

Vaje 10

1. Izračunaj krivuljni integral

$$\int_K \frac{ds}{x^2 + y^2 + z^2},$$

kjer je K krivulja $\vec{r}(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$, $t \in [0, 2\pi]$.

2. Izračunaj $\int_K y^2 ds$, kjer je krivulja K dana kot $y = \sqrt{a^2 - x^2}$, $z = 0$.
3. Izračunaj krivuljni integral vektorskega polja $\vec{F} = (x^2, 2xy, yz)$ po krivulji $\vec{r}(t) = (3t, t^2, t)$ od točke $(0, 0, 0)$ do $(3, 1, 1)$.
4. Izračunaj $\int_K \vec{F} d\vec{s}$, kjer je K krivulja $x^2 + y^2 + z^2 = 2a^2$, $x = y \geq 0$ in \vec{F} vektorsko polje $\vec{F} = (x, 0, x)$. Krivulja naj teče od spodaj navzgor.
5. Izračunaj krivuljni integral polja $\vec{F} = (y, y, 1)$ po krivulji $z = x^2 + y^2$, $z = 2x$. Krivulja naj bo, gledano z vrha, orientirana pozitivno.
6. Dani sta točki $A(1, 2, 3)$ in $B(3, 2, 1)$ in vektorsko polje $\vec{F} = (yz, xz, xy)$. Pokaži, da je integral $\int_A^B \vec{F} d\vec{s}$ neodvisen od poti integriranja, in ga izračunaj.