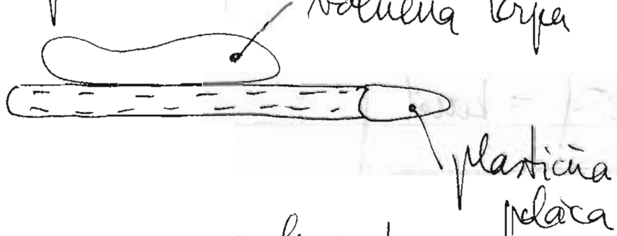
7. ELEKTRIKA

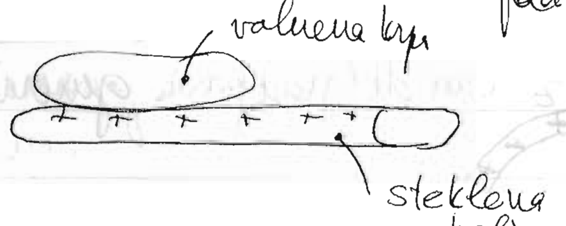
7.1. ELEKTROSTATIKA : obravnavamo statične električne pojave

Električni naboj:

V naravi zelo pogosto opazimo posledice elektrostatike, kot je naprimer iskrenje, če si slečemo volnen pulover ali si krtačimo lase. Opazimo, da med tem preskakujejo iskre med posameznimi vlakni. To iskrenje predstavlja električni tok električnega naboja zaradi sil med naboji.
Izkustveno ugotovimo, da v naravi obstajata dve vrsti električnega naboja, ki ju imenujemo pozitivni in negativni naboj. Kako generiramo (proizvedemo) te naboje? Najbolj enostavno je z mehanskim drgnjenjem plastičnih ali steklenih površin.



Plastična palica se zaradi drgnjenja negativno naelektri.



Steklena palica se pri drgnjenju z volneno krpo pozitivno naelektri.

Od kod pride negativni ali pozitivni naboj? Za to, da to ugotovimo, moramo v svet atomov, ki so sestavljeni iz majhnih delcev – elektronov in protonov. Ti delci nosijo naboj in

Fizika:

elektroni: $e_0 = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As [A·s] A.... Ampere.

protoni: $e_0 = +1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As s.... sekunda

V atomskih jedrih so še nevtroni, ki so električno nevtralni delci in ne nosijo naboja. Atomi lahko izgubijo elektrone ki se potem po snovi lahko gibljejo in dobimo proste naboje. Osnovni naboj ni deljiv, tako da v naravi opazimo cele mnogokratnike osnovnega naboja:

$\pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As

$\pm 2 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As

$\pm 3 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As

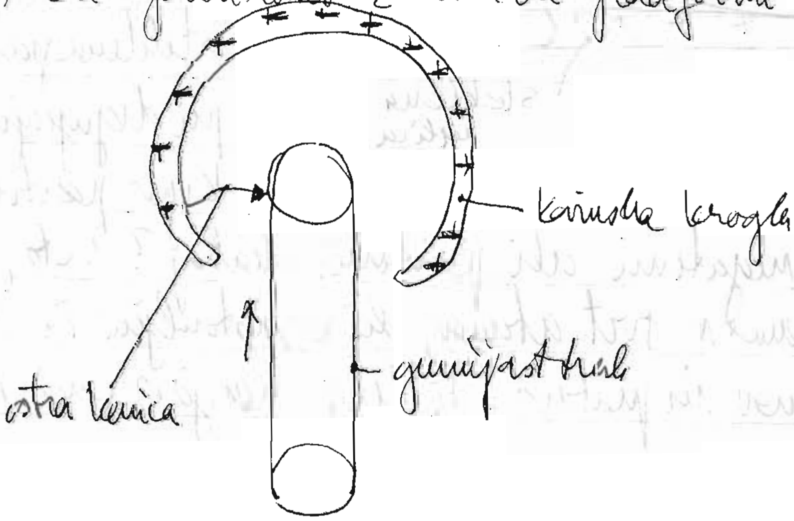
$\pm 4 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As

⋮

V naravi velja tudi zakon o ohranitvi električnega naboja: skupni naboj se vedno ohranja v zaprtem sistemu.

