\vec{r},$$

kjer je  $\vec{F} = (x - z, y - z, x^2)$ , krivulja  $C$  pa je rob ploskve  $\mathcal{S}$ , ki je del ravnine  $3x + y + 2z = 12$  v prvem oktantu. Krivulja je, gledano od zgoraj, orientirana v smeri gibanja urinega kazalca.