

DINAMIKA TEKOCIN -II

VISKOZNOST

Uvod: Trenje na molekularnem nivoju

Viskoznost je v bistvu trenje tekočin.

- **Definicija:** Viskoznost ali dinamična viskoznost η (oz. μ ; $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$) je fizikalna količina, ki podaja odziv tekočine na strižno deformacijo. Določena je kot razmerje med strižno napetostjo in strižno hitrostjo in podaja notranje trenje tekočin.

Podobno kot pri trenju med gibajočimi trdnimi snovmi, viskoznost transformira kinetično energijo (makroskopskega) gibanja v toplotno energijo. **Toplota je energija naključnega gibanja na molekularnem nivoju**, zato si moramo, če želimo razumeti to energijsko pretvorbo, razjasniti medsebojno drsenje trdnih snovi in/ali tekočin **na molekularni skali**.

I. Trenje med trdnimi površinami (kratka ponovitev)

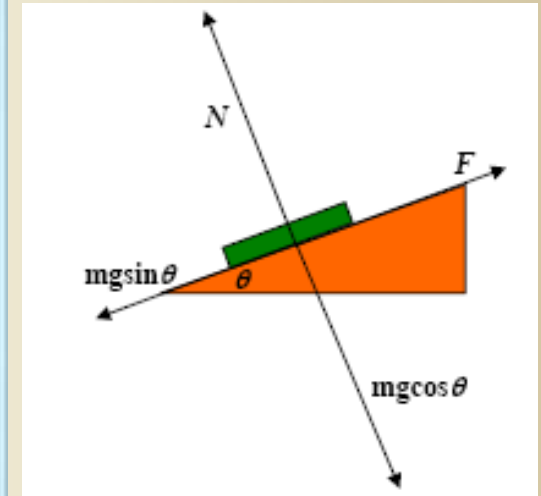
Obnovimo molekularno sliko trenja med trdnimi površinami in pomen koeficienta trenja v znani enačbi $F = \mu_s N$, kjer μ_s predstavlja koeficient statičnega trenja. Naredimo preprost miselni poskus in položimo npr. knjigo na pisalno mizo. Sedaj počasi dvigujemo ravno podlago in pri nekem naklonu bo začela knjiga drseti. Pomembna ugotovitev je, da je pred zdrsom knjiga mirovala na mestu kot posledica "statičnega trenja". Kaj to pomeni na molekularnem nivoju? Je to posledica nekakšnih privlačnih sil med knjigo in nagnjeno mizo?

VISKOZNOST

Uvod: Trenje na molekularnem nivoju

Poglejmo katere sile delujejo na knjigo: medtem ko težnost vleče v navpični smeri, "normalna sila" površine podlage potiska knjigo v smeri pravokotno glede na podlago. (Ta normalna sila je v bistvu prožnost tiste površine mize, ki je rahlo stisnjena zaradi teže knjige.)

Med nagibom mize se navpična sila teže razdeli na gravitacijsko komponentno, ki je pravokotna na površino in je v ravnotežju z normalno silo, in na gravitacijsko komponento, ki je vzporedna s strmino. Ta sila je med mirovanjem knjige v ravnovesju z nasprotno usmerjeno silo trenja.



- **Na mikroskopski skali je ta statična sila trenja posledica privlačnih sil med molekulami na stičnih površinah knjige in mize.**

Če je to res, zakaj podvojitve normalne sile podvoji silo trenja?

(Spomnimo se $F = \mu_s N$, kjer je N normalna sila in F je limitna sila trenja, tik predno knjiga zdrsne.)

VISKOZNOST

Uvod: Trenje na molekularnem nivoju

Odgovor leži v hrapavosti površin trdnih snovi na atomski skali. Kadar pride do stika (ravnih) površin dveh trdnih teles, je na atomskem nivoju v resničnem kontaktu le majhen delež celotne stične površine. Napetosti znotraj teh izredno malih površin so velike, material se deformira in prihaja do adhezije. Proces je zelo kompleksen in zavisi od lasnosti materialov.

Ne glede na kompleksnost procesa velja, da je sila trenja posledica interakcij atom-atom na malih kontaktnih površinah. Če torej podvojimo normalno silo (dodamo še eno knjigo), se bo delež aktivne površine med knjigo in mizo pravtako podvojil - aktivna površina atomskega kontakta se linearno povečuje z večanjem normalne sile - to je tudi razlog zakaj je trenje sorazmerno z N .

(Če spojimo dve površini, ki sta resnično ravni na atomski skali, pride do vezave, ali pa vsaj zelo visokega trenja.)

Tudi ko knjiga zdrsne in se začne gibati, je še vedno prisotno trenje. Eksperimentalno je potrjeno, da telo ne pospešuje kot bi lahko na osnovi velikosti komponente sile teže.

VISKOZNOST

Uvod: Trenje na molekularnem nivoju

Razlog je zopet v aktivni kontakni površini, kjer se dva niza atomov v nenehnih medsebojnih trkih, proste vezi se tvorijo in cepijo, nekateri atomi ali molekule odpadejo. Vse to dogajanje povzroči veliko atomskih vibracij na aktivnih površinah.

