

## SINTEZA IN UPORABA STATISTIČNEGA ZNANJA

### Naloga 1

V desetih vzorcih humane plazme smo z dvema metodama določili glukozo. Rezultati so navedeni v nadaljevanju.

Spektrometrija, encimska metoda (mg/(100 mL)):

75, 100, 82, 85, 93, 78, 80, 90, 84, 95

FIA – biosenzor z imobilizirano glukozno oksidazo (mg/(100 mL)):

70, 103, 83, 82, 94, 77, 83, 88, 86, 94

1. Za obe skupini rezultatov izračunajte oz. poiščite: aritmetično sredino, mediano, modus, standardni odklon, varianco, koeficient variacije, minimum, maksimum, mejo spodnje kvartilje, mejo zgornje kvartilje, širino interkvartilnega območja in širino območja.
2. Za oba primera narišite Box-and-Whisker graf in komentirajte oba prikaza.
3. Predstavite pogostost posameznih rezultatov za obe metodi.
4. Rezultate obeh metod čim bolj smiselno uredite v razrede in oblikujte tabeli, ki vključujeta: številko razreda, spodnjo mejo razreda, zgornjo mejo razreda, sredino razreda, frekvenco, relativno frekvenco, kumulativno frekvenco in relativno kumulativno frekvenco.
5. Za prikaz porazdeljevanja rezultatov obeh metod narišite histograme in poligone tako, da uporabite vse mogoče načine predstavitve.
6. Za rezultate obeh metod pripravite graf normalne porazdelitve in oblikujte sklepe.
7. Primerjajte rezultate obeh metod z metodo regresijske premice ( $a$ ,  $b$ ,  $r$ ) in oblikujte sklepe.
8. Izračunajte meji zaupanja za obe metodi pri 95 % ravni verjetnosti.
9. Presodite, če je med ponovljivostma obeh metod statistično pomembna razlika.
10. Presodite, če dajeta pri 95 % ravni zanesljivosti obe metodi signifikantno različne rezultate.

### Naloga 2

V analizi postopek v eni od stopenj predvideva dodatek kapljice reagenta. S tehtanjem ste preverili različne vrste pribora za odmerjanje kapljic tako, da ste z vsako vrsto pribora dvajsetkrat zapored odmerili kapljico in odmerek nadzirali s tehtanjem. Rezultati, ki so izraženi v g, so zbrani v tabeli 3.

1. Narišite primerjalni prikaz rezultatov z Box-and-Whisker grafom in opišite opažanja ter ugotovitve, ki iz tega sledijo. (Ena stran besedila.)
2. Za vse primere ovrednotite ponovljivost in povzemite ugotovitve. (En odstavek.)
3. Katero vrsto pribora bi izbrali za postopek, ki predvideva 36 mg odmerek reagenta? Preverite ali odmerek raztopine z izbrano vrsto pribora statistično pomembno odstopa od zahtevanega odmerka. Oblikujte sklepe. (En odstavek.)

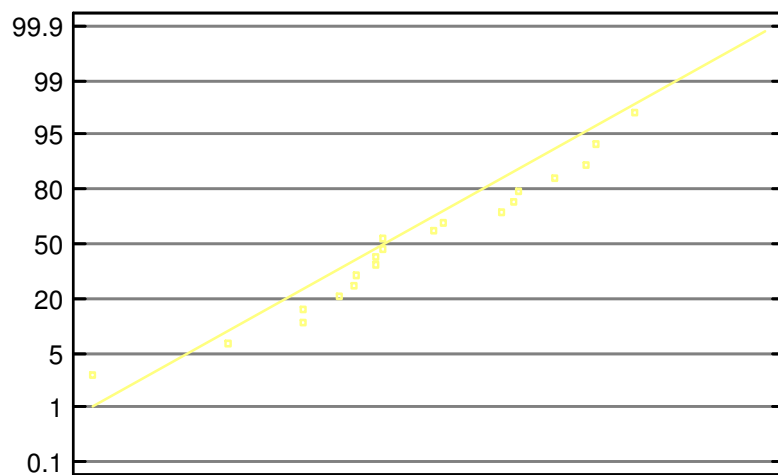
4. Kateri dve vrsti pribora omogočata odmerke, ki so najbližji 50 mg. Za vsako od obeh vrst pribora presodite ali se odmerek statistično pomembno razlikuje od zahtevane vrednosti. Primerjajte obe vrsti pribora med seboj in presodite ali je med njima statistično pomembna razlika. Oblikujte sklepe. (Pol strani besedila.)
5. Katera primerjava rezultatov s t-testom bi bila še smiselna. Definirajte problem, izvedite statistične teste in oblikujte sklepe. (Ena stran besedila.)
6. Ali se rezultati v tretji skupini porazdeljujejo normalno? Box-and-Whisker graf kaže ubežnike na levi strani in premik mediane in srednje vrednosti proti desni.

