Povprečje, varianca, standardni odmik in napaka povprečja

Osnovni parametri, ki opisujejo vzorce in populacije so:

- povprečje -

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

- modus - vrednost, ki jo ima največ objektov (meritev) v vzorcu,

$$modus\{x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_m\} = x_i \leftarrow max\{f(x_i)\}$$

- mediana - vrednost, ki razdeli vzorec z *N* objekti (meritvami) na dva številčno enaka dela, ki imata po delitvi ali *N/2* (sodi vzorci) ali *(N-1)/2* objektov (lihi vzorci).

$$x_{mediana} = \frac{1}{2}[x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{(N+1)}{2}}], \quad ali$$

$$x_{mediana} = x_{\frac{N+1}{2}}$$

- varianca - povprečni kvadrat odmikov posameznih vrednosti od središča vzorca.

$$v = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{N}(\sum_{i=1}^{N} x_i)^2}{N-1}$$

- standardni odmik - kvadratni koren variance.

$$s = \sqrt[2]{v} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \frac{1}{N}(\sum_{i=1}^{N} x_i)^2}{N-1}}$$

- razpon - razlika med najmanjšo in največjo vrednostjo iste lastnosti objektov v populaciji

$$Razpon = x_{max} - x_{min}$$

- napaka povprečja – je odvisna od velikosti vzorca (N), medtem ko standardni odmik ni!

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Napovedna statistika

Ničelna hipoteza

Osnova napovedne statistike je preverjanje hipotez: njihova potrditev ali zavrnitev. Najbolj običajna hipoteza v statistiki je ničelna hipoteza H_0, ki trdi, da med povprečno vrednostjo meritve μ_1 in poznano (standardno) vrednostjo povprečja μ_o ni razlike. Besedo "razlika" moramo pojmovati v statističnem smislu, se pravi, da testiramo, ali obstaja med srednjo vrednostjo, ki jo izmerimo na danem vzorcu μ_1 in srednjo vrednostjo populacije μ_o, signifikantna razlika ali ne. Z drugimi besedami: testiramo, ali je preiskovani vzorec vzet iz znane populacije ali ne.

Nasprotje ničelni hipotezi je hipoteza H_1, imenovana tudi alternativna hipoteza in jo vedno lahko izoblikujemo v eni od treh možnih različic:

1. $\mu_1 \neq \mu_0$
2. $\mu_1 > \mu_0$
3. $\mu_1 < \mu_0$

Zato da ugotovimo ali potrebujemo enostranski ali objestranski test moramo vedno oblikovati alternativno hipotezo H_1. Prva oblika zahteva obojestranski, drugi dve pa enostranski test ničelne hipoteze.

Pri testu s katerokoli hipotezo je potrebno vnaprej predpisati kritično mejo ali interval zaupanja, se pravi tveganje α, s katerim bo odločitev o hipotezi sprejeta ali zavržena. Brez vnaprej predpisanega tveganja, odločitve ne moremo narediti. V največjem številu primerov privzemamo (predpišemo) 5 % tveganje.

Primerjava povprečja s kritično vrednostjo

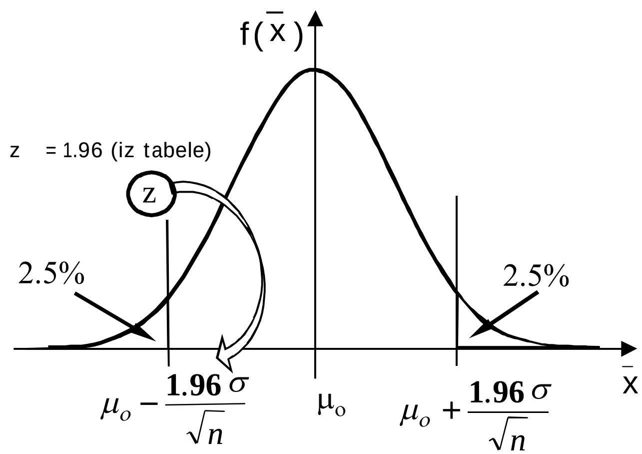
Ničelno hipotezo H_0, da se izmerjeno povprečje $\bar{x}$ ne razlikuje od standardne vrednosti μ_0, lahko potrdimo s tveganjem α, če je kritična vrednost z, manjša od vrednosti v tabelah:

$$|z|_{meritev} = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$|z|_{meritev} < |z|_{tabele,\alpha} \Rightarrow \textit{hipoteza sprejeta}$$

$$|z|_{meritv} = |t|_{meritev} < |t|_{tabele,\alpha,ps} \Rightarrow \textit{hipoteza sprejeta}$$