Z drugimi besedami, *del potencialne energije, ki jo drseča knjiga izgublja po strmini, se ne pretvori v kinetično energijo ampak v toplotno energijo*. Ta proces se pogosto imenuje kinetično trenje (drgnjenje premraženih rok, ...), $F = \mu_k N$. Vzrok za proporcionalnost med strižno in normalno silo je enak kot v primeru statičnega trenja: zaviralna kinetična sila trenja je prav tako posledica medatomskega delovanja na kontakni površini, ki je sorazmerna z normalno silo.

II. Trenje TEKOČIN

Kaj se zgodi, če imamo namesto dveh trdnih teles v kontaktu trdno površino in tekočino?

- Prvič, zagotovo lahko trdimo, da med trdnim telesom in tekočino ne obstaja statično trenje. Če čoln miruje v povsem mirnem morju, bo vsaka najmanjša sila nanj povzročila njegovo gibanje. Tudi najmanjša sila povzroči neopazen pospešek, kar bistveno odstopa od primera knjige na mizi, kjer tudi znatna sila ne povzroči gibanja.

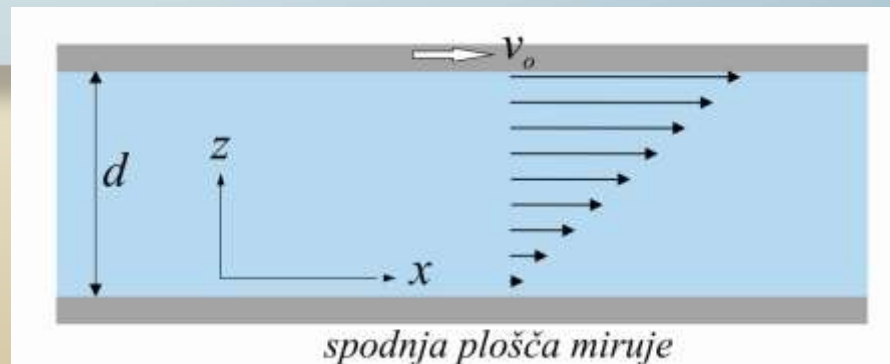
VISKOZNOST

Uvod: Trenje na molekularnem nivoju

- Pa vendar obstaja tudi **dinamično trenje tekočin** – vemo, da olje znatno olajša vrtenje osi, pa vendar še vedno obstaja trenje, ki se odraža v segrevanju olja. Delo se torej pretvarja v toploto in podobna opažanja veljajo tudi za drsenje tekočine ob tekočini.
- Na osnovi analogije opisa trenja trdno-trdno, bi lahko pričakovali podobno zvezo $F = \mu_k N$, kjer kot vemo strižna sila zavisi od pritiska na podlago. Vendar pa so eksperimenti pokazali, da strižne sile med plastmi tekočine zanemarljivo zavisijo od pritiska. Razlog je v bistveni lastnosti tekočine – da teče. Aktivna kontaktna površina med plastmi pri tem zajema celotno razpoložljivo površino tudi pri izredno majhnih pritiskih.

III. Newtonova analiza viskoznosti

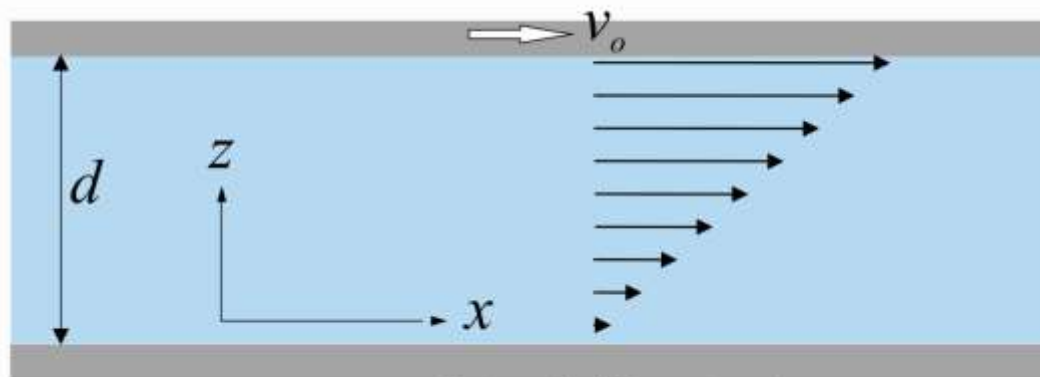
Issac Newton je prvi poskusil kvantitativno določiti koeficient viskoznosti. Izvedel je eksperiment kot je shematsko prikazano na spodnji sliki (čeprav njegovi eksperimenti niso bili uspešni, so bile njegove teoretične ugotovitve pravilne in jih je leta 1849 empirično potrdil Poiseuille).



