

Izpit iz Matematike 3

Kemijsko inženirstvo

14. 2. 2013

1. Funkcija $z = z(x, y)$ je podana implicitno z enačbo

$$\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} = 1.$$

Določi vse možne vrednosti $z(1, 1)$ in pripadajoče parcialne odvode $\frac{\partial z}{\partial x}(1, 1)$ in $\frac{\partial z}{\partial y}(1, 1)$.

2. S pomočjo zamenjave vrstnega reda integriranja izračunaj

$$\int_0^{\frac{7}{8}} dx \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt[3]{1-x}} \sqrt{x+y^3} dy.$$

3. Izračunaj ploskovni integral $\iint_P x^2 y dS$, kjer je P kos valja

$$x^2 + y^2 = 2, \quad -1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq z \leq 1, \quad y \geq 0.$$

4. Iz posode, v kateri imamo 2 beli in 7 črnih kroglic, na slepo izvlečemo dve kroglici (brez vračanja). Če sta obe izvlečeni kroglici črni, zaključimo, sicer pa iz posode, v kateri sta zdaj 2 kroglici manj, izvlečemo še dve kroglici. Postopek ponavljamo toliko časa, dokler ne izvlečemo para dveh črnih kroglic. Poskus se torej ustavi najkasneje po treh korakih.

- (a) Kolikšna je verjetnost, da se poskus ustavi v prvem koraku?
- (b) Naj bo X slučajna spremenljivka, ki pove, v katerem koraku se ustavi poskus. Določi porazdelitev spremenljivke X in njeno matematično upanje.
- (c) Denimo, da se postopek ustavi v drugem koraku. Kolikšna je potem verjetnost, da smo v prvem koraku izvlekli 2 beli kroglici?