Dvostranski test



V tabelah gledamo vrednosti pri $\alpha/2$

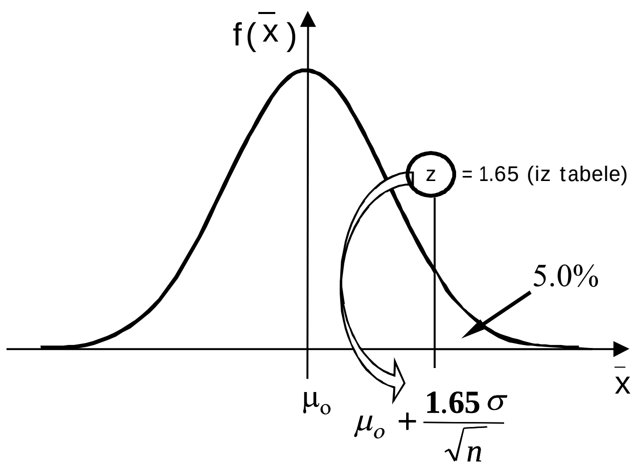
Primerjava povprečja s kritično vrednostjo

$$|z| = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{|\bar{x} - \mu_0|}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$|z|_{meritev} < |z|_{tabele,\alpha} \Rightarrow \textit{hipoteza sprejeta}$$

$$|z|_{meritv} = |t|_{meritev} < |t|_{tabele,\alpha,ps} \Rightarrow \textit{hipoteza sprejeta}$$

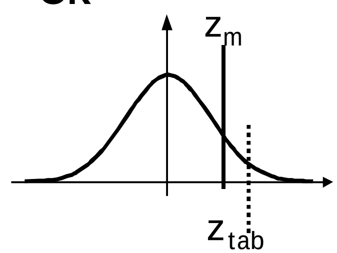
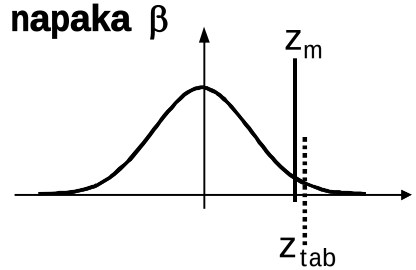
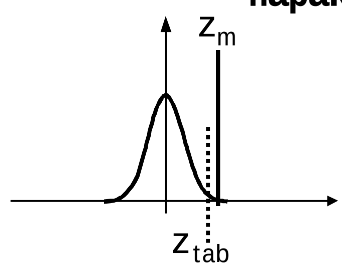
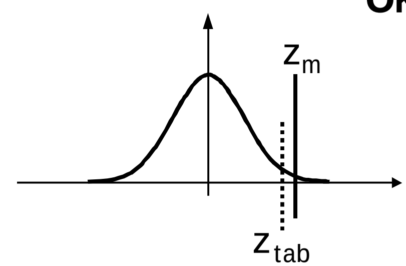
Enostranski test



V tabelah gledamo vrednosti pri α

Napaki I in II reda (napaki α in β)

Pri testiranju ničelne hipoteze H_0 bo odgovor <u>vedno</u> padel v eno od štirih možnih kategorij. Obstajata dve možnosti glede na dejansko stanje, ko H_0 drži ali ne, in dve glede na ugotovitev testa, ki H_0 bodisi potrdi bodisi ovrže.