$$\boxed{e = e^+ - |e^-| = \text{konst}}$$

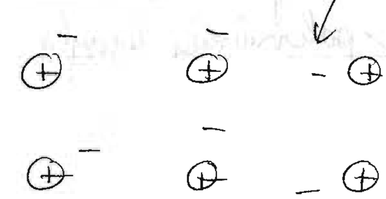
Naboje tudi generiramo z Van de Graaffovim generatorjem:



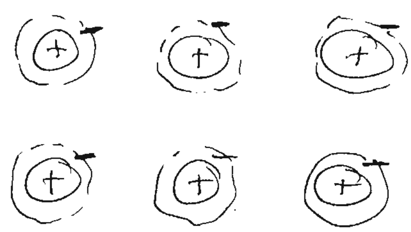
Kovinska krogla se nabije pozitivno: to pomeni, da v tej krogli primanjkuje elektronov

Prevodniki in izolatorji: v prevodniku se električni naboji (elektroni) skoraj prosto gibljejo, v izolatorjih pa se ne morejo gibati.

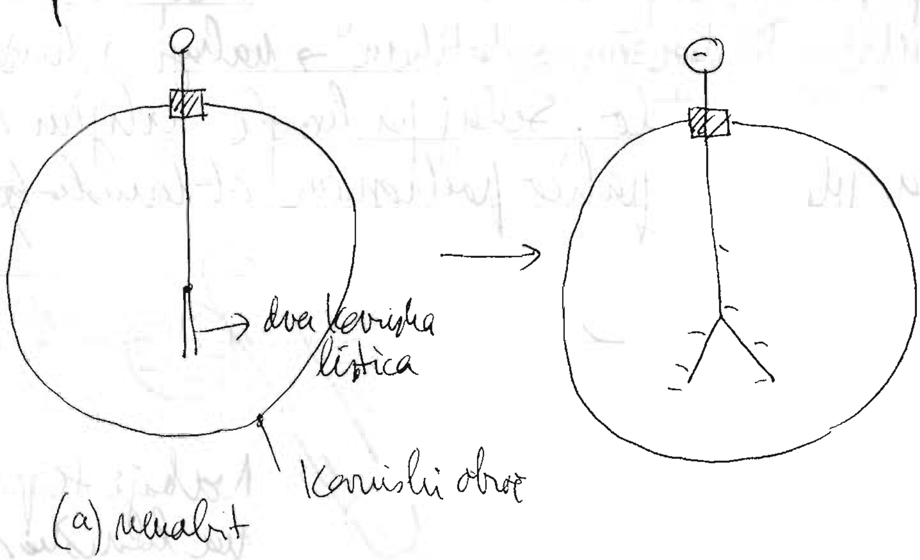
Primer: kovina



Izolator:



