

Prvi kolokvij iz matematike 2

4. december 2007

1. Naj bo $a \in (0, \pi)$. Izračunaj integral s parametrom

$$\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}},$$

nato pa s pomočjo dobljenega rezultata še

$$\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)^3}}.$$

2. Kolikšna je masa telesa, podanega z neenakostmi

$$0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + y^2 \leq 2x,$$

če je telo homogeno? Določi še z -koordinato težišča.

Navodilo: cilindrične koordinate.

3. Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y^2}{x^2},$$

ki zadošča pogoju $y(1) = 0$.

4. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$4x^2 y'' + 8xy' + y = \sqrt{x}.$$

Čas reševanja: 90 minut.