Tabela 3. Rezultati gravimetričnega preverjanja odmerjanja kapljic z različnimi vrstami pribora izraženi v gramih

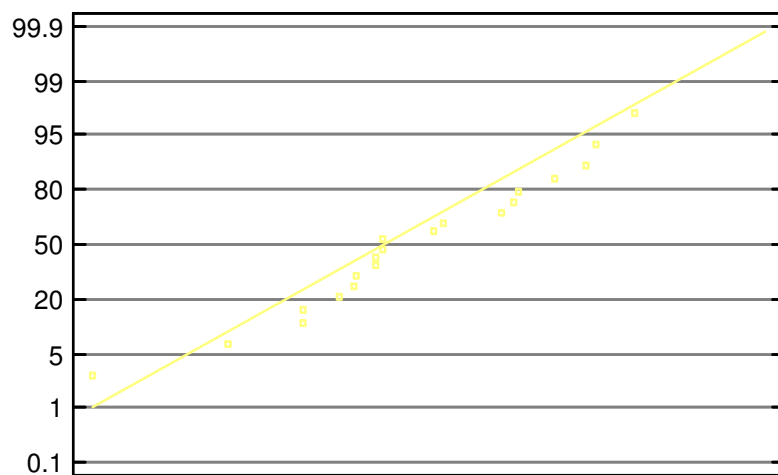
1.	2.	3.	4.	5.	6.
		Prozorna		Prozorna	
Plastična	Plastična	plastenka,	Bela plastenka,	vbočeni	Prozorna
kapalka,	kapalka,	prozorni	bel, vbočeni	nastavek,	plastenka,
kapilarni	kapilarni izhod -	izbočeni kapalni	poglobljeni	neidealna	prozoren vbočen
izhod	druga	nastavek	kapalni nastavek	odprtina	nastavek
0,0199	0,0162	0,0304	0,0489	0,0513	0,0542
0,0192	0,0179	0,0321	0,0471	0,0501	0,0551
0,019	0,0175	0,0315	0,0457	0,0498	0,054
0,0138	0,0176	0,0423	0,0429	0,048	0,0488
0,0176	0,0178	0,0404	0,0416	0,0501	0,0495
0,0189	0,0187	0,0398	0,0464	0,0504	0,046
0,0181	0,0175	0,0411	0,04	0,0499	0,0508
0,0147	0,0165	0,037	0,0414	0,049	0,0524
0,0176	0,0163	0,0372	0,0463	0,051	0,0493
0,0177	0,0141	0,0384	0,0479	0,0484	0,0495
0,0147	0,016	0,0409	0,0473	0,0478	0,0485
0,0149	0,0113	0,0401	0,045	0,0507	0,0493
0,0167	0,0097	0,0421	0,0442	0,0471	0,0477
0,0173	0,0167	0,0394	0,0469	0,0486	0,0533
0,0167	0,0109	0,0388	0,0478	0,0506	0,0521
0,0162	0,0191	0,0413	0,049	0,0484	0,0477
0,018	0,0119	0,0373	0,0478	0,0456	0,0506
0,017	0,0181	0,037	0,0478	0,0506	0,0525
0,0175	0,0145	0,0381	0,0497	0,0479	0,043
0,0174	0,0131	0,0403	0,0469	0,0501	0,0489

