

2. kolokvij iz Matematike 3

Kemijsko inženirstvo

13. 1. 2014

1. Izračunaj prostornino in koordinate težišča homogenega telesa, določenega s pogoji $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$, $x, y, z \geq 0$.

2. Dano je vektorsko polje $\vec{F} = (ye^{xy} - 1, xe^{xy}, 2z)$ in točki $A(3, 2, 2)$ in $B(2, 2, 3)$. Pokaži, da je krivuljni integral

$$\int_A^B \vec{F} d\vec{s}$$

neodvisen od poti integriranja, in ga izračunaj.

3. Ploskev P je podana s pogoji $z = 2x^2 + 2y^2$, $x, y \geq 0$, $x \geq y$, $z \leq 2$. Izračunaj ploskovni integral

$$\iint_P \frac{y}{x} dP.$$

4. Telo V dobimo, če štirikotnik z oglišči $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, 0)$, $C(1, 0, 2)$, $D(0, 0, 3)$ zavrtimo okrog z osi. S pomočjo Gaussovega izreka izračunaj ploskovni integral

$$\iint_P \vec{F} d\vec{S},$$

kjer je $\vec{F} = (\frac{z}{x}, \frac{zy}{x^2}, \frac{zx^2}{x^2+y^2})$ in je P zunanji rob telesa V . (Nasvet: pri računanju integrala si pomagaj s cilindričnimi koordinatami.)