VISKOZNOST

Uvod: Trenje na molekularnem nivoju

- Newton je predpostavil (kasneje je bilo to empirično potrjeno), da vsaj pri nizkih hitrostih tokovni profil izgleda kot je prikazano na shemi. Tekočina ob spodnji ploskvi miruje, medtem ko se plast tekočine ob stiku z zgornjo ploskvijo giblje s hitrostjo ploskve v_0 . Hitrost vmesnih plasti se linearno spreminja z višino z .
- Očitno je tudi, da je sila sorazmerna z celokupno stično površino med zgornjo ploskvijo in gibajočo tekočino. Govorimo o pomembnem parametru – **vodoravna sila v smeri gibanja na enoto površine plošče, F/A** . Čeprav ima enake enote kot tlak (in ja lahko merimo v Pascalih), pa je njen fizikalni pomen povsem drugačen, saj v danem primeru deluje **vzporedno z površino in ne pravokotno** na površino kot tlak.



spodnja plošča miruje

VISKOZNOST

Uvod: Trenje na molekularnem nivoju

- Kot smo že spoznali pri opredelitvi *strižnih komponent tenzorja napetosti*, je Newton pravilno domneval, da mora biti sila F/A sorazmerna s *hitrošnim gradientom* tekočine ob gibajoči ploskvi. Linearni hitrošni profil daje konstanten hitrošni gradient kjerkoli med ploščama in dobimo znano zvezo za dano preprosto geometrijo:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{v_0}{d} \quad (II.1)$$

kjer je μ coeficient viskoznosti. SI enote so *Pascal.sekunde, Pa.s* (=kg/ms), oz. *mPa.s*. Nekoliko zmede povzročajo še dodatne enote, imenovane po Poiseuillu – *centipoise* (=mPa.s).

Poleg *dinamične viskoznosti*, se pogosto uporablja tudi *kinematična viskoznost*, $\nu = \mu/\rho$, kjer je ρ gostota tekočine. To je ustrezen parameter predvsem pri opisu toka tekočin pod vplivom gravitacije.

Liquid	Viscosity in mPa.s
Water at 0°C	1.79
Water at 20°C	1.002
Water at 100°C	0.28
Glycerin at 0°C	12070
Glycerin at 20°C	1410
Glycerin at 30°C	612
Glycerin at 100°C	14.8
Mercury at 20°C	1.55
Mercury at 100°C	1.27
Motor Oil SAE 30	200
Motor Oil SAE 60	1000
Ketchup	50,000

Mikroskopska slika viskoznosti pri laminarnem toku

Newtonov opis toka tekočine med dvema vzporednima ploščama, od katerih ena miruje in se druga giba s konstantno hitrostjo, je lep prikaz **LAMINARNEGA TOKA**: beseda "laminar" pomeni tanko, gladko ploščo (v mislih imamo gladko površino).

V primeru pospeševanja zgornje plošče, bi postal laminarni tok v neki točki nestabilen in bi prešel v **turbulentni tok**.

Torej, kje je trenje? Na mejnih površinah med ploščama in tekočino ga ni oz. je zanemarljiv – molekule tekočine ob samem stiku s trdno podlago praktično stojijo na mestu – **je pa zato med posameznimi ravninami (površinami) toka po celotni tekočini**. Zaradi termičnega gibanja molekule, ki potujejo z glavno maso toka, preskakujejo iz ene mejne plasti v drugo. Med to burno izmenjavo in kopičenjem molekul hitrejše plasti v sosednjo počasnejšo in obratno, se v povprečju molekule v hitrejšem toku upočasnijo in hkrati se pospeši tok molekul v sosednji počasnejši plasti.

Razumljivo je, da se **gibalna količina** pri tem ohrani (zakon o ohranitvi gibalne količine), toda del makroskopske **kinetične energije** plasti toka tekočine se pretvori v **toplotno energijo**.

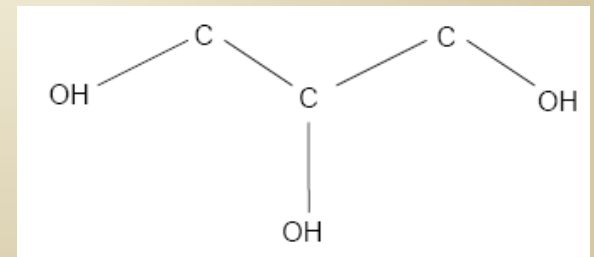
Naloga: Masa toka tekočine m s hitrostjo v_{x1} se pomeša s tokom tekočine mase m in hitrostjo v_{x2} . Ohranitev gibalne količine nam pove, da se pomešan tok mase $2m$ giblje s hitrostjo $1/2(v_{x1} + v_{x2})$. Dokažite, da se celokupna kinetična energija zmanjša, če $v_{x1} \neq v_{x2}$.

Mikroskopska slika viskoznosti pri laminarnem toku

Molekularna slika toka posameznih plasti tekočine z različnimi hitrostmi nam daje odgovor, zakaj npr. **viskoznost kapljevina pada s temperaturo**.

- Ko molekule hitreje plasti, ob poskakovanju zaradi termične energije, preskočijo v sosednjo počasnejšo plast in se vrinejo med naključno vibrirajoče molekule počasnejše plasti, pri tem oddajo gibalno količino (pospešijo počasnejšo plast), del kinetične energije pa se zaradi trenja pretvori v toplotno energijo.
- **Zvišanje temperature toka kapljevina**, pomeni večjo termično energijo in s tem še bolj intenzivno termično gibanje molekul. Večja intenzivnost medsebojnega gibanja, poskakovanja in trkov v gneči, jim omogoči lažjo delno osvoboditev gneče, prostorska svoboda se poveča in kapljevina ob zmanjšanem trenju lažje teče – **viskoznost pada**.

