

Drugi kolokvij in prvi izpit iz matematike 2

21. januar 2007

Za kolokvij so naloge 1-4, za izpit pa 2, 4, 5, 6 ali 3, 4, 5, 6.

1. Določi enačbo tangentne ravnine na ploskev

$$\vec{r}(u, v) = (u^2, u \cos v, u \sin v)$$

v točki $T(2, 1, 1)$ in izračunaj dolžino loka krivulje na ploskvi, ki jo dobimo tako, da v zgornjem predpisu vzamemo $u = \sqrt{t}$ in $v = t$ za $1 \leq t \leq 4$.

2. Izračunaj ploskovni integral

$$\iint_P xy \, dP,$$

če je ploskev P podana s predpisi $z = xy$, $0 \leq x \leq y$ in $0 \leq y \leq 1$.

3. Izračunaj krivuljni integral

$$\int_{\vec{c}} 2xy \, dx + (4 - x^2 + y^2) \, dy + 2yz \, dz.$$

če je \vec{c} krožnica, podana kot presek ploskev $z = 0$ in $(x - 2)^2 + y^2 = 4$. Krožnica je orientirana pozitivno za opazovalca v točki $(2, 0, 0)$.

4. Zvezna slučajna spremenljivka X ima gostoto porazdelitve enako

$$p(x) = \begin{cases} x & , \quad 0 \leq x \leq a \\ 2a - x & , \quad a < x < 2a \\ 0 & , \quad \text{sicer} \end{cases} .$$

Določi konstanto a in izračunaj $E(X)$. Določi še $P(0 < X < \frac{a}{2})$.

5. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y' + \frac{y}{x} = -x^2 y^2.$$

6. Izračunaj volumen telesa, ki ga omejujeta ploskvi

$$4z = x^2 + y^2 \quad \text{in} \quad z = \sqrt{x^2 + y^2} - 1.$$

Pomagaj si s cilindričnimi koordinatami.

Čas reševanja: 90 minut.