
REŠITVE 1. DOMAČE NALOGE - KEMIJSKO INŽENIRSTVO 2012

predmet: MATEMATIKA 1

prof. Peter Legiša, asist. Andreja Drobnič Vidic

VEKTORJI

Inženir mora obvladati splošne matematične metode, primerne za reševanje množice nalog; samo tedaj lahko rešuje resnično nove probleme iz svoje stroke.

A.N. Krilov

1. Kot med vektorjema \vec{OA} in \vec{OB} je tisti kot, pod katerim iz točke opazovanja O vidimo objekt. Določimo vektorja $\vec{OA} = (50, -5, 5)$, $\vec{OB} = (180, -10, 0)$ in ju vstavimo v formulo za izračun kota med njima.

$$\cos \varphi = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{|\vec{OA}| |\vec{OB}|}$$

Dobimo

$$\cos \varphi = \frac{(50, -5, 5) \cdot (180, -10, 0)}{\sqrt{2500 + 25 + 25} \sqrt{32400 + 100}} = 0.99.$$

Od tod določimo $\varphi = 6.2^\circ$. Objekt med točkama A in B vidimo iz opazovališča O približno pod kotom 6° .

2. Na točkasto telo deluje sila velikosti 10.2 N .
3. *Letalo leti v smeri 5° severno od zahodne smeri. Dejanska hitrost je 363 vozlov.
4. $T(0, 1, 1)$, razdalja $\sqrt{2}$
5. Uporabimo dejstvo, da je skalarni produkt pravokotnih vektorjev enak 0.

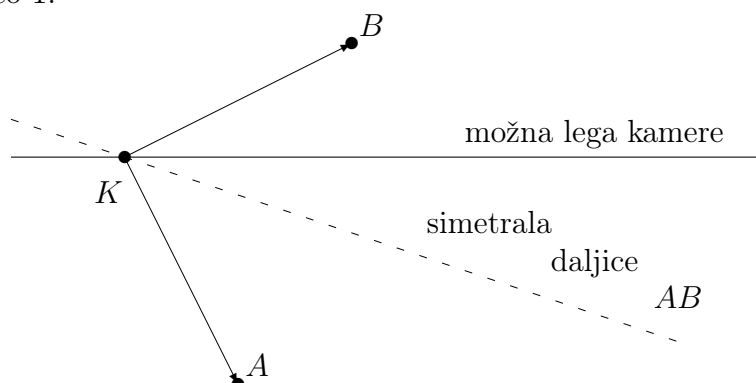
$$0 = (-2, 2, -1)(1, 2, x), \quad x = 2$$

Ploščina trikotnika $\triangle ABC$ je polovica kvadrata $S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4.5$, obseg pa $o = 3 + 3 + \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 10.2$.

6. $k = -4$

7. *Kamerman lahko zasede dva položaja:
- položaj $K_1(1, 2, 0)$, v katerem je od objekta A oddaljen $|\vec{K_1A}| = \sqrt{5} \approx 2.2 \text{ m}$, od objekta B pa $|\vec{K_1B}| = 3 \text{ m}$;
 - položaj $K_2(1, 4, 0)$, v katerem je od objekta A oddaljen $|\vec{K_2A}| = 3 \text{ m}$, od objekta B pa $|\vec{K_2B}| = \sqrt{5} \approx 2.2 \text{ m}$.

8. Narišimo skico 1.



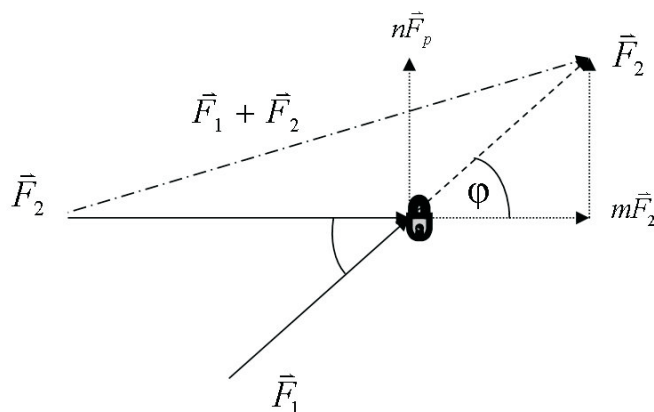
Skica 1. Nadzorovanje s kamero dveh od nje enako oddaljenih strojev.