	Dejansko stanje	
	H_0 drži	H_0 ne drži
Izid testa: H_0 drži $\lvert z_m\rvert < \lvert z_{tab}\rvert$	**OK** 	**napaka β** 
Izid testa: H_0 ne drži $\lvert z_m\rvert \geq \lvert z_{tab}\rvert$	**napaka α** 	**OK** 

Napaka I reda ali napaka α, je običajna napaka, ki izvira iz tveganja, predpostavljenega, z določitvijo vrednosti intervala zaupanja α (od tod tudi ime).

Napaka II reda ali napaka β, je veliko nevarnejša, ker je ne moremo identificirati (odkriti). To je napaka, ko preiskovani vzorec izgleda pravilno (hipotezo H_0 potrdimo), v resnici pa bi jo morali zavreči. Vzrok temu je premalo občutljiva metoda ali sistemska napaka, ki potisne meritve proti "pričakovanim" vrednostim. Na napako I reda nas opozori že sam rezultat, ker je večinoma v navadi, da slabe rezultate večkrat preverjamo, dobre, to je tiste, ki se ujemajo s hipotezo, pa ne. V jeziku logike je napaka I reda (napaka α) <u>*"false positive"*</u>, napaka II reda (β) pa <u>*"false negative"*</u> rezultat.

Primerjava dveh povprečnih vrednosti, Z-test, skupna varianca

Veliki vzorci: n_1 in $n_2 \geq 30$

Pri velikih vzorcih, četudi vrednosti x niso normalno porazdeljene, so njihova povprečja $\overline{x}$ porazdeljena normalno in prav tako tudi razlike $\overline{x}_1$ - $\overline{x}_2$. Zaradi tega lahko pri testiranju ničelne hipoteze, ki se glasi: $\overline{x}_1 = \overline{x}_2$ (ali, kar je isto: $\overline{x}_1 - \overline{x}_2 = 0$), uporabimo kot merilo kritično vrednost z pri intervalu zaupanja:

$$|z| = \frac{|(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) - \mu_0|}{\sigma_{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}} = \frac{|\overline{x}_1 - \overline{x}_2|}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \qquad |z|_{meritev} < |z|_{tabele,\alpha} \Rightarrow \textit{hipoteza sprejeta}$$

V zgornjem izrazu smo upoštevali, da je teoretična srednja vrednost razlik med povprečji različnih vzorcev v poljubni populaciji enaka 0 ($\mu_0 = 0$).

Varianca vsote ali razlike meritev v velikih vzorcih je enaka normalizirani vsoti varianc vseh posameznih vzorcev:

$$\sigma^2_{\overline{x}_1 \pm \overline{x}_2 \pm \overline{x}_3 \pm \ldots \overline{x}_m} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} + \frac{\sigma_1^2}{n_3} + \ldots + \frac{\sigma_2^2}{n_m}$$

Za potrditev ničelne hipoteze H_o, da je $\overline{x}_1 = \overline{x}_2$ ob 5 % tveganju (2.5% na vsaki strani normalne porazdelitve), je $z_{tabela} = 1.96$. Alternativna hipoteza H_1: $\overline{x}_1 \neq \overline{x}_2$

V primeru, ko testiramo z enostranskim testom, to je test z alternativno hipotezo H_1, da je $\overline{x}_1$ bodisi večji bodisi manjši od $\overline{x}_2$, moramo v tabelah za z-test poiskati mejo, ki na vsaki strani oddeli 5% vzorcev. Ta meja je $z_{tabela} = 1.645$.

Primerjava dveh povprečnih vrednosti, *t*-test, skupna varianca majhnih vzorcev

<u>Primer: majhni vzorci</u>: n_1 in $n_2 < 30$

Pri majhnih vzorcih je treba upoštevati, da se povprečne vrednosti ne porazdeljujejo z normalno porazdelitvijo. Zaradi tega izračunana varianca malega vzorca s <u>ni</u> dober približek variance celotne populacije σ. Prvi korak k primerjavi povprečij dveh vzorcev je ta, da preverimo ali varianci obeh vzorcev pripadata isti populaciji ali ne. Za to opravimo z *F*-testom, ki je obdelan v naslednjem poglavju.