Priloga

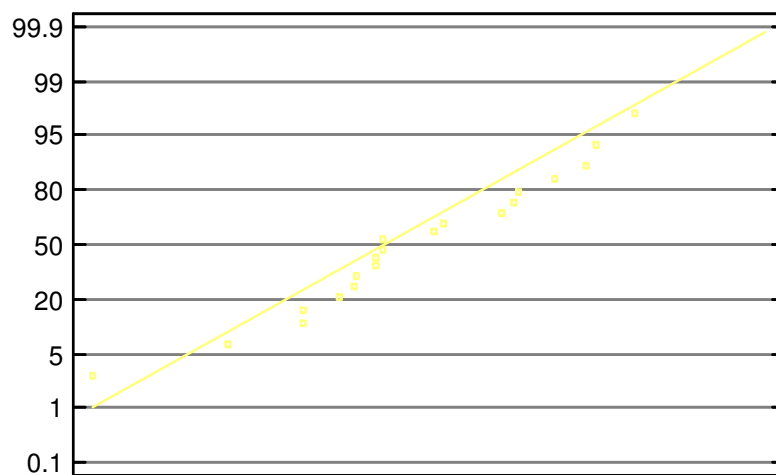
Graf normalne porazdelitve



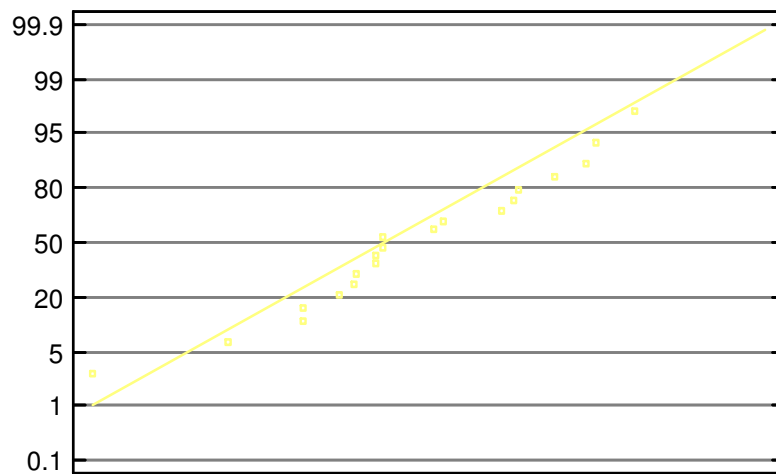
Graf normalne porazdelitve



Graf normalne porazdelitve

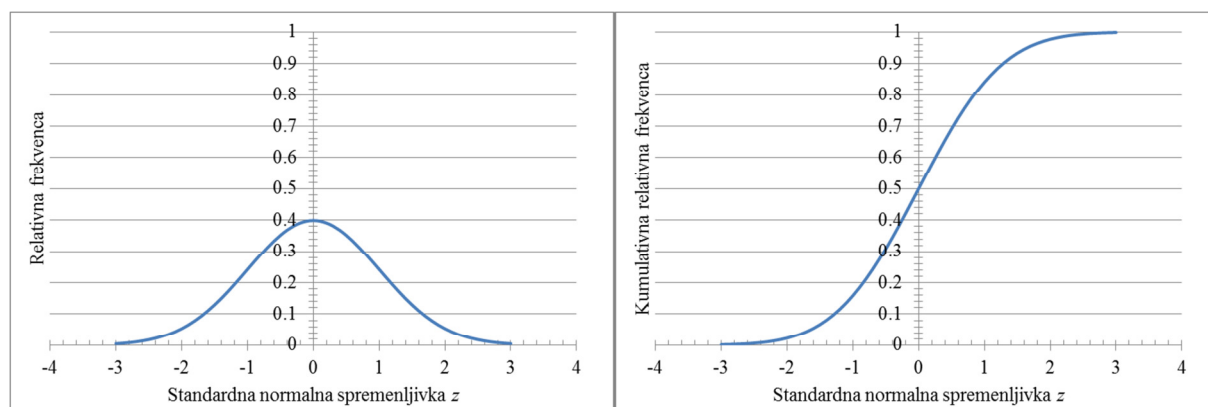


Graf normalne porazdelitve



## Kolmogorov-Smirnov test

Standardna normalna spremenljivka  $z$ : 
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



Slika 2. Grafa normalne porazdelitve narisana v Excelu s pomočjo funkcij NORM.S.DIST( $z$ ; TRUE) in NORM.S.DIST( $z$ ; FALSE).

Tabele 2b, 2,c in 2d, ki jih uporabljajmo pri Kolmogorov-Smirnov testu so v nadaljevanju.

