

## Statistična obdelava podatkov

4. skupina 25.10.2012					
	0,1 M	0,1 M	0,1 M	0,02 M	0,1 M
	HCl	HCl	NaOH	KMnO <sub>4</sub>	Na <sub>2</sub> S <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
	Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	KIO <sub>3</sub>	KHC <sub>8</sub> H <sub>4</sub> O <sub>4</sub>	Na <sub>2</sub> C <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	KIO <sub>3</sub>
1	0,09848	0,09993	0,1003	0,02167	0,1004
2	0,1014	0,09937	0,1007	0,02078	0,1013
3	0,09899	0,09914	0,09877	0,02133	0,1046
4	0,09960	0,1029	0,09932	0,02070	0,1036
5	0,09790	0,09920	0,09914	0,02132	0,09956
6	0,09781	0,1008	0,1006	0,02137	0,1010
7	0,09980	0,09968	0,09905	0,02102	0,09925
8	0,1005	0,09578	0,09840	0,02001	0,09909
9	0,09901	0,09760	0,1003	0,02183	0,09960
10	0,09835	0,1011	0,1003	0,02172	0,09965
11	0,1002	0,09881	0,09912	0,02131	0,1004

## Statistična obdelava podatkov

- povprečje ali aritmetična sredina  $\bar{x}$
- standardni odmik  $s$  ali  $\sigma$  ali  $SD$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

- relativni standardni odmik  $s_r$  ali  $\sigma_r$  ali  $RSD$   $s_r = \frac{s}{\bar{x}}$
- podajanje rezultata:

$$\bar{x} \pm s$$

zadnja številka pri rezultatu je tista, pri kateri se prične nenatančnost meritve, razvidna iz  $s$

$$\bar{x} \pm s$$

N	set 1	set 2
1	0,555	0,540
2	0,543	0,510
3	0,562	0,515
4	0,568	0,511
5	0,537	0,538
6	0,533	0,535
$\bar{x}$	0,549667	0,524833
$s$	0,014137	0,014247
$s_r$	0,02572	0,027145
$s_r$ v %	2,6	2,7
$\bar{x} \pm s$	0,55 $\pm$ 0,01	0,52 $\pm$ 0,01

## Q-test

Ali imamo prisotne "osamelce"?

Tabela 11: Vrednosti  $Q_{\text{krit}}$  za 95-% stopnjo verjetnosti

Število meritev	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$Q_{\text{krit}}$	0,97	0,83	0,71	0,62	0,57	0,53	0,49	0,47	0,44	0,43	0,41	0,40	0,38

$$Q_e = \Delta/w$$

če  $Q_e \geq Q_{\text{krit}}$ , rezultat zavržemo

## Q-test

rezultate meritev  
uredimo po velikosti

Q-test  
na istem setu meritev  
izvajamo samo enkrat

set 1	w		Δ	Δ/w
	0,035	0,533	0,004	0,11
		0,537		
		0,543		
		0,555		
		0,562	0,006	0,17
		0,568		
set 2	0,030	0,510	0,001	0,03
		0,511		
		0,515		
		0,535		
		0,538	0,002	0,07
		0,540		

$Q_{\text{krit.}}$  za  $N=6$  in 95% stopnjo verjetnosti je 0,62 (tabela 11)

↓  
nobenega rezultata ne zavržemo, ker so  $Q_e < Q_{\text{krit.}}$

## Interval zaupanja / zanesljivosti:

$$\mu = \bar{x} \pm \frac{t \cdot s}{\sqrt{N}}$$

$\mu$ ...prava (povprečna) vrednost

$t$ ...statistični Studentov faktor, odvisen od:

- $N-1$ ...števila prostostnih stopenj
- stopnje verjetnosti

Tabela 12: Vrednosti Studentovega faktorja  $t$ 

Število prostostnih stopenj $N-1$	Vrednosti $t$ za stopnjo verjetnosti			
	90 %	95 %	99 %	99,9 %
1	6,31	12,71	63,66	636,62
2	2,92	4,30	9,93	31,60
3	2,35	3,18	5,84	12,92
4	2,13	2,78	4,60	8,61
5	2,02	2,57	4,03	6,87
6	1,94	2,45	3,71	5,96
7	1,89	2,37	3,50	5,41
8	1,86	2,31	3,36	5,04
9	1,83	2,26	3,25	4,78
10	1,81	2,23	3,17	4,59
11	1,80	2,20	3,11	4,44
12	1,78	2,18	3,06	4,32
13	1,77	2,16	3,01	4,22
14	1,76	2,14	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,92	4,02
17	1,74	2,11	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,86	3,88
20	1,72	2,09	2,85	3,85
25	1,71	2,06	2,79	3,73
30	1,70	2,04	2,75	3,65
40	1,68	2,02	2,70	3,55
60	1,67	2,00	2,66	3,46
120	1,66	1,98	2,62	3,37
$\infty$	1,65	1,96	2,58	3,29

## Interval zaupanja / zanesljivosti:

$t$  za  $N-1=5$  in 95% stopnjo verjetnosti je 2,57 (tabela 12)

	set 1	set 2
$\frac{t(95\%)s}{\sqrt{N}}$	0,014833	0,014944
$\bar{x} \pm \frac{t(95\%)s}{\sqrt{N}}$	$0,55 \pm 0,01$	$0,52 \pm 0,01$

## F-test

Ali je med standardnima odmikoma za oba seta statistično pomembna razlika?

