

Izpit iz Matematike 2

Kemijsko inženirstvo

1. april 2010

1. Zamenjaj vrstni red integriranja in izračunaj integral

$$\int_0^1 dx \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{1}{2}} y^2 \cos(\pi xy + \pi y^2) dy.$$

2. Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$\frac{1}{x^2} y' - \frac{1}{1+x^3} y = \frac{1}{y^2}$$

z začetnim pogojem $y(1) = 0$.

3. Dano je vektorsko polje

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{y}{\sqrt{x+z}}, \frac{1}{\sqrt{x+z}}, -\frac{y}{\sqrt{x+z}} \right)$$

in krivulja $\gamma = \{2x^2 + y^2 = 1, x + z = 1\}$. Krivulja γ je orientirana tako, da je njena projekcija na ravnino xy orientirana pozitivno.

- (a) Izračunaj krivuljni integral

$$\int_{\gamma} \vec{F} d\vec{r}.$$

- (b) Poišči točke na krivulji γ , v katerih sta tangentni vektor na krivuljo γ in vektorsko polje \vec{F} vzporedna.

4. Na intervalu $[0, 1]$ naključno izberemo število. Če je x število iz intervala $[0, 1]$, potem je verjetnost, da je izbrano število večje ali enako x , enaka $1 - 3x^2 + 2x^3$. Naj bo X slučajna spremenljivka, ki pove, katero število smo izbrali.

- (a) Določi porazdelitveno funkcijo in gostoto verjetnosti slučajne spremenljivke X .

- (b) Izračunaj matematično upanje $E(X)$ in disperzijo $D(X)$.

- (c) Izračunaj pogojno verjetnost $P(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{2}{3} \mid X \leq \frac{1}{2})$.