- **Primer glicerina** (kapljevina z izrazitim padcem viskoznosti s temperaturo): pogled na "cikcakasto" obliko molekule glicerina napeljuje na razmišljanje, da je oblika tista, ki povzroča zapletanje ter "gnečo" molekul in s tem visoke viskoznosti pri nizkih temperaturah. Dejansko pa je glavni vzrok za "lepljivost" (izrazito trenje) v zunanjih vodikovih atomih OH skupin, ki radi tvorijo vodikove vezi.



Molekula glicerina (ostale valenčne vezi ogljika imajo H atome)

Mikroskopska slika viskoznosti pri laminarnem toku

- **Primer živega srebra** – majhen padec viskoznosti s temperaturo v primeru kapljevine atomov živega srebra okroglaste oblike. Atomi živega srebra so izrazito manj ukleščeni med sabo in je njihovo naključno termično gibanje posledica medsebojnih trkov (kjer pravtako prihaja do pretvorbe kinetične energije v toplotno).

Viskozne lastnosti molekule vode so po kompleksnosti med glicerinom in živim srebrom.

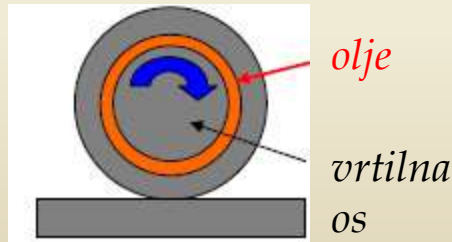
Naslednji mehanizem, ki tvori viskoznost toka kapljev in je **difuzija** hitrejših molekul v počasnejšo plast in obratno. Kot bomo spoznali v nadaljevanju, je ta mehanizem dominanten pri **viskoznosti plinov**, kedtem ko je pri **kapljevinah** izrazito manj pomemben (v tekočini so molekule natlačene med sabo in neprenehoma trkajo druga ob drugo).

Temperaturna odvisnost viskoznosti kapljev in je realni problem npr. mazivnih strojev, ki morajo zagotavljati delovanje pri širokem temperaturnem območju. Če olje kot mazivo postane pri višji temperaturi preveč tekoče (nižja viskoznost), ne bo več učinkovito ločevalo kovinskih površin od vrtilne osi (mazilna plast postane pretanka – poveča se trenje in s tem potrebna energija vrtenja). Razvoj **“viskoelastičnih” olj** – dodatki polimerov, katerih dolge verižne molekule (pri visokih temperaturah) se pri nizkih temperaturah zvijejo v klopčiče, nevtralizirajo negativne posledice padanja viskoznosti s temperaturo teh mazivnih olj.

Mikroskopska slika viskoznosti pri laminarnem toku

▪ Primer vrtilne osi

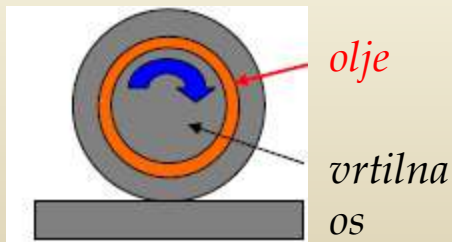
Zamislimo si os kot je prikazana na shemi, premera nekaj centimetrov, ki se vrti v ohišju stroja in ima 1 mm debelo režo med osjo in ohišjem zapolnjeno z mazivnim oljem viskoznosti $\mu = 200 \text{ mPas}$. Celotna cilindrična površina osi je enaka 100 cm^2 , os pa se vrti s hitrostjo 1 m/s . Koliko toplote je potrebno odvajati med vrtenjem, da se olje preveč ne segreje?



Mikroskopska slika viskoznosti pri laminarnem toku

▪ Primer vrtilne osi

Zamislimo si os kot je prikazana na shemi, premera nekaj centimetrov, ki se vrti v ohišju stroja in ima 1 mm debelo režo med osjo in ohišjem zapolnjeno z mazivnim oljem viskoznosti $\mu = 200 \text{ mPas}$. Celotna cilindrična površina osi je enaka 100 cm^2 , os pa se vrti s hitrostjo 1 m/s . Koliko toplote je potrebno odvajati med vrtenjem, da se olje preveč ne segreje?



▪ Rešitev:

Sila na enoto površine je:

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{v_0}{d} = \frac{200 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 200 \text{ N/m}^2$$

Sila s katero moramo premagovati viskozno "trenje" površine 100 cm^2 je torej 2 N . Pri hitrosti 1 m/s , je opravljeno delo

$$2 \text{ N} \cdot 1 \text{ m/s} = 2 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 2 \text{ W}$$

Viskoznost: izguba kinetične energije in prenos gibalne količine

Dosedaj smo na preprostem primeru (laminaren tok med mirujočo in gibajočo ploščo) spoznali, da **koeficient viskoznosti** kot merilo trenja tekočin govori o pretvorbi energije, dovedene v tekočino z gibajočo zgornjo ploščo, v toploto.

Vendar pa je **viskoznost** tudi ključ do razumevanja **prenosa gibalne količine**. Spodnja slika stacionarnega toka tekočine med gibajočo in mirujočo ploščo, nazorno prikazuje potrebo po stalni oz. stacionarni sili na enoto površine F/A v x -smeri, ki se vrši na zgornjo ploščo, da se vzdržuje konstanten tok tekočine.



