

2. kolokvij iz Matematike 2

Kemijsko inženirstvo

1. februar 2010

1. Naj bo dano vektorsko polje

$$\vec{F}(x, y, z) = \left(\frac{1}{x+y}, \frac{1}{x+y} - \frac{1}{y+z}, \frac{1}{z} - \frac{1}{y+z} \right)$$

in točki $A(1, 1, 1)$ in $B(2, 1, 2)$. Pokaži, da je integral

$$\int_A^B \vec{F} d\vec{r}$$

neodvisen od poti integriranja in ga izračunaj.

2. Izračunaj ploskovni integral

$$\iint_P \frac{dx dz + dy dz}{x^2 + y^2},$$

kjer je P kos sfere $P = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1; x, y, z \geq 0\}$, orientiran tako, da normalni vektor ploskve kaže ven iz središča sfere.

3. Imamo 2 škatli, v vsaki so 4 bele in 4 črne kroglice. V posameznem poskusu na slepo izvlečemo eno kroglico iz prve škatle in jo damo v drugo škatlo, nato pa na slepo izvlečemo kroglico iz druge škatle in jo damo v prvo škatlo. Po vsakem poskusu imamo tako v vsaki škatli 8 kroglic. Poskus izvedemo dvakrat.

- Kolikšna je verjetnost, da imamo po 1. poskusu v vsaki škatli 4 bele in 4 črne kroglice?
- Kolikšna je verjetnost, da imamo po 2. poskusu v vsaki škatli 4 bele in 4 črne kroglice?
- Kolikšna je verjetnost, da smo imeli po 1. poskusu v vsaki škatli 4 bele in 4 črne kroglice, če smo imeli po 2. poskusu v vsaki škatli 4 bele in 4 črne kroglice?

4. Zvezna slučajna spremenljivka X ima gostoto verjetnosti

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{1-x^2}} & , \quad -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & , \quad \text{sicer} \end{cases}$$

- Določi porazdelitveno funkcijo F_X slučajne spremenljivke X . Izračunaj še $P(X \geq 1/2)$ in $P(X \in [\frac{\sqrt{2}}{2}, 2])$.
- Izračunaj $E(X)$ in $D(X)$.