Ko z *F*-testom ugotovimo, da sta obe varianci statistično enaki (pripadata isti populaciji), lahko izračunamo skupno varianco obeh vzorcev (*pooled variance* za majhne vzorce) na naslednji način:

$$s^2_{pooled} = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$splošno \Rightarrow s^2_{pooled} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)s_i^2}{\sum_{i=1}^{k}(n_i - 1)}$$

Število prostostnih stopenj je n_1+n_2-2

Poseben, a zelo pogost primer je izračun skupne (pooled) variance k vzorcev, ki imajo vsak le po dve meritvi x_{i1} in x_{i2}:

$$s^2_{pooled} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_{i,1} - x_{i,2})^2}{2k}$$

1	1.24	1.32	1.280	-0.080	0.0064	
2	1.56	1.33	1.445	0.230	0.0529	
		|x1p-x2p|	0.165		0.0593	vsota
					0.0148	vsota/4 = s^2
					0.1218	s(pooled)
					0.1218	s(razlike)
		|t| =|x1p-x2p|/s(razlike)	1.355			
		|t| tabele (0.05,2)	4.303			

Kritično vrednost razlike med obema povprečjima majhnih vzorcev določimo na zelo podoben način kot pri velikih vzorcih, le da izračun kritične vrednosti *t*, primerjamo s <u>Studentovo ali *t*-porazdelitvijo, ki je za vsako velikost vzorca drugačna</u>! Porazdelitev *t* se v limitnem primeru, ko je *n* neskončen, izenači z normalno porazdelitvijo. V praksi je meja postavljena pri vzorcih, ki jih sestavlja 29 meritev.

$$t_{meritev} = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{s^2_{pooled}(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

$$s^2_{pooled} = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - \frac{1}{n_i}(\sum_{j=1}^{n_j} x_{ij})^2}{n_i - 1}$$

Število prostostnih stopenj je $n_1 + n_2 - 2$

$$t_{meritev} < t_{\alpha, n_1+n_2-2} \Rightarrow \textit{hipoteza sprejeta}$$

Primer: Preveri ali sta povprečji dveh danih vzorcev enaki ali ne. Prvi vzorec ima pet, drugi pa štiri meritve, podane v spodnji tabeli.

3	1.47	1.68	0.0441		
4	1.71	1.52	0.0361		
		vsota	0.1395		
		vsota/8 = s^2	0.0174		
		s	0.1321		
i	xi1	xi2	xi1^2	xi2^2	
1	1.79	1.32	3.2041	1.7424	
2	1.56	1.33	2.4336	1.7689	
3	1.47	1.24	2.1609	1.5376	
4	1.71	1.52	2.9241	2.3104	
5	1.52		2.3104		

Primerjava razpršenosti ali primerjava dveh varianc, *F*-test

Omenjeno je že bilo, da velikokrat potrebujemo primerjave statističnih vrednosti majhnih vzorcev (povprečje, varianca, standardni odmik, frekvenčna porazdelitev itd.). Da lahko take primerjave naredimo, moramo najprej preveriti hipotezo ali sta oba vzorca vzeta iz iste populacije ali ne. Test za to se imenuje primerjava razpršenosti ali *F*-test (črka F je uporabljena v čast statistiku Fisherju) .

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} < F_{tabela}(\alpha, n_1 - 1, n_2 - 1) \Rightarrow \textit{vzorca pripadata isti populaciji}$$

Ker damo v števec vedno večji standardni odmik, je vrednost *F* vedno večja ali kvečejmu enaka ena. O *F*-testu bomo govorili še pri poglavju o analizi variance (ANOVA) in poglavju o kalibracijski premici.

Primerjava dveh porazdelitev, χ^2-test

Če želimo izvedeti, ali sta dve populaciji enaki, uporabljamo χ^2 test. χ^2 največkrat uporabljamo, ko želimo ugotoviti ali je vzorec, ki smo ga izbrali "rezentativen" glede na populacijo iz katere je vzet. Pomembno je, da lahko s χ^2 testom primerjamo ne samo porazdelitve vzorca z normalno, ampak tudi s katerokoli drugo porazdelitvijo. Ničelna hipoteza pri χ^2 testu je, da sta obe porazdelitvi, ki ju primerjamo, med seboj enaki. V bistvu gre za primerjanje varianc.