Viskoznost: izguba kinetične energije in prenos gibalne količine

Po Newtonovem II. zakonu $\underline{F} = d\underline{G}/dt$,

[– hitrost spremembe gibalne količine delca je proporcionalna rezultanti sile, ki deluje na delec in je v smeri te sile; v primeru konstantne mase in hitrosti precej nižjih od svetlobne hitrosti, je ta definicija zapisana z naslednjo enačbo:

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{dm}{dt} \mathbf{v} + \frac{d\mathbf{v}}{dt} m = 0 + \frac{d\mathbf{v}}{dt} m = m\mathbf{a} \quad]$$

je F/A v našem primeru hitrost pri kateri se gibalna količina (na enoto površine) v x -smeri prenaša na tekočino.

Mikroskopski pogled pove, da se molekule v neposredni bližini gibajoče plošče bodisi držijo plošče, ali pa se vanjo neprestano zaletavajo in prevzemajo gibalno količino gibajoče plošče, kar jim omogoča gibanje s ploščo. Pri tem te molekule tudi same konstantno izgubljajo gibalno količino med trki z molekulami sosednjega sloja.

- Gibalna količina v x -smeri se od zgornje plošče prenaša preko posameznih plasti tekočine do spodnje mirujoče plošče (nasprotno od kinetične energije, je gibalna količina ohranitvena količina).

Viskoznost: izguba kinetične energije in prenos gibalne količine

V našem preprostem primeru govorimo o stacionarnem toku *x*-komponente gibalne količine v *z*-smeri. In naprej, leva stran enačbe

$$\frac{F}{A} = \mu \frac{v_0}{d} \quad (II.1)$$

opisuje to hitrost toka gibalne količine, desna stran pa predstavlja produkt koeficienta viskoznosti in gradienta *x*-komponente hitrosti v *z*-smeri.

Zgornjo enačbo lahko opišemo torej kot TRANSPORTNO ENAČBO, ki pravi, da je hitrost prenosa *x*-komponente gibalne količine v *z*-smeri sorazmerna s spremembo *x*-komponente hitrosti v tej smeri (ali - gradient *x*-komponente hitrosti v *z* smeri je sorazmeren s hitrostjo spremembe gostote *x*-komponente gibalne količine).

Spomnimo se, da lahko koeficient kinematične viskoznosti zapišemo kot $\nu = \mu / \rho$ in enačbo (II.1)

$$\frac{F}{A} = \nu \cdot \rho \frac{v_0}{d}$$

Viskoznost: izguba kinetične energije in prenos gibalne količine

Če sedaj v prejšnji enačbi zamenjamo hitrostni gradient z gradientom x -komponentne gibalne količine (pri tem označimo produkt gostote in hitrosti kot **gostoto x -komponente gibalne količine** π_x - gibalna količina na enoto prostornine, ($\text{kg}/\text{m}^3 \cdot \text{m}/\text{s} = \text{kg}/\text{m}^2\text{s}$), in tok gostote gibalne količine v z -smeri naj bo $J_z(\pi_x)$, dobimo naslednjo zvezo

$$J_z(\pi_x) = \nu \frac{d\pi_x}{dz}$$

ki pravi, da je tok π_x v z -smeri sorazmeren s hitrostjo spremembe gostote gibalne količine v tej smeri.

V zgornji enačbi lahko opazimo izrazito podobnost z enačbo, ki opisuje konduktivni prenos toplotnega toka z mesta višje temperature na mesto z nižjo temperaturo, pri čemer ima **koeficient termične prevodnosti** (λ) podobno vlogo kot **koeficient kinematične viskoznosti** pri prenosu gostote gibalne količine.

Viskoznost v plinih

Ostanimo pri Newtonovem preprostem eksperimentu z dvema vzporednima ploščama od katerih ena miruje in se druga giblje s konstantno hitrostjo, la da si tokrat zamislimo med ploščama **plin** in ne kapljevino.

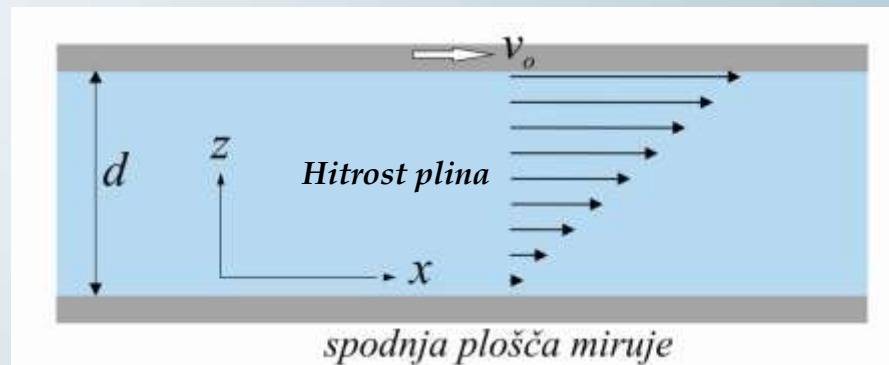
Eksperimentalno je bilo ugotovljeno, da enačba $F/A = \mu v/d$ (en. II.1) še vedno dovolj dobro opiše silo, potrebno za vzdrževanje stacionarnega gibanja. Toda, in to ne preseneča, **koeficienti viskoznosti so za vse pline blizu atmosferskega tlaka izrazito nižji od viskoznosti kapljev** (izjema je le tekoči vodik, ki je poseben primer).

