

Izpit iz Matematike 2
Kemijsko inženirstvo
9. junij 2010

1. Funkcija $F(y)$ je za $y \geq 0$ podana s predpisom

$$F(y) = \int_0^1 \sqrt[3]{\frac{x^y}{1-x}} \ln(x) dx.$$

Izračunaj

$$\int_1^4 F(y) dy.$$

2. (a) Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$(1+x)y' - xy^2 = x$$

z začetnim pogojem $y(0) = 1$.

- (b) Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$6x^2y'' + 11xy' + y = 0,$$

ki zadošča robnima pogojema $y(1) = 4$, $y(8) = \sqrt{2}$.

3. Dano je vektorsko polje

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{yz}{\sqrt{y+z}}, yz^2, x + z^4 \right).$$

S pomočjo Gaussovega izreka izračunaj ploskovni integral

$$\iint_P \vec{F} d\vec{S},$$

kjer je P zunanji rob zgornje polovice krogle $\{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$.

4. Trikrat ustrelimo v tarčo. Verjetnost, da v posameznem poskusu zadanemo tarčo, je $2/3$.
- (a) Kolikšna je verjetnost, da smo zadeli vsaj enkrat?
 - (b) Denimo, da smo zadeli vsaj enkrat. Kolikšna je potem verjetnost, da smo v prvem poskusu zgrešili?
 - (c) Naj bo X slučajna spremenljivka, ki pove, kolikokrat smo zadeli tarčo. Določi porazdelitev slučajne spremenljivke X .
 - (d) Izračunaj matematično upanje $E(X)$.