Primerjave variance vzorca s standardnim odmikom s_1 z varianco σ normalne populacije, se določi s χ^2 testom takole:

$$X^2_{meritve} = \frac{(n_1 - 1)s_1^2}{\sigma^2} < \chi^2_{tabela}(\alpha, n_1 - 1) \Rightarrow \textit{vzorec pripada populaciji } \sigma$$

S pomočjo tabel za *F* in χ^2 test lahko preverimo, da je

$$\boxed{\chi^2(n_1 - 1, \alpha) = (n_1 - 1)F(n_1 - 1, \infty, \alpha)}$$

Primerljivosti porazdelitev, χ^2 – test

Pogosto moramo primerjati frekvenčni porazdelitvi večje populacije in manjšega vzorca. Če nas zanima, ali je mali vzorec dovolj dobro izbran, da bi predstavljal veliko populacijo (ali je mali vzorec *reprezentativen)*, uporabimo za preizkus χ^2 test. Kot vedno, ničelna hipoteza H_o pravi, da sta obe frekvenčni porazdelitvi enaki. Ker potrebujemo za pripravo frekvenčnih porazdelitev precej podatkov ali meritev, lahko delamo primerjave s porazdelitvami le pri vzorcih, ki imajo vsaj okrog 50 meritev (objektov).

Za testiranje primerljivosti dveh frekvenčnih porazdelitev, moramo porazdelitvi obeh nizov meritev najprej pripraviti. Frekvenčna porazdelitev pove koliko meritev imamo v posameznih intervalih ali velikostnih razredih. Razrede (intervale) določimo glede na populacijo, ki se ji želimo približati, oziroma na populacijo iz katere želimo dobiti reprezentativni vzorec. V računskem izrazu za test je prva porazdelitev frekvenc pojavljanja meritev v vzorcu, f^o, druga porazdelitev f^t, je teoretična (normalna, enakomerna, itd). Teoretična porezdelitev, f^t, mora biti preračunana na <u>isto</u> število meritev, kot jih ima vzorec. Največkrat primerjamo vzorec z normalno porazdelitvijo – ni pa to nujno. Ničelno hipotezo testiramo z izrazom X^2, tabelarično vrednost, s katero primerjamo izračunano, pa označimo s χ^2:

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_i^o - f_i^t)^2}{f_i^t} < \chi^2(\alpha, ps) \Rightarrow \textit{vzorec je reprezentativen}$$

f^o_i in f^t_i sta frekvenci opazovanega vzorca, in teoretične populacije, *ps* pa je število prostostnih stopenj (Za primer v levi tabeli $ps = k-1$). Če primerjamo vzorec z normalno porazdelitvijo je $ps = k-3$.

<u>Primer:</u>

V tabeli je porazdelitev pik po 120 metih kocke. Zanima nas ali je kocka ustrezna, ali ima vgrajeno napako.

	fo	ft	fo-ft	(fo-ft)^2	[(fo=ft)^2]/ft
1	17	20	-3	9	0.45
2	25	20	5	25	1.25
3	13	20	-7	49	2.45
4	19	20	-1	1	0.05
5	28	20	8	64	3.20
6	18	20	-2	4	0.20

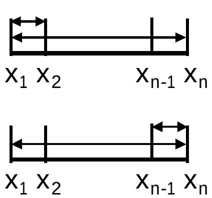
Test za odkrivanje ubežnike (outlier test), Dixonov in Grubbsov test

Pri večini analitičnega dela računamo povprečja iz meritev pri katerih se pogosto pojavi vprašanje ali je katera od meritev (največja ali najmanjša) "ubežnik" oziroma outlier in bi jo bilo treba ponovno preveriti, ali morda pri računu povprečja in standardnega odmika celo izpustiti. Poleg zelo priljubljenega Dixonovega testa, je bil z ISO 5725-2:1994(E) normo predlagan Grubbsov test ubežnikov, ki je ravno tako enostaven, a nima nekaterih pomanjkljivosti Dixonovega testa (n.pr. občutljivosti na premike vrednosti znotraj enakega razpona).
Dixonov test, ISO 5725-1986(E), se sedaj večinoma uporablja le pri medlaboratorijskih testih.

