Vaje 11 – ploskovni integrali

Prve vrste:

$$\iint_P f\ dS = \iint f(\vec{r}(u,v))\sqrt{EG-F^2}\ du\ dv$$

Druge vrste:

$$\iint_P \vec{F} d\vec{S} = \iint \vec{F}(\vec{r}(u,v)) \cdot (\vec{r}_u \times \vec{r}_v)\ du\ dv$$

Pri ploskovnih integralih druge vrste moramo paziti tudi na orientacijo.

1. Izračunaj ploskovni integral skalarnega polja $f = x+y+z$ po trikotniku z oglišči $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$.

2. Izračunaj
$$\iint_P f\ dS,$$
kjer je $f = x - y$ in je P kos valja $x^2 + y^2 = 1$ med $z = 0$ in $z = 2$.

3. Izračunaj površino kosa rotacijskega paraboloida $z = x^2 + y^2$, $1 \leq z \leq 2$.

4. Izračunaj
$$\iint_P x dS,$$
kjer je P kos sfere $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z \geq 1$.

5. Izračunaj ploskovni integral vektorskega polja $\vec{F} = (x, y, 0)$ po zunanji strani kosa rotacijskega paraboloida $z = x^2 + y^2 - 1$, $x \geq 0$, $z \leq 2$.

6. Izračunaj ploskovni integral polja $\vec{F} = (x, 0, 0)$ po zunanji strani plašča stožca z osnovno ploskvijo $x^2+y^2 = 1$, $z = 0$, ter vrhom v točki $(0, 0, 1)$.

7. Z uporabo Stokesovega izreka izračunaj krivuljni integral polja $\vec{F} = (-y, x, z)$ po pozitivno orientiranem robu kvadrata z oglišči $A(-1,-1,0)$, $B(1,-1,0)$, $C(-1,1,0)$, $D(1,1,0)$.

8. Z uporabo Gaussovega izreka izračunaj ploskovni integral polja $\vec{F} = (x^2, -2xy, z)$ po zunanji strani roba telesa $0 \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.