Vemo že, da, nasprotno kot v primeru viskoznosti kapljev, **viskoznost plinov s temperaturo narašča!** Še bolj presenetljiva pa je empirična ugotovitev, da je za široko območje gostot, **viskoznost plinov neodvisna od gostote plina!**

Gas	Viscosity in 10^{-6} Pa.s
Air at 100K	7.1
Air at 300K	18.6
Air at 400K	23.1
Hydrogen at 300K	9.0
Helium at 300K	20.0
Oxygen at 300K	20.8
Nitrogen at 300K	17.9
Xenon at 300K	23.2

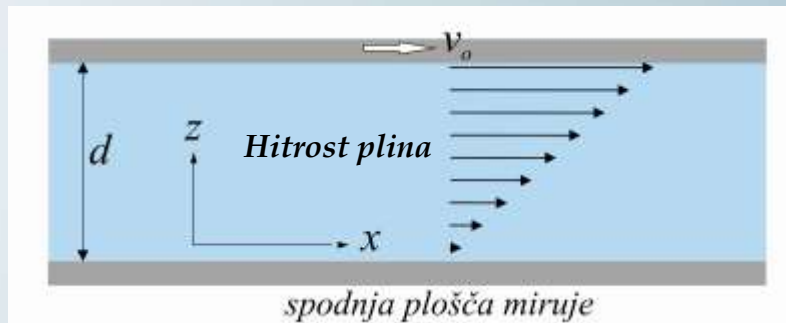
Viskoznost v plinih

Vrnimo se na primer kot ga prikazuje spodnja shema:



Molekule plina zavzamejo pri atmosferskem tlaku tisoče litrov prostornine (1 kmol id.plina pri sobni temp. in 1 baru zavzame približno 25000 dm^3 in 1 kmol vode 18 dm^3) in razumljivo je, da prejšnja slika o nagnjeni množici medsebojno trkajočih molekul kapljevine v primeru plinov odpove. Kot bomo spoznali podrobneje kasneje, molekule zraka letijo naokoli pri sobni temperaturi s hitrostjo približno 500 m/s , njihov premer je približno 0.35 nm , v povprečju so medsebojno oddaljene od 3 do 4 nm in med dvema trkoma opravijo povprečno pot 70 nm .

Viskoznost v plinih



Od kod torej izvira viskoznost plinov? Po shemi se različni sloje plina gibljejo z različno hitrostjo. Molekule hitejših slojev naključno odletijo v počasnejši sloj in se po trku ali dveh upočasnijo in nadaljujejo pot v tem sloju. Obratno se dogaja z molekulami, ki odletijo v hitrejši sloj. Če tudi predpostavimo, da se kinetična energija molekule ohrani pri vsakem trku z drugo molekulo (zanemarimo moment prehoda osnovnega stanja molekule v vzburjeno stanje), se celokupna makroskopska kinetična energija slojev plina zniža. **Makroskopska kinetična energija celokupnega gibanja slojev plina se delno pretvori v naključno molekularno kinetično energijo oz. toploto.**

Viskoznost v plinih

- določitev viskoznosti plina: prenos gibalne količine in srednja prosta pot

Viskoznost plina bomo določili na osnovi izračuna hitrosti x -komponente gibalne količine v z -smeri. V prejšnjih predavanjih smo spoznali, da se x -komponenta hitrosti v primeru konstantnega gibanja zgornje plošče linearno spreminja z višino z

$$v(z) = v_0 \frac{z}{d}$$

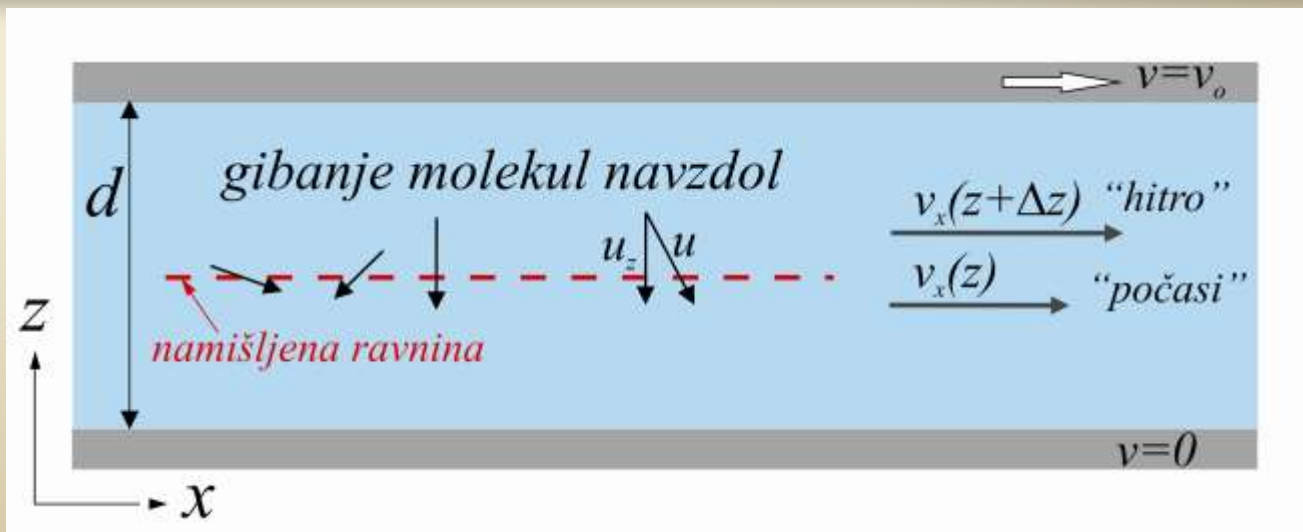
Gibajoča plošča vnaša x -komponento gibalne količine v plin s hitrostjo $F/A = \mu \omega_0 / d$, gibalna količina potuje po plinu s konstantno hitrostjo, koeficient viskoznosti pa nam pove, kolikšna je ta hitrost toka gibalne količine za dani hitrostni gradient.