Oba testa predpostavljata, da je vseh n vrednosti x_i v vzorcu urejenih po velikosti: od najmanjšega x_1, do največjega x_n.

Dixon

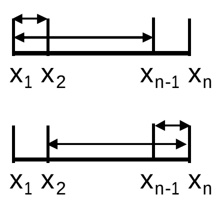
Q_{10}, n=3..7



$$Q_{10} = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$$

$$Q_{10} = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1}$$

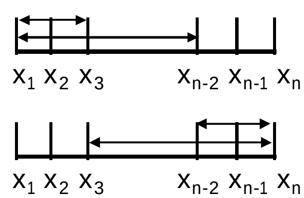
Q_{11}, n=8..12



$$Q_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$$

$$Q_{11} = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_2}$$

Q_{22}, n=13..30



$$Q_{22} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$$

$$Q_{22} = \frac{x_n - x_{n-2}}{x_n - x_3}$$

Grubbs

G_1 (single)

$$G_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{s}$$

$$G_1 = \frac{x_n - \bar{x}}{s}$$

G_2 (pair)

$$G_2 = \frac{\sum_{i=3}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

$$G_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n-2} (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

Q_{ij} in D_i tabele so na voljo za vrednosti $\alpha = 0.05$ in 0.01 ter za velikosti vzorcev od 3 do 30 najdete v knjigi: Massart,... (Part A), strani 111 in 113

Določanje ubežnikov

Ugotovite, ali so v nizu vrednosti: 22.1, 22.4, 22.9, 23.0, 23.5, 23.7, 23.9, 26.5, ubežniki ali ne.

Grubbs

G_1 (en ubežnik) G_2 (dva ubežnika)

$$G_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{s} \qquad G_1 = \frac{x_n - \bar{x}}{s}$$

$$G_2 = \frac{\sum_{i=3}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \qquad G_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n-2}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

Dixon

Ker imamo 8 meritev uporabimo:

$$Q_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1} \qquad Q_{11} = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_2}$$

Meritve	xi
1	22.1
2	22.4
3	22.9
4	23.0
5	23.5
6	23.7
7	23.9
8	26.5
povprečje μ0	23.5
povprečje brez prvih dveh	23.9
povprečje brez zadnjih dveh	22.9
Dixonov test za 8 meritev	
Tabela: Q11(0.05,8)	0.608
(x2-x1)/(xn-1-x1)	0.167
(xn-xn-1)/(xn-x2)	0.634
Grubsov test za enega ubežnika	
Tabela: G1(0.05,8)	2.126
(x1-μ0)/s0	1.028
(xn-μ0)/s0	2.203

Meritve	xi	(xi-μ0)^2	[xi-μ(-p2)]^2	(xi-μ(-z2)^2
1	22.1	1.960		0.694
2	22.4	1.210		0.284
3	22.9	0.360	1.034	0.001
4	23.0	0.250	0.840	0.004
5	23.5	0.000	0.174	0.321
6	23.7	0.040	0.047	0.588
7	23.9	0.160	0.000	
8	26.5	9.000	6.674	
		SS0	SS(1,2)	SS(n,n-1)
		12.980	8.768	1.893
Tabela: G2(0.05,8)	0.110			
G2 = SS(1,2)/SS0	0.676	nista ubežnika		
G2 = SS(n,n-1)/SS0	0.146	nista ubežnika		

Za test ubežnikov moramo urediti vrednosti po velikosti od najmanjšega x_1, do največjega x_n.

Če je $Q_{ij}^{iz\ meritev} > Q_{ij}^{tabele}$ je vzorec ubežnik *Dixonov test*
Če je $G_1^{iz\ meritev} > G_1^{tabele}$ je vzorec ubežnik *Grubbsov test*
Če je $G_2^{iz\ meritev} < G_2^{tabele}$ sta vzorca ubežnika *Grubbsov test*

Rezultat Dixonovega testa: najmanjša vrednost ni, največja pa je ubežnik.
Rezultat Grubsovega testa: prva vrednost ni, zadnja pa je ubežnik; niti zadnji dve meritvi niti prvi dve nista ubežnika!

