

Dodatni primeri teoretičnih vprašanj

1. Napiši: a) definicijo vektorskega produkta dveh vektorjev;
b) njegov geometrijski pomen;
c) lastnosti.
d) Kdaj je vektorski produkt dveh vektorjev enak 0? Kako smo to dokazali?
e) Izračunaj $\vec{i} \times \vec{k}$ in $\vec{k} \times \vec{i}$.
f) Za kakšna \vec{a}, \vec{b} leži vektor $\vec{a} \times \vec{b}$ na osi z ? Utemelji.
2. a) Kdaj sta dva vektorja linearno odvisna?
b) Kdaj so trije vektorji linearno odvisni?
c) Ali sta vektorja $\vec{a} = (2, 1)$ in $b = (1, 2)$ linearno odvisna? Utemelji.
d) Zapiši vektor $\vec{j} = (0, 1)$ kot linearno kombinacijo vektorjev $\vec{a} = (2, 1)$ in $b = (1, 2)$. Na koliko načinov lahko to narediš?
e) Kdaj je množica $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n\}$ vektorjev linearno odvisna?
3. a) Napiši načelo popolne indukcije. Kako ga uporabljamo?
b) Dokaži, da je za $a > 0$ in naravno število $n > 1$

$$(1 + a)^n > 1 + na.$$

4. a) Kdaj je vrsta

$$\sum_1^{\infty} a_n$$

absolutno konvergentna? Ali je absolutno konvergentna vrsta konvergentna? Kakšne so lastnosti absolutno konvergentne vrste?

- b) Napiši kvocientni kriterij za konvergenco.
- c) Ali je vrsta

$$\sum_1^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

konvergentna?

d) Izračunaj

$$\sum_1^{\infty} \frac{1}{2^n}.$$

e) Izračunaj

$$\sum_0^{\infty} \frac{(-1)^n}{5^n}.$$

5. Funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ je zvezna, $f(a) > 0$, $f(b) < 0$.
- a) Kaj lahko poveš o obstoju maksimov, minimov, ničel funkcije f ? Kako bi (približno) določili ničlo(e)?
- b) Denimo še, da je f odvedljiva, $f'(x) < 0$ za vse $x \in [a, b]$. Kje je dosežen minimum funkcije f in koliko ničel ima f na $[a, b]$?
6. Napiši parametrično enačbo naslednjih krivulj v ravnini xy :
- a) krožnice s polmerom 2 in s središčem v 0;
- b) elipse $x^2 + 4y^2 = 1$;
- c) krožnice s polmerom R in s središčem v (a, b) ;
- d) daljice s krajiščema $(0, 0)$ in (a, b) .
7. Izračunaj:
- a) $\int \frac{2x}{x^2+1} dx$;
- b) $\int_0^{2\pi} \sin\left(\frac{x}{4}\right) dx$;
- c) $\int \frac{1}{x^2+2} dx$;
- d) $\int_0^{\infty} e^{-2x} dx$.
8. a) Kaj pravi Rollov izrek? Kako smo ga dokazali?
- b) Napiši Lagrangeovo formulo.
- c) Denimo, da je $f'(x) > 0$. Kaj lahko sklepamo od tod?
- d) Denimo, a je $f'(a) = 0$, $f'(x) > 0$ za $x < a$ in $f'(x) < 0$ za $x > a$. Kaj lahko sklepamo od tod?

9. a) Kaj je integracija po delih (per partes)?

Izračunaj:

b) $\int x e^x dx$.

c) Razcepi na parcialne ulomke

$$\frac{1-x}{2x^2+x}$$

.

d) Napiši in ilustriraj formulo za prostornino rotacijskega telesa.