Dejansko lahko to hitrost gostote toka gibalne količine izračunamo iz poenostavljene kinetične slike plina: spomnimo se, da imajo molekule v plinskem stanju tisočkrat več prostora kot v kapljevinašem stanju, torej prepotujejo (relativno) dolgo pot pred trkom. Čeprav bomo kinetično sliko plinov gradili na osnovi poenostavljene predpostavke, da imajo **vse molekule hitrost u in prepotujejo med trki pot l** , bo naš opis še vedno zelo blizu resnične slike.

Viskoznost v plinih

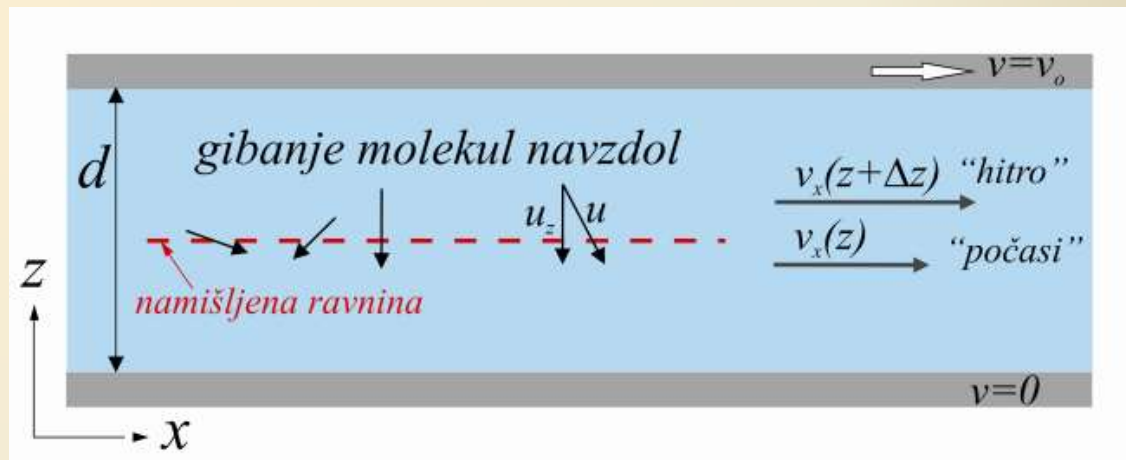
- določitev viskoznosti plina: prenos gibalne količine in srednja prosta pot

Naj bo gostota molekul n (številčna gostota molekul, m^{-3}) in molekulska masa m (g/mol). Pri razmišljanju o prenosu x -komponente gibalne količine v z smeri, si zamislimo ravnino, ki leži paralelno med obema ploščama našega namišljenega sistem. Molekule nad to ravnino so izstreljene skozi njo in na drugi strani trčijo z molekulami, ki se gibljejo s počasnejšim tokom plina. Pri tem povprečno nekoliko povečajo x -komponento gibalne količine tega sloja. Istočasno, nekatere molekule počasnejšega toka priletijo navzgor in nekoliko upočasnijo hitrejši tok.



Viskoznost v plinih

- določitev viskoznosti plina: prenos gibalne količine in srednja prosta pot



Spremljajmo najprej samo molekule, ki prečkajo namišljeno ravnino od zgoraj: ker nas zanimajo samo molekule, ki že potujejo navzdol, torej polovica njih, je tako njihova **gostota** enaka $n/2$. Če zaradi poenostavitve predpostavimo, da se vse molekule gibljejo z enako hitrostjo u , potem je povprečna hitrost teh molekul navzdol enaka ($u_z = u \cos\theta$ in povprečna vrednost $\cos\theta$ vseh smeri, ki kažejo navzdol, je enaka $\approx 2/3$ ($2/\pi$)):

$$|\bar{u}_z| = u \cdot 2/3$$

Torej je število molekul na sekundo, ki prečkajo ravnino od zgoraj, enako (št.mol/s·m²):

$$\frac{n}{2} |\bar{u}_z| = \frac{n \cdot u}{3}$$

Viskoznost v plinih

- določitev viskoznosti plina: prenos gibalne količine in srednja prosta pot

Pravzaprav to ni tisto kar nas najbolj zanima: vedeti želimo, kako učinkovito te molekule med prečkanjem navidezne ravnine prenašajo gibalno količino s hitrejšega v počasnejši tok.

