

## Izpit iz Matematike 2

### Kemijsko inženirstvo

5. februar 2010

1. V prostoru je dano telo  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 ; x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 1, y \geq 0, z \geq 0\}$ . Gostota telesa je podana z  $\rho(x, y, z) = xy$ . Izračunaj maso in  $z$ -koordinato težišča telesa  $V$ .

2. Izračunaj ploskovni integral

$$\iint_P \frac{x \sqrt[3]{xy^2}}{x^2 + y^2} dP,$$

kjer je  $P$  ploskev  $P = \{z = x^2 - y^2; x^2 + y^2 \leq \frac{3}{4}, x \geq 0, y \geq 0\}$ .

3. Poišči splošno rešitev  $x(t), y(t)$  sistema diferencialnih enačb:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + y + 1 \\ \dot{y} &= -y + e^t - 1\end{aligned}$$

4. Imamo tri posode, v vsaki je 8 kroglic. V prvi posodi so 3 bele in 5 črnih kroglic, v drugi 4 bele in 4 črne in v tretji 5 belih in 3 črne. Na slepo izvlečemo dve kroglici, eno iz prve in eno iz druge posode. Kroglici damo v tretjo posodo, v kateri je tako 10 kroglic.

- (a) Kolikšna je verjetnost, da sta bili obe izvlečeni kroglici bele barve?
- (b) Naj bo  $X$  slučajna spremenljivka, ki pove, koliko belih kroglic imamo sedaj v tretji posodi. Določi porazdelitev slučajne spremenljivke  $X$ .
- (c) Iz tretje posode (v kateri je 10 kroglic) na slepo izvlečemo kroglico. Denimo, da je izvlečena kroglica bele barve. Kolikšna je potem verjetnost, da sta bili tudi obe izvlečeni kroglici iz prve in druge posode bele barve?