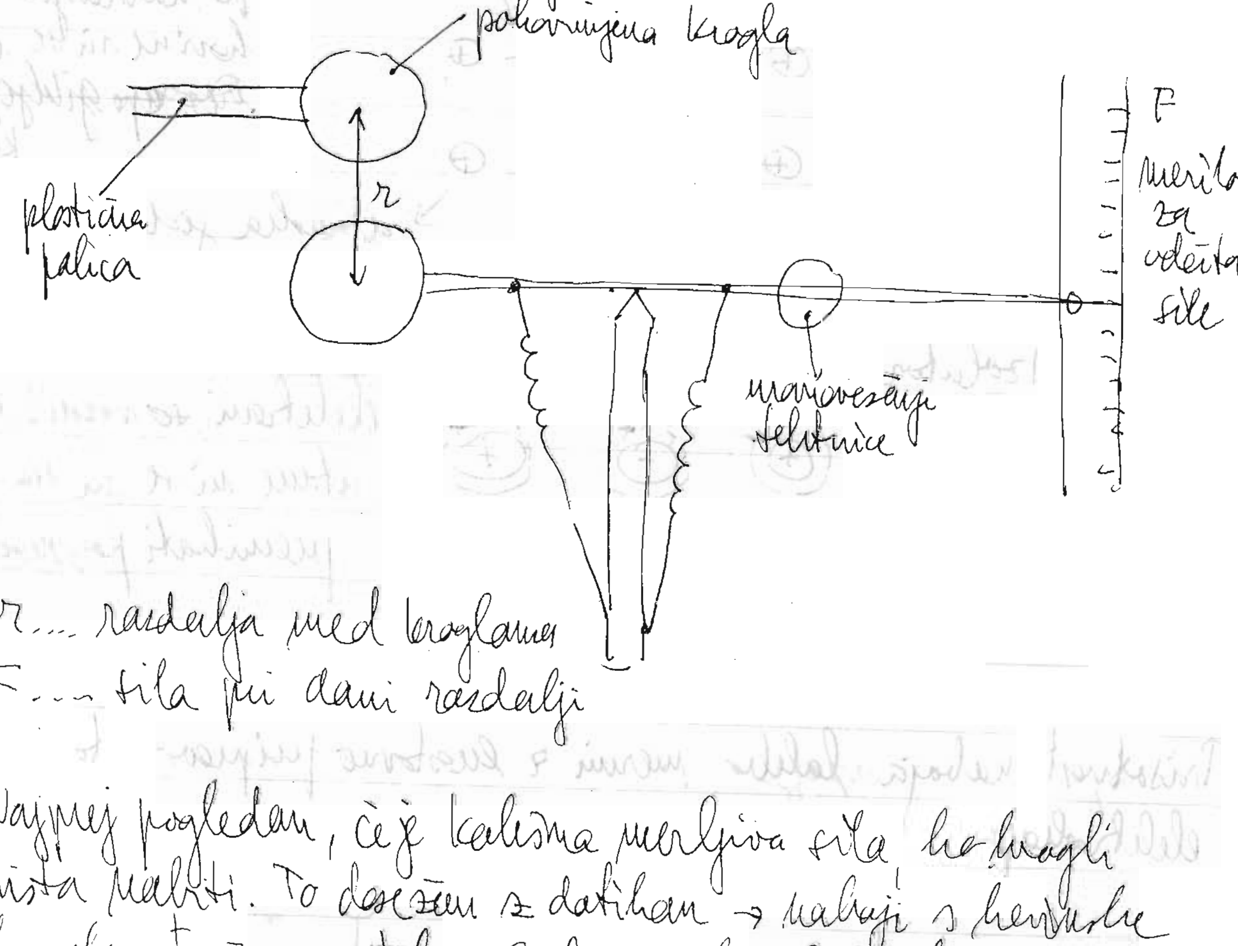
Prisotnost naboja lahko merimo z enostavno pripravo: to je elektroskop:



lističa se razmakneta. Zakaj? Očitno med njima deluje neka sila, ki je posledica el. naboja

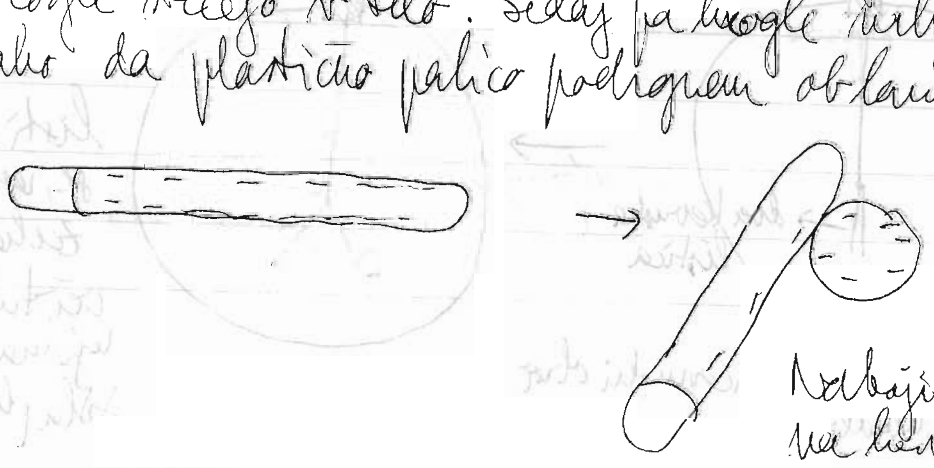
Sile med električnimi naboji: Coulombov zakon