Zamislimo si torej eno samo molekulo, ki od zadnjega trka v hitrejšem zgornjem toku prepotuje razdaljo l do naslednjega trka v hitrejšem spodnjem toku. Naj bo l povprečna razdalja med dvema trkoma in jo imenujemo **srednja prosta pot**. Ne da bi naredili preveliko napako, lahko predpostavimo, da so vse razdalje med trki enake l . Razdalja, ki jo prepotuje molekula navzdol v smeri je torej $\Delta z = l \cdot u_z / u$ ($\Delta z = l \cdot \cos \theta = l \cdot u_z / u$) in je tako razlika x-komponente hitrosti obeh tokov enaka:

$$\Delta v = \frac{dv(z)}{dz} \Delta z = \frac{v_0}{d} \cdot \frac{l u_z}{u}$$

Molekula ima maso m in je potem povprečna prenesena gibalna količina iz hitrejšega v počasnejši sloj enaka $\Delta p = m \cdot \Delta v$. Na osnovi naše predpostavke, da imajo vse molekule enako hitrost u , vrednosti z-komponente hitrosti u_z so potem med 0 in u , in da je gostota molekul enaka $n/2$, je potem hitrost prenosa gibalne količine navzdol preko navidezne ravnine enaka:

$$\frac{V \rho \Delta v}{A \Delta t} = \frac{\Delta z A (n/2) m \Delta v}{A \Delta t} = \frac{n}{2} \frac{\overline{u_z} m \Delta v}{u} = \frac{n \cdot m}{2} l \frac{\overline{u_z}^2}{u} \frac{v_0}{d}$$

Viskoznost v plinih

- določitev viskoznosti plina: prenos gibalne količine in srednja prosta pot

Istočasno se molekule gibljejo v nasprotni smeri iz počasnejšega v hitrejši slok toka in izračuni so seveda enaki. Oba procesa imata enak predznak: v prvem primeru počasnejši sloj plina pridobi napredujočo gibalno količino iz hitrejše plasti, v drugem primeru pa hitrejši sloj gibalno količino izgublja. V obeh primerih je celokupna napredujoča gibalna količina ohranjena. Torej oba procesa prispevata enako in je hitrost celokupne gibalne količine (na enoto površine) preko navidezne ravnine enaka:

$$\text{hitrost gibalne količine} = nm \cdot l \frac{\bar{u}_z^2}{u} \frac{v_0}{d} = \frac{1}{3} nmlu \cdot \frac{v_0}{d}$$

(pri tem smo poenostavljeno upoštevali, da je $u_z^2 \approx u^2/3$).

Očitno ta hitrost transporta x-komponente gibalne količine v z-smeri ne zavisi od pozicije navidezne ravnine in dejansko predstavlja tok gibalne količine vse od gibajoče zgornje do mirujoče spodnje plošče. Preprosteje, je hitrost pri kateri gibajoča zgornja plošča dovaja x-komponento gibalne količine toku plina:

$$\text{hitrost dovedene gibalne količine} = \frac{F}{A} = \mu \frac{v_0}{d}$$

Ker je dovajanje gibalne količine stacionarno, je hitrost dovajanja dejansko hitrost transporta in koeficient viskoznosti je

$$\mu = (1/3)nmlu$$

Viskoznost v plinih

- zakaj viskoznost plina ne zavisi od gostote?

Zamislimo si plin, ki ima enako število rdečih in zelenih molekul enake velikosti, mase itd. Ena od molekul, ki potuje preko ravnine, bo po verjetnosti imela polovico svojih trkov z zelenimi in polovico z rdečimi molekulami. Če sedaj rdeče molekule nenadoma izginejo, se bo hitrost trkov naše potujoče molekule razpolovila. To pomeni, da se bo njena prosta pot podvojila.

Če pogledam enačbo $\mu = (1/3)nmlu$ vidimo, da razpolovitev n in podvojitev l ohranja viskoznost **nespremenjeno** (dejansko začne viskoznost padati v primeru zelo razredčenih plinov, ko se prosta pot približuje velikosti posode, ki zajema plin).

Viskoznost v plinih

- zakaj viskoznost plina narašča s temperaturo?

Preprosto si lahko to razložimo iz enačbe $\mu = (1/3)nmlu$: viskoznost je sorazmerna s povprečno hitrostjo molekule u in ker ta zavisi od temperature (naslednja enačba izhaja iz Boltzmanove porazdelitvene funkcije in na osnovi mikroskopske kinetične energije definira kinetično temperaturo)

$$\frac{1}{2} m \overline{u^2} = \frac{3}{2} k_B T,$$

ta faktor doprinese odvisnost \sqrt{T} . Dejansko, če pogledam tabelo viskoznosti plinov (CRC Handbook, 85th Edition, 6-201), vidimo, da je naraščanje viskoznosti s temperaturo bolj strmo kot pa \sqrt{T} . Vemo, da gostota in masa ostaneta konstantni (smo daleč od relativističnih energij), torej morajo, če verjamemo analizam, srednje proste poti ravno tako naraščati s temperaturo.

To se tudi resnično dogaja – ko hitrejša molekula leti zelo blizu druge molekule, privlačne sile med molekulama za krajši čas delujejo na hitrejšo molekulo in se ta zato manj odkloni od prvotne smeri. To pomeni, da molekule z višanjem temperature in hitrosti, dlje vztrajajo pri približno enaki smeri in s tem bolj učinkovito prenašajo gibalno količino.