

3. izpit iz Matematike 2

Kemijsko inženirstvo

24. 4. 2009

1. Izračunaj integral

$$\int_1^e dx \int_x^e \frac{\ln(y-x+1)}{y(y-x+1)} dy.$$

2. Dano je telo $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; (\sqrt{x^2 + y^2} - 2)^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$.

(a) Izračunaj

$$\iiint_D z dV.$$

(b) Izračunaj prostornino telesa D .

3. Poišči rešitev diferencialne enačbe z danim začetnim pogojem:

(a)

$$x^2 y' = x^2 + xy + y^2, \quad y(1) = 1.$$

(b)

$$2x^2 y'' - 5xy' + 3x = 0, \quad y(1) = y'(1) = 1.$$

4. Naj bo dano vektorsko polje

$$\vec{F} = \left(\frac{1}{x-y}, \frac{x-z}{(y-x)(y-z)}, \frac{1}{y-z} \right)$$

in točki $A(2, 1, 0)$ in $B(3, 2, 1)$. Pokaži, da je integral

$$\int_A^B \vec{F} d\vec{r}$$

neodvisen od poti integriranja in ga izračunaj.