Pri poskusu z elektroskopom smo ugotovili, da se posamezni deli nabitega telesa ~~ob~~ odbijajo med seboj. To pomeni, da delujejo med nabitimi telesi sile, ki izvirajo iz električnih nabojev in jih imenujemo električne sile. Poskusimo izmeriti te sile s posebno pripravo za merjenje električnih sil med dvema naelektrenima kroglama:



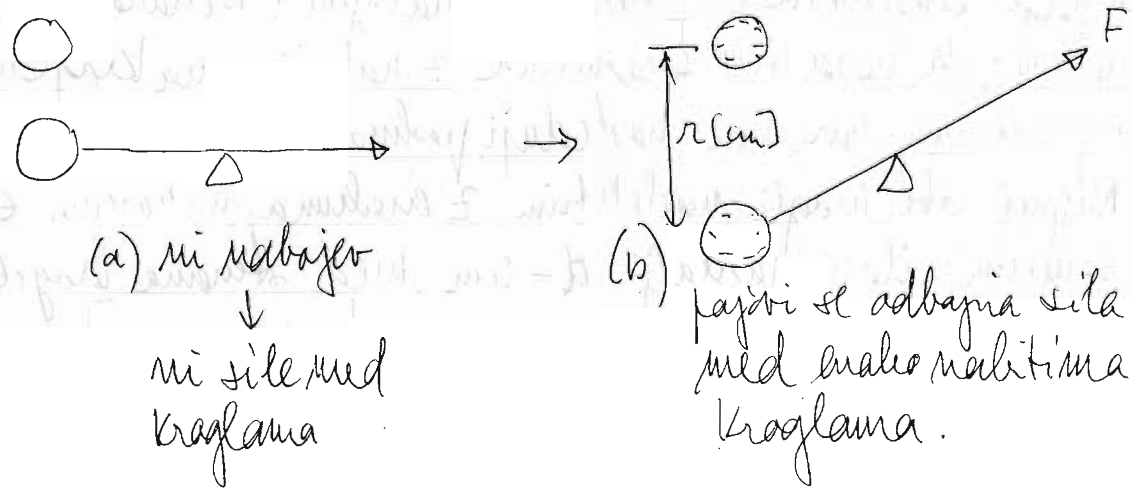
r.... razdalja med kroglama
F.... sila pri dani razdalji

Najprej pogledam, če je kakšna merljiva sila, ko krogli nista nabiti. To dosežem z dotikom → naboji s kovinske krogle stečejo v telo. Sedaj pa krogle nabijem in sicer tako da plastično palico podrgnem ob kovinsko kroglo.