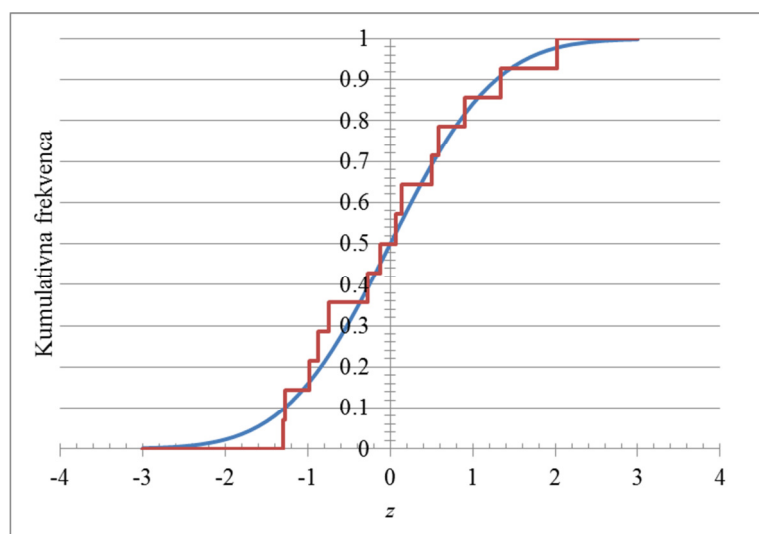
**PRIMER A:** Uporabite tabeli standardne normalne kumulativne porazdelitvene funkcija  $F(z)$  in izračunajte deleže  $z$  vrednosti, ki so:

- Manjše od -2.
- Manjše od 2.
- Med -2 in 2.

Kakšen je odstotek vrednosti, ki pri normalni porazdelitvi ležijo med -1 in 1?

**PRIMER B:**

Vsak dan smo po opravljeni kalibraciji izmerili pH iste puferske raztopine in dobili vrednosti, ki so povzete v tabeli 2a. Preveriti želimo, če so vrednosti iz normalne populacije.



Slika 3. Primerjava porazdelitve skupine rezultatov s teoretično porazdelitvijo.

Tabela 2a. Meritve in postopek računanja za Kolmogorov-Smirnov test

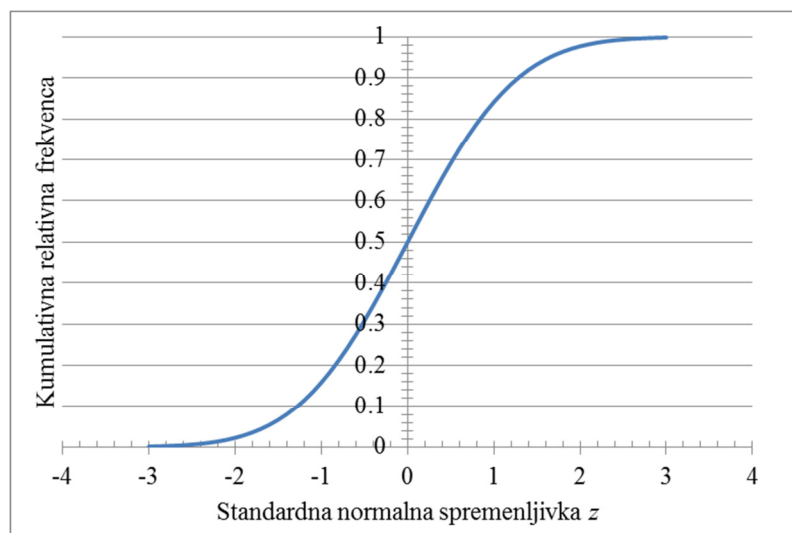
$x$ , pH	$z_{\text{izrač.}}$	$z_{\text{izrač.-urejen}}$	$F(z_{\text{izrač.-urejen}})$	$F(z_{\text{tabelar.}})$	Razlika $D$
<b>7,005</b>	0,14183	-1,2951	0,07143	0,09764	<b>0,09764</b>
<b>6,995</b>	-0,1194	-1,269	0,14286	0,10222	0,03079
<b>6,989</b>	-0,2762	-0,9816	0,21429	0,16315	0,02029
<b>6,966</b>	-0,8771	-0,8771	0,28571	0,19022	0,02407
<b>6,971</b>	-0,7465	-0,7465	0,35714	0,22769	0,05802
<b>6,95</b>	-1,2951	-0,2762	0,42857	0,3912	0,03406
<b>6,951</b>	-1,269	-0,1194	0,5	0,45247	0,02389
<b>7,022</b>	0,58597	0,06345	0,57143	0,5253	0,0253
<b>7,002</b>	0,06345	0,14183	0,64286	0,55639	0,01504
<b>7,051</b>	1,34363	0,50759	0,71429	0,69413	0,05127
<b>7,034</b>	0,89949	0,58597	0,78571	0,72105	0,00677
<b>7,077</b>	2,02291	0,89949	0,85714	0,8158	0,03009
<b>6,962</b>	-0,9816	1,34363	0,92857	0,91047	0,05332
<b>7,019</b>	0,50759	2,02291	1	0,97846	0,04989