G_i tabele so na voljo za vrednosti $\alpha = 0.05$ in 0.01 ter za velikosti vzorcev od 3 do 30 najdete v knjigi: Massart,... (Part A), strani 111 in 113

Ugotovite, ali so v nizu vrednosti: 22.1, 22.4, 22.9, 23.0, 23.5, 23.7, 26.0, 26.5, ubežniki ali ne.

Grubbs	
G_1 (en ubežnik)	G_2 (dva ubežnika)
$G_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{s}$ $G_1 = \frac{x_n - \bar{x}}{s}$	$G_2 = \frac{\sum_{i=3}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$ $G_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n-2}(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$
Dixon	
Ker imamo 8 meritev uporabimo:	
$Q_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	$Q_{11} = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_2}$

Dixon-ov test

$Q_{11} = (26.5 - 26.0)/(26.5 - 22.4) = 0.122$

Grubbs-ov test

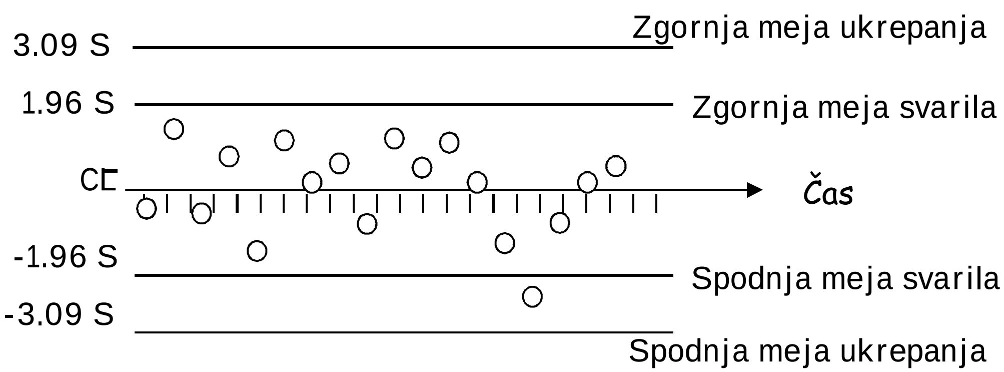
$G = SS_{7,8}/SS_0 = 1.89/18.52 = 0.1021$

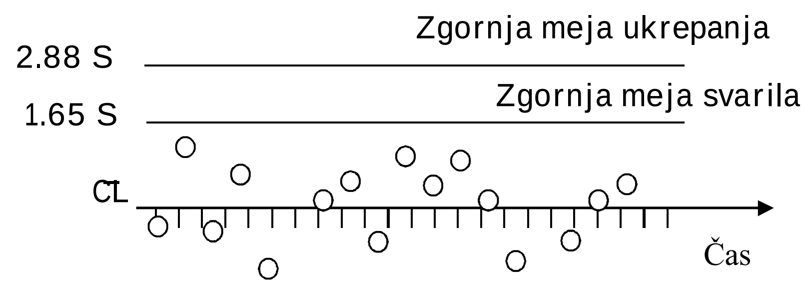
Rezultat Dixonovega testa: niti najmanjša vrednost, niti največja nista ubežnika.
Rezultat Grubsovega testa: zadnji dve meritvi sta ubežnika!

Kontrolne karte (control charts)

Kotrolne karte je že leta 1931 razvil Shewhart in so osnova kontrole kvalitete in statistične procesne kontrole. Glavni cilj take kontrole je oceniti ali se proces nahaja v okviru statistično določenih meja, z drugimi besedami ali se centralna točka sistema in njegova disperzija bisveno spreminjata tekom časovne skale. S tako kontrolo dejansko spremljamo spremembe sistematičnih in nakjučnih napak.

Za dosego omenjenega cilja si izberemo n objektov ali vzorcev iz produkcijske linije in jim izmerimo kvaliteto oz. količino, ki bo indikator stabilnosti procesa proizvodnje. Izračunamo centralno točko in disperzijo in ju narišemo vzdolž časovne skale. Najpogosteje uporabljamo povprečne kontrolne karte 'mean charts'.