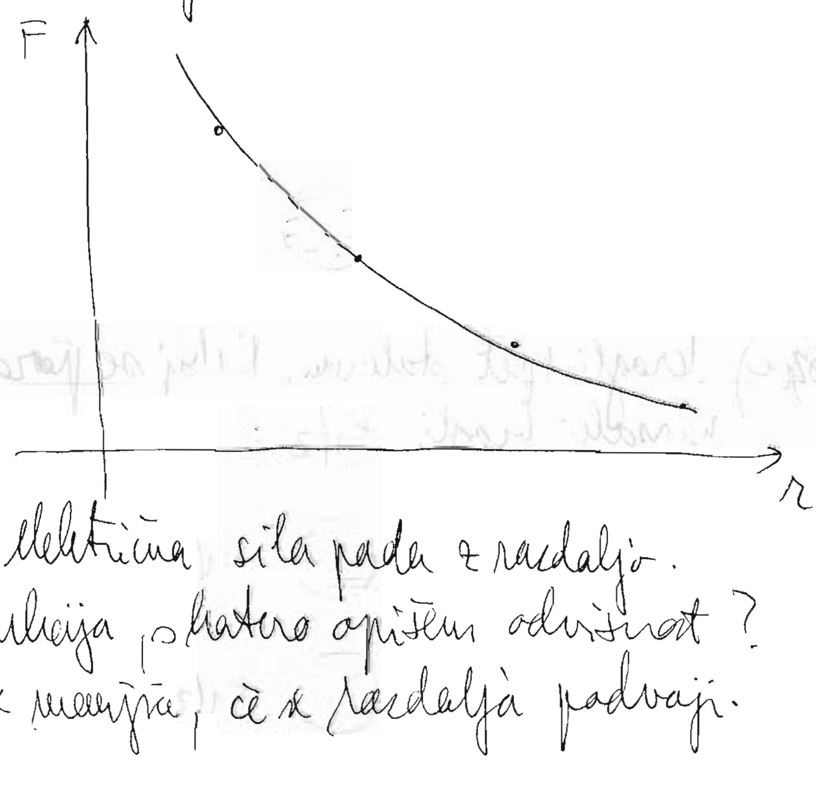
Naboji se prenesejo na kovinsko kroglo

Zakaj se naboji prenesejo na kovinske krogle? Zaradi sil med naboji le ti hočejo biti čim dlje narazen. To lahko dosežejo, da s palice preskočijo na kroglo in se porazdelijo po površini krogle. Obe krogli nabijem in stalnem - ker sta enaki, imata obe enak naboj.



Iz poskusa sklepam, da se enaki odboji med seboj odbijajo. Pogledam, ali je mogoče izmeriti odvisnost električne sile od razdalje med kroglama.

r	F
9,5	2,8
11,5	2,2
14	1,5
21	0,5



Električna sila pada z razdaljo.

Kakšna pa je ta funkcija, s katero opišem odvisnost? Vidimo da je F vse manjša, če se razdalja povečuje.

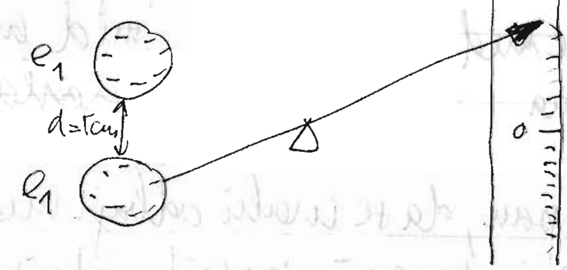
To pomeni, da je

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

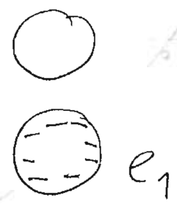
~~sila je~~ Električna sila je sorazmerna z obratnim kvadratom razdalje med točkastima telesoma.

Kako pa je konstanta C povezana z nabojem? Nekako domnevamo, da mora biti sorazmerna z nabojem na kroglama. Da to preverim, naredim naslednji poskus:

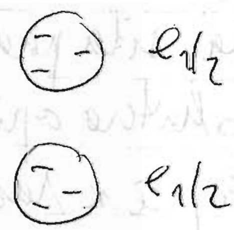
a) Najprej obe krogli naelektrim z enakima nabojema e_1. Izmerim silo v razdalji $d = 1\,cm$ med stenama krogel



b) Eno od krogel dotaknem z roko. Ta krogla se razelektri, ker naboj steče v telo



c) Krogli spet staknem. Naboj se porazdeli, tako da je na vsaki krogli $e_1/2$:



Sedaj zmerim silo pri isti razdalji, pa 2x manjšem naboju na vsaki krogli. Ugotovim, da je sila 4x manjša. To pa je mogoče zapisati s sledečim nastavkom

$$F_e = C \cdot \frac{e_1 \cdot e_2}{r_e^2}$$

e_1 .... naboj prve krogle
e_2 .... naboj druge krogle
r .... razdalja med središčema obeh krogel

Preverim: najprej je bil naboj na obeh kroglah enak

$$F_1 = C \cdot \frac{e_1 \cdot e_1}{r^2}$$

Sedaj pa se je vsak od nabojev zmanjšal za 2x; sila je sedaj

$$F_2 = C \frac{(e_1/2) \cdot (e_1/2)}{r^2} = \frac{1}{4} \cdot C \frac{e_1 \cdot e_1}{r^2} = \frac{1}{4} F_1$$