Ker sta razdalji od K do A in od K do B enaki, iz $|\overrightarrow{KA}| = |\overrightarrow{KB}|$ določimo koordinate kamere $K(-1,5, 1,5, 2,5)$. Izračunamo še oddaljenost kamere K od objekta A : $\sqrt{8 \cdot 75} \approx 2,96$ metrov. Izračunamo še kot $\sphericalangle AKB$:

$$\cos \varphi = \frac{\overrightarrow{KA} \cdot \overrightarrow{KB}}{|\overrightarrow{KA}| |\overrightarrow{KB}|} = \frac{7,25}{8,75},$$

ki znaša približno $\varphi = 34^\circ$. Kamera nadzoruje stroja pod kotom 34° .

9. Pravokotnica \vec{F}_p ima koordinato z enako 0 in jo zato lahko zapišemo $\vec{F}_p = (x, y, 0)$. Določimo jo iz skalarnega produkta z njeno pravokotnico $\vec{F}_2 \cdot \vec{F}_p = 0$ do skalarnega faktorja natančno. Dobimo na primer $\vec{F}_p = (1, -1, 0)$. Razstavimo silo \vec{F}_1 na linearno kombinacijo preostalih dveh sil $(3, 4, 0) = m(2, 2, 0) + n(1, -1, 0)$ in določimo $m = \frac{7}{4}$ in $n = -\frac{1}{2}$.



Skica 2. Linearna kombinacija sil, ki delujejo na telo.

Silo \vec{F}_1 razstavimo torej takole: $\vec{F}_1 = \frac{7}{4}\vec{F}_2 - \frac{1}{2}\vec{F}_p$. Na točkasto telo deluje rezultanta (vsota) sil $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$, ki jo izračunamo s pomočjo zapisane linearne kombinacije sil

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \left(\frac{7}{4}\vec{F}_2 - \frac{1}{2}\vec{F}_p\right) + \vec{F}_2 = \frac{11}{4}\vec{F}_2 - \frac{1}{2}\vec{F}_p = \frac{11}{4}(2, 2, 0) - \frac{1}{2}(1, -1, 0).$$

V smeri sile \vec{F}_2 deluje sila velikosti $7 \cdot 8 \text{ N}$, v smeri pravokotnice pa sila velikosti $0 \cdot 7 \text{ N}$. Prva sila je po velikosti 22-krat večja od pravokotno delujoče sile.

10. 2:1.

11. Dolžina diagonal je $\sqrt{3}$, dolžina osnovnice pa 1.

12. Diagonali se sekata pod kotom $92 \cdot 7^\circ$.

13. 30

14. 14

15. *

16. $V_{\text{paralelepipeda}} = 8$; $V_{\text{prizme}} = \frac{1}{2}V_{\text{paralelepipeda}} = 4$

17. $V_{\text{piramide}} = \frac{1}{3}V_{\text{prizme}} = \frac{1}{6}V_{\text{paralelepipeda}} = \frac{33}{6} = \frac{11}{2}$

18. a) $\pi/2$

b) $D(1, 4, 4)$

c) $27/6$

d) $C'(4, 4, 1)$; 9

19. Določimo sile, usmerjene po posameznih vodih od točke $P = (0, 0, 8)$ do vseh treh hiš

$$\vec{F}_A = \frac{900}{\sqrt{404}}(0, 20, -2), \quad \vec{F}_B = \frac{900}{\sqrt{329}}(-1, -18, 2), \quad \vec{F}_C = \frac{900}{\sqrt{494}}(-22, 3, -1).$$

Izračunamo njihovo rezultanto

$$\vec{F} \approx (-940, 124, -31), \quad \text{vse enote so v njutnih.}$$

To rezultanto sil uravnoteža sila, ki je usmerjena po kablju do točke $X(x_1, x_2, x_3)$ na tleh (torej $x_3 = 0$). Upoštevamo kot

$$\frac{16}{\sqrt{2}} = |\vec{PX}|$$

ter dejstvo, da je vsota sil v vodoravni smeri 0

$$x_1 = -\frac{940}{124}x_2,$$

da končno izpeljemo koordinate točke, v katero je vpet kabel. To so

$$(7.9, -1.04, 0) \text{ z enotami v metrih } m,$$

kjer je izhodišče $(0, 0, 0)$ nožišče droga.

Drog pritiska na tla s silo 31 N.

Najbližje kablju je pritrdišče do hiše B .