

Vaje 6

1. Izračunaj

$$\iiint_V \frac{x}{1+x^2+y^2} dx dy dz,$$

kjer je V območje, določeno z $0 \leq x, y \leq 1$ in $0 \leq z \leq 1+x^2+y^2$.

2. Izračunaj

$$\iiint_V \cos(\pi(x+y+z)) dx dy dz,$$

kjer je V območje, določeno z $x, y, z \geq 0$, $x+y+z \leq 1$.

3. Izračunaj

$$\iiint_V y dx dy dz,$$

kjer je V območje $2x+z \leq 1$, $x^2+y^2 \leq 1$, $z \geq 0$.

4. Izračunaj

$$\iiint_V (x^2+y^2) dx dy dz,$$

če je V območje med $x^2+y^2=2z$ in $z=2$.

5. Izračunaj prostornino območja med ploskvama $z=(x^2+y^2)^2$ in $z=x^2+y^2+2$.

6. Izračunaj

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2+y^2+z^2},$$

če je V kroglja s polmerom 3 okrog izhodišča.

7. Izračunaj prostornino telesa, določenega z neenakostima

$$x^2+y^2+z^2 \leq 4z, \quad x^2+y^2+z^2 \geq 12.$$

(R: $\frac{2\pi}{3}(43-24\sqrt{3})$)

8. Izračunaj maso in težišče telesa, podanega z $x^2+y^2+z^2 \leq z$, če je gostota podana kot $\rho(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$. (R: $\frac{\pi}{10}$, $z_T = \frac{4}{7}$)