$\bar{x} = 6,99957$   
 $s = 0,03828$   
 $n = 14$

Največja  $D$ : **0,09764**  
 Kritična  $D$ : 0,226

**PRIMER B.**

Za naloge, v kateri smo presojali normalnost porazdelitve skupine rezultatov, uporabite za to presajo še Kolmogorov-Smirnov test. Presodite, če se porazdelitev rezultatov statistično pomembno razlikuje od normalne porazdelitve in narišite graf.



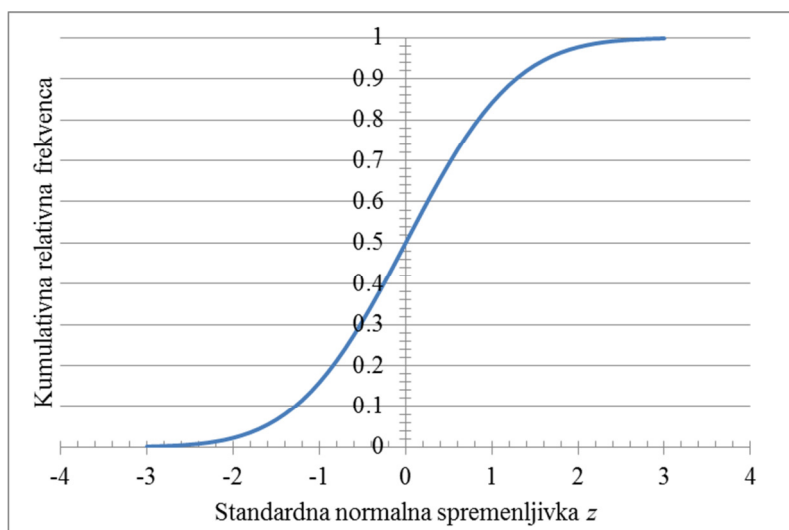
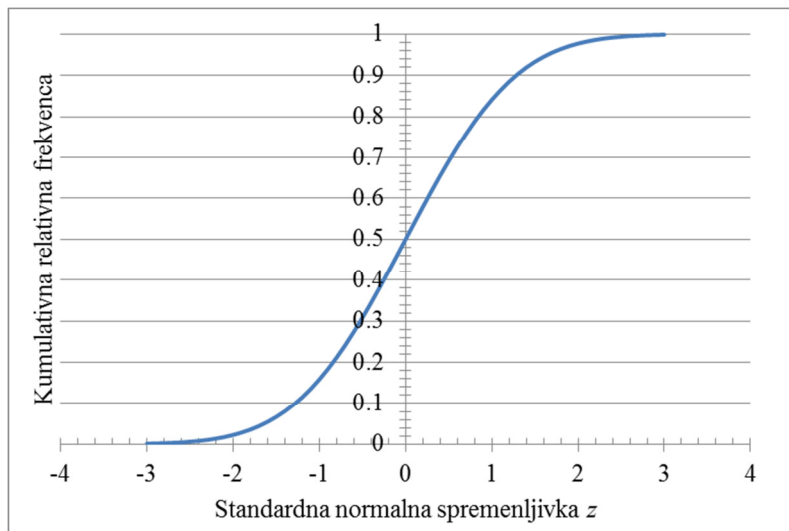


Tabela 2b. Standardna normalna kumulativna porazdelitvena funkcija  $F(z)$  za negativne  $z$ 