Oddaljenost <u>meje ukrepanja</u> in <u>meje svarila</u> od povprečne oziroma standardne vrednost $\overline{CL}$, sta pri enostranski in obojestranski kontroli različni. Obe sta prirejeni za 95 oziroma 99.8 % verjetnost. Centralno linijo (CL) navadno določimo kot povprečje meritev vsaj 10 vzorcev, vendar je priporočljivo uporabiti 20 vzorcev. S^2 je lahko skupna (pooled) varianca varianc vseh vzorcev, lahko je to povprečna varianca posameznih varianc vzorcev ali pa se izračuna iz območja vseh meritev z uporabo Hartley-jeve konstante (Massart, Part A, str. 153).

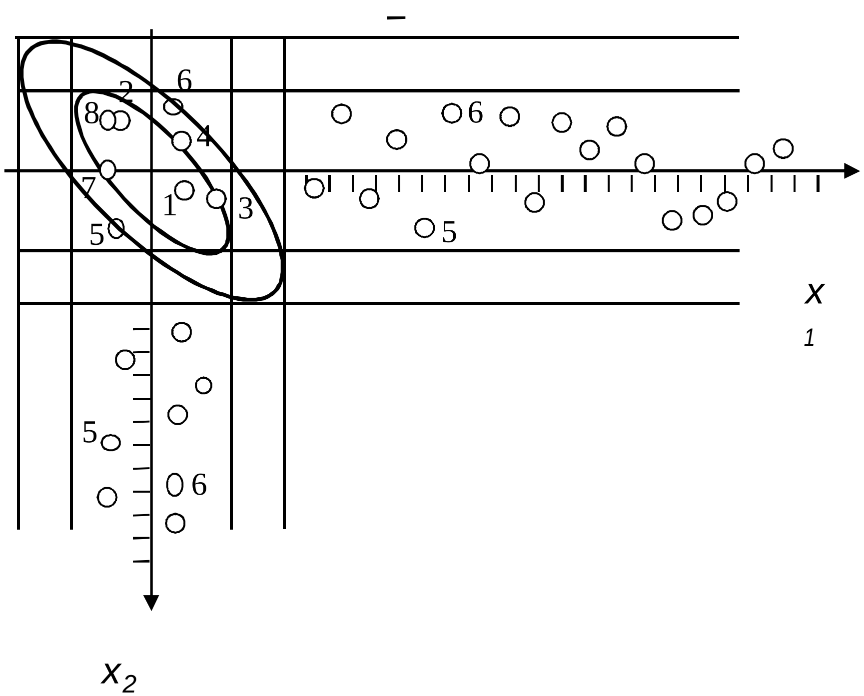
Povprečne kontrolne karte nam pomagajo pri odkrivanju naslednjih pojavov:

- pojav pristaranih (biased) vrednosti,
- cikličnih in periodičnih sprememb,
- pojav trendov (drift).

Pravila za ukrepanje:

- točka pade izven meja ukrepanja,
- dve zaporedni točki padeta izven meja svarila,
- sedem zaporednih točk je na isti strani CL ali 10 od 11 točk je na isti strani CL,
- sedem zaporednih točk kaže naraščanje.

Dobro znan nabor pravil za ukrepanje je poznan pod imenom 'Western Electric rules'.



Pomembna je tudi hkratna kontrolna karte za spremljanje dveh ali celo več spremenljivk istega procesa ali postopka. Izmerjene vrednosti dveh spremenljivk x_1 in x_2 vnašamo vsako v svojo kontrolno karto, ki sta postavljeni pravokotno druga na drugo. Hkrati delamo s pomočjo obojnih vrednosti *x* še 2d-projekcijo (zgoraj levo) iz katere lahko vidimo, kdaj padejo nekatera stanja procesa ali postopka preko svarilne ali celo preko akcijske meje, čeprav je vsaka posamezna spremenljivka še znotraj lastnega intervala zaupanja. S spremljanjem vsake kontrolne karte posebej, takih anomalij ne bi mogli odkriti.