

## Primeri vprašanj iz MA1

1. Napiši: a) definicijo skalarnega produkta dveh vektorjev v  $\mathbb{R}^3$ ;  
b) njegove lastnosti.  
c) Če je  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -uv$ , določi medsebojno lego vektorjev  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ .  
d) Če je  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , dokaži Pitagorov izrek:  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = \dots$
2. Napiši: a) definicijo vektorskega produkta dveh vektorjev;  
b) njegov geometrijski pomen;  
c) lastnosti.  
d) Če je  $\vec{a} \times (2\vec{j}) = 0$ , kaj lahko rečeš o vektorju  $\vec{a}$  ?  
e) Če je  $\vec{b} \times \vec{j} = 2\vec{i}$  in  $\langle \vec{b}, \vec{j} \rangle = -1$ , določi  $\vec{b}$ .  
f) Če je  $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$  in  $\vec{d} = (-1, 2, 0)$ , izračunaj koordinate vektorja  $\vec{c} \times \vec{d}$ .  
g) Če je  $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ , kaj lahko rečeš o medsebojni legi teh dveh vektorjev? Kako smo to dokazali?
3. Napiši: a) definicijo mešanega produkta treh vektorjev;  
b) njegov geometrijski pomen;  
c) lastnosti.  
d) Kdaj je mešani produkt treh vektorjev enak 0? Kako smo to dokazali?  
e) Izračunaj  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  in  $(\vec{a}, \vec{b}, 2\vec{a} + 3\vec{b})$ .  
f) Za kakšne  $\vec{a}$  je  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{a}) = a$ ? Utemelji.
4. Imamo točko  $A$  s krajevnim vektorjem  $r_A$  in točko  $B$  s krajevnim vektorjem  $r_B$ , pri čemer  $A \neq B$ .  
a) Napiši enačbo daljice s krajiščema  $A$  in  $B$ .  
b) Napiši krajevni vektor razpolovišča  $M$  daljice  $AB$ .  
c) Napiši krajevni vektor točke  $C$ , določene tako, da  $B$  razpolavlja daljico  $AC$ .  
Naj bo  $A(-3, 0, 2)$ ,  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(6, 3, -3)$ .  
d) Določi razdaljo med  $A$  in  $B$ .  
e) Ali točke  $A, B, C$  leže na isti premici? Odgovor utemelji.

5. Naj bo  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  množica vektorjev.
- Kdaj je  $A$  linearno neodvisna?
  - Kdaj je  $A$  baza prostora?
- Naj bo  $\vec{a} = (1, 2)$  in  $\vec{b} = (0, -1)$ .
- Dokaži, da je  $\{\vec{a}, \vec{b}\}$  linearno neodvisna.
  - Zapiši vektor  $\vec{i}$  kot linearno kombinacijo vektorjev  $\vec{a}, \vec{b}$ .
  - Kdaj sta dva vektorja linearno odvisna?
  - Kdaj so trije vektorji linearno odvisni?
6. a) Napiši definicijo baze prostora  $\mathbb{R}^3$ .
- Naj bo  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  baza za  $\mathbb{R}^3$ .
- Ali lahko velja  $(\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}) = 0$ ? Utemelji.
  - \*c) Ali se lahko zgodi, da množica  $\{\vec{a}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{c}\}$  ni baza za  $\mathbb{R}^3$ ? Utemelji.
7. a) Napiši definicijo geometrijske vrste. Kdaj taka vrsta konvergira in koliko je v tem primeru njena vsota?
- Ali je vrsta
 
$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$
 geometrijska? Ali konvergira?
8. a) Napiši definicijsko območje, zalogo vrednosti in definicijo funkcij
- $$\arcsin, \arccos, \arctan.$$
- Določi vrednosti vseh teh funkcij pri 0 in 1.
9. Napiši parametrično enačbo krožnice s polmerom  $a$  in s središčem:
- v izhodišču;
  - v točki  $(a, b)$ .

10. a) Napiši definicijo zveznosti.  
 b) Povej lastnosti zveznih funkcij.  
 c) Razloži metodo bisekcije.
11. a) Napiši definicijo odvoda.  
 Napiši enačbo tangente na:  
 b) graf odvedljive funkcije;  
 c) parametrično podano krivuljo. Opiši še fizikalno interpretacijo.  
 d) Določi tangento na elipso  $x^2 + 8y^2 = 9$  v točki  $(1, 1)$ .
12. a) Kdaj in kako lahko uporabljamo L'Hospitalovo pravilo?  
 b) Izračunaj
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$
13. a) Kako aproksimiramo prirastek odvedljive funkcije z odvodom?  
 b) Približno izračunaj  $e^{0,03}$ .
14. a) Kako za odvedljivo funkcijo določimo intervale naraščanja in padanja?  
 b) Odgovori na gornje vprašanje za  $f(x) = x^3 - 3x$ .
15. a) Napiši Rollov izrek in Lagrangeovo formulo.  
 b) Kako dokažemo Rollov izrek?
16. a) Kaj je stacionarna točka funkcije? Kako med stacionarnimi točkami najdemo tiste, v katerih ima funkcija ekstrem?  
 Določi stacionarne točke in ekstreme funkcije  $f(x) =$ :
- a)  $x^3$   
 b)  $x^6$ .
17. Kaj je prevoj funkcije? Določi morebitne prevoje, konveksnost in konkavnost funkcij iz prejšnje naloge.

18. Napiši definicijo nedoločenega integrala funkcije. Napiši nedoločene integrale za funkcije  $f(x) =$ :

$$\sin x, \cos x, \frac{1}{x^2 + a^2}, \dots$$

19. a) Kako rešujemo linearno diferencialno enačbo prvega reda?  
b) Reši enačbo  $y' - y = e^x$ .
20. a) Kako določimo ploščino med dvema krivuljama?  
b) Določi ploščino med  $y = x^2$  in  $y = 1 - x^2$ .  
c) Kako določimo dolžino parametrično podane (gladke) krivulje?
21. Kako določimo prostornino in površino rotacijskega telesa?
22. a) Kako je definiran integral

$$\int_a^\infty f(x) dx?$$

- b) Izračunaj

$$\int_0^\infty e^{-2x} dx.$$

- b) Izračunaj

$$\int_0^\infty \frac{1}{x^2 + 4} dx.$$

23. a) Razloži trapezno formulo za približni izračun določenega integrala.  
b) Ali poznamo še kakšno drugo tovrstno formulo?