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,4	0,00034	0,00035	0,00036	0,00038	0,00039	0,00040	0,00042	0,00043	0,00045	0,00047
-3,3	0,00048	0,00050	0,00052	0,00054	0,00056	0,00058	0,00060	0,00062	0,00064	0,00066
-3,2	0,00069	0,00071	0,00074	0,00076	0,00079	0,00082	0,00084	0,00087	0,00090	0,00094
-3,1	0,00097	0,00100	0,00104	0,00107	0,00111	0,00114	0,00118	0,00122	0,00126	0,00131
-3	0,00135	0,00139	0,00144	0,00149	0,00154	0,00159	0,00164	0,00169	0,00175	0,00181
-2,9	0,00187	0,00193	0,00199	0,00205	0,00212	0,00219	0,00226	0,00233	0,00240	0,00248
-2,8	0,00256	0,00264	0,00272	0,00280	0,00289	0,00298	0,00307	0,00317	0,00326	0,00336
-2,7	0,00347	0,00357	0,00368	0,00379	0,00391	0,00402	0,00415	0,00427	0,00440	0,00453
-2,6	0,00466	0,00480	0,00494	0,00508	0,00523	0,00539	0,00554	0,00570	0,00587	0,00604
-2,5	0,00621	0,00639	0,00657	0,00676	0,00695	0,00714	0,00734	0,00755	0,00776	0,00798
-2,4	0,00820	0,00842	0,00866	0,00889	0,00914	0,00939	0,00964	0,00990	0,01017	0,01044
-2,3	0,01072	0,01101	0,01130	0,01160	0,01191	0,01222	0,01255	0,01287	0,01321	0,01355
-2,2	0,01390	0,01426	0,01463	0,01500	0,01539	0,01578	0,01618	0,01659	0,01700	0,01743
-2,1	0,01786	0,01831	0,01876	0,01923	0,01970	0,02018	0,02068	0,02118	0,02169	0,02222
-2	0,02275	0,02330	0,02385	0,02442	0,02500	0,02559	0,02619	0,02680	0,02743	0,02807
-1,9	0,02872	0,02938	0,03005	0,03074	0,03144	0,03216	0,03288	0,03362	0,03438	0,03515
-1,8	0,03593	0,03673	0,03754	0,03836	0,03920	0,04006	0,04093	0,04182	0,04272	0,04363
-1,7	0,04457	0,04551	0,04648	0,04746	0,04846	0,04947	0,05050	0,05155	0,05262	0,05370
-1,6	0,05480	0,05592	0,05705	0,05821	0,05938	0,06057	0,06178	0,06301	0,06426	0,06552
-1,5	0,06681	0,06811	0,06944	0,07078	0,07215	0,07353	0,07493	0,07636	0,07780	0,07927
-1,4	0,08076	0,08226	0,08379	0,08534	0,08691	0,08851	0,09012	0,09176	0,09342	0,09510
-1,3	0,09680	0,09853	0,10027	0,10204	0,10383	0,10565	0,10749	0,10935	0,11123	0,11314
-1,2	0,11507	0,11702	0,11900	0,12100	0,12302	0,12507	0,12714	0,12924	0,13136	0,13350
-1,1	0,13567	0,13786	0,14007	0,14231	0,14457	0,14686	0,14917	0,15151	0,15386	0,15625
-1	0,15866	0,16109	0,16354	0,16602	0,16853	0,17106	0,17361	0,17619	0,17879	0,18141
-0,9	0,18406	0,18673	0,18943	0,19215	0,19489	0,19766	0,20045	0,20327	0,20611	0,20897
-0,8	0,21186	0,21476	0,21770	0,22065	0,22363	0,22663	0,22965	0,23270	0,23576	0,23885
-0,7	0,24196	0,24510	0,24825	0,25143	0,25463	0,25785	0,26109	0,26435	0,26763	0,27093
-0,6	0,27425	0,27760	0,28096	0,28434	0,28774	0,29116	0,29460	0,29806	0,30153	0,30503
-0,5	0,30854	0,31207	0,31561	0,31918	0,32276	0,32636	0,32997	0,33360	0,33724	0,34090
-0,4	0,34458	0,34827	0,35197	0,35569	0,35942	0,36317	0,36693	0,37070	0,37448	0,37828
-0,3	0,38209	0,38591	0,38974	0,39358	0,39743	0,40129	0,40517	0,40905	0,41294	0,41683
-0,2	0,42074	0,42465	0,42858	0,43251	0,43644	0,44038	0,44433	0,44828	0,45224	0,45620
-0,1	0,46017	0,46414	0,46812	0,47210	0,47608	0,48006	0,48405	0,48803	0,49202	0,49601



Tabela 2c. Standardna normalna kumulativna porazdelitvena funkcija  $F(z)$  za pozitivne  $z$ 

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91309	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976

Tabela 2d. Kritične vrednosti  $D$  za Kolmogorov-Smirnov test (dvostranske vrednosti,  $P=0,05$ )

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$D$	0,376	0,375	0,343	0,323	0,304	0,288	0,274	0,262	0,251
$n$	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$D$	0,242	0,234	0,226	0,219	0,213	0,207	0,202	0,197	0,192