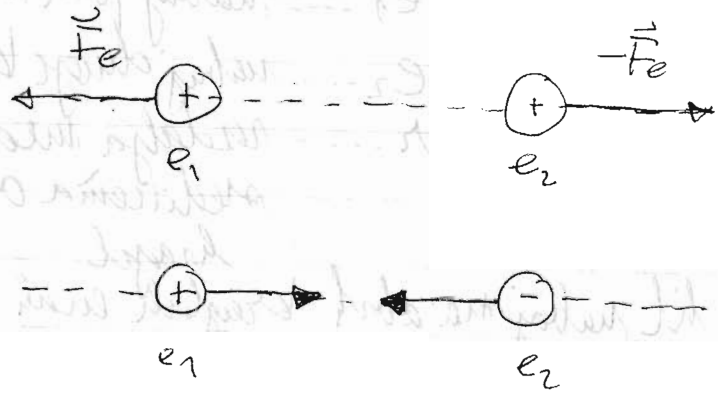
res se sila zmanjša za 1/4. To pa je tudi vse, kar je potrebno za opis sile med točkastimi telesi. Zakon imenujemo Coulombov zakon:

$$\boxed{F_e = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}}$$

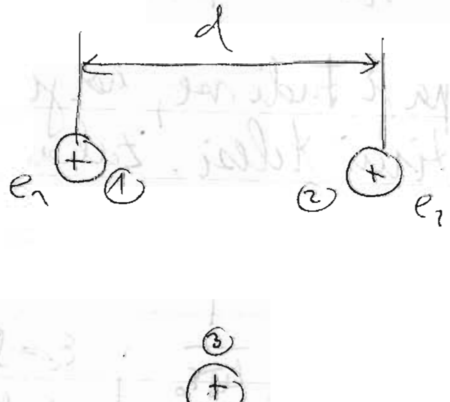
$C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$; $\varepsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12}$ As/Vm influenčna konstanta.

Za naboj e_1 in e_2 vstavimo tudi predznak. Vidimo, da je sila pozitivna (odbojna) za iste predznake nabojev in negativna (privlačna) za nasprotne predznake nabojev.

~~Sila med~~ Električna sila med točkastima električnima nabojema je vedno usmerjena v smeri zveznice med nabojema in je kadar privlačna kadar odbojna:



Primer: Trije točkasti naboji po $+2\cdot10^{-10}$ As so postavljeni v oglišče enakostraničnega trikotnika v razdalji $d=1$mm. Izračunaj električno silo na posamezni naboj!

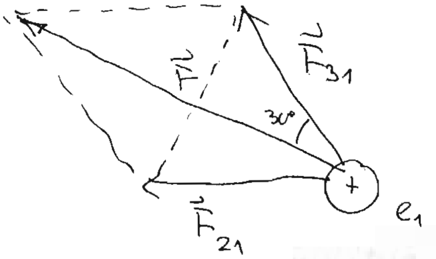


$e_1 = e_2 = e_3 = +2\cdot10^{-10}$ As

$d = 1$mm

Sile bodo enake za vsak naboj, zato si izberemo enega od nabojev, najprej e_1. Na ta naboj delujeta dve sili: $\vec{F}_{21}$ sila drugega naboja

$\vec{F}_{31}$ sila tretjega naboja na prvi.



Ti dve sili moram vektorsko seštetí v skupno rezultanto!

$$\frac{|\vec{F}|}{2} = |\vec{F}_{31}| \cdot \cos 30^\circ$$

$$\boxed{\begin{array}{l} V \cdot A \cdot s = J \\ V \cdot A = \frac{J}{s} = W \end{array}}$$

$$|\vec{F}| = 2 \cdot \cos 30^\circ \cdot |\vec{F}_{31}|$$

$$|\vec{F}_{31}| = \frac{e_1 e_3}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = \frac{+2\cdot 10^{-10}\,As \cdot 2\cdot 10^{-10}\,\cancel{As}}{4\pi \cdot 8{,}9\cdot 10^{-12}\,\frac{\cancel{As}}{Vm} \cdot (10^{-3}m)^2} = \frac{\cancel{4}\cdot 10^{-20}\,As\cdot V\cancel{m}}{\cancel{4}\pi\cdot 8{,}9\cdot 10^{-12}\cdot 10^{-6}\,m^{\cancel{2}}} =$$

$$= \frac{10^{-20}\,J}{\pi\cdot 8{,}9\cdot 10^{-18}\,m} = \frac{10^{-20}\cdot 10^{+18}\cdot N\cdot \cancel{m}}{\pi\cdot 8{,}9 \cdot \cancel{m}} = \frac{10^{-2}}{\pi\cdot 8{,}9}\,N = \underline{\underline{3{,}6\cdot 10^{-4}\,N}}$$

$$|\vec{F}| = 2\cdot\cos 30^\circ\cdot|\vec{F}_{31}| = \underline{\underline{6{,}2\cdot 10^{-4}\,N}}$$

Jakost električnega polja

Coulombov zakon za električno silo zapišem v obliki

$$F = \frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot e_2$$

To je torej sila prvega naboja na drugi naboj.

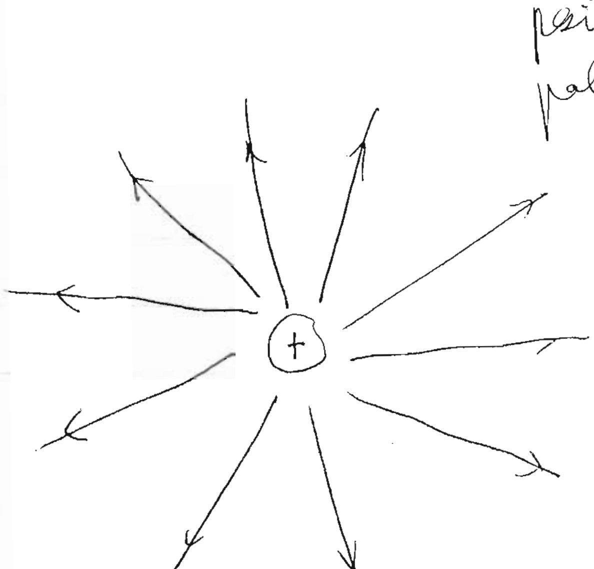
Zgornjo enačbo si tolmačimo na naslednji način: električni naboj e_1 spremeni lastnosti prostora okoli sebe, tako da v prostoru ustvari električno polje. V vsaki točki okoli naboja e_1 imamo torej električno polje, ki ima vektorske lastnosti.

$$\vec{F} = \vec{E}_1(1) \cdot e_2$$

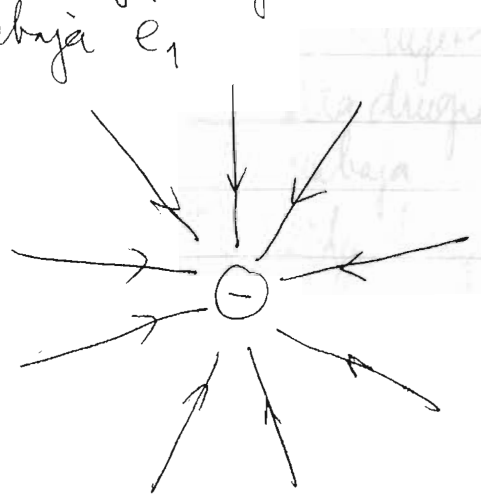
$\vec{E}(1)$ električna poljska jakost naboja e_1

$$\boxed{|\vec{E}(1)| = \frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

To je torej velikost jakosti električnega polja. Kaj pa smer? Smer polja je definirana s smerjo sile na pozitiven naboj, ki ga damo v polje naboja e_1



Električno polje pozitivnega točkastega naboja

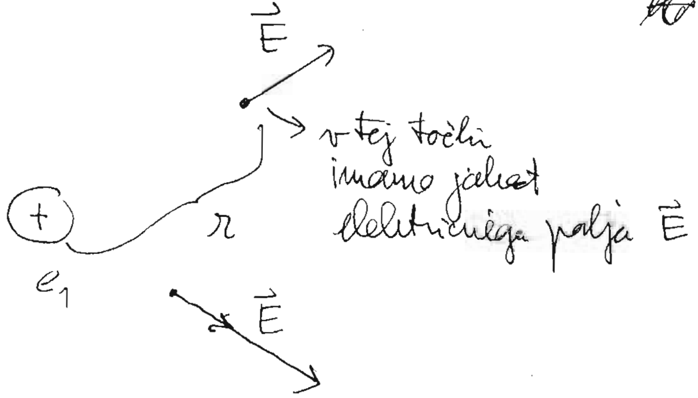


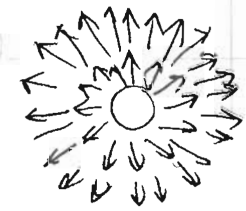
Električna poljska jakost negat. točk. naboja