**Tabela 13:** Kritične vrednosti za dvostranski F-test (95-% stopnja verjetnosti)

$N_2-1$	$N_1-1$												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17
4	12.22	10.65	9.979	9.605	9.364	9.197	9.074	8.980	8.905	8.844	8.751	8.657	8.560
5	10.01	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681	6.619	6.525	6.428	6.329
6	8.813	7.260	6.599	6.227	5.988	5.820	5.695	5.600	5.523	5.461	5.366	5.269	5.168
7	8.073	6.542	5.890	5.523	5.285	5.119	4.995	4.899	4.823	4.761	4.666	4.568	4.467
8	7.571	6.059	5.416	5.053	4.817	4.652	4.529	4.433	4.357	4.295	4.200	4.101	3.999
9	7.209	5.715	5.078	4.718	4.484	4.320	4.197	4.102	4.026	3.964	3.868	3.769	3.667
10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717	3.621	3.522	3.419
11	6.724	5.256	4.630	4.275	4.044	3.881	3.759	3.664	3.588	3.526	3.430	3.330	3.226
12	6.554	5.096	4.474	4.121	3.891	3.728	3.607	3.512	3.436	3.374	3.277	3.177	3.073
13	6.414	4.965	4.347	3.996	3.767	3.604	3.483	3.388	3.312	3.250	3.153	3.053	2.948
14	6.298	4.857	4.242	3.892	3.663	3.501	3.380	3.285	3.209	3.147	3.050	2.949	2.844
15	6.200	4.765	4.153	3.804	3.576	3.415	3.293	3.199	3.123	3.060	2.963	2.862	2.756
20	5.871	4.461	3.859	3.515	3.289	3.128	3.007	2.913	2.837	2.774	2.676	2.573	2.464

## F-test

- $F_{\text{krit.}}$  za  $N_1-1=5$  in  $N_2-1=5$  in 95% stopnjo verjetnosti je 7,146 (tabela 13)
- $F_e = 1,01551$  ( $F_e = \frac{s_2^2}{s_1^2}$ )
- $F_e < F_{\text{krit.}}$  zato med standardnima odmikoma za oba seta ni statistično pomembne razlike in lahko nadaljujemo s t-testom.

## Dvostranski t-test

### Medsebojno primerjamo oba seta podatkov:

- standardni odklik združenih podatkov je 0,014192

$$s = \sqrt{\frac{(N_1 - 1) \cdot s_1^2 + (N_2 - 1) \cdot s_2^2}{(N_1 - 1) + (N_2 - 1)}}$$

- ( $t_{\text{tab}}$  (95%,  $N_1 - 1 + N_2 - 1 = 10$ ) = 2,23 (tabela 12)

- $t_e$  je 3,0308  $t_e = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s} \sqrt{\frac{N_1 \cdot N_2}{N_1 + N_2}}$

- $t_e > t_{\text{tab}}$  (95%,  $N_1 - 1 + N_2 - 1 = 10$ ) zato je med srednjima vrednostima obeh setov statistično pomembna **razlika**.

## Dvostranski t-test

### Vsak set posebej primerjamo s pravo vrednostjo $\mu = 0,52$ :

- $t_{\text{tab}}$  (95%,  $N - 1 = 5$ ) = 2,57 (tabela 12)
- $t_e$  za set 1 je 5,14;  $t_e > t_{\text{tab}}$  (95%,  $N_1 - 1 = 5$ ), zato se srednja vrednost seta 1 statistično **ne ujema** s pravo vrednostjo.
- $t_e$  za set 2 je 0,83;  $t_e < t_{\text{tab}}$  (95%,  $N_2 - 1 = 5$ ), zato se srednja vrednost seta 2 statistično **ujema** s pravo vrednostjo.

### Ali se $c_{povpr.}$ bistveno razlikuje od prave povprečne vrednosti $\mu$ (pričakovane koncentracije $c$ )?

- iz enačbe izračunamo  $t_e$  in ga primerjamo s  $t_{tab}$  za določeno stopnjo verjetnosti in število prostostnih stopenj
- $t_e < t_{tab}$ : za izbrano stopnjo verjetnosti lahko trdimo, da se  $c_{povpr.}$  ne razlikuje bistveno od pričakovane koncentracije (tj. je enaka)
- $t_e > t_{tab}$ : za izbrano stopnjo verjetnosti lahko trdimo, da se  $c_{povpr.}$  bistveno razlikuje od pričakovane koncentracije (tj. je različna)

### Primerjava dveh $c_{povpr.}$ (standardizacija iste raztopine z dvema primarnima standardoma):

- $c_1, s_1; c_2, s_2$
- izračunamo  $F_e$  in primerjamo s kritično  $F$ -vrednostjo
- če med  $s_1$  in  $s_2$  ni statistično pomembne razlike, izvedemo  $t$ -test z upoštevanjem standardnih odklikov, povprečnih vrednosti in števila prostostnih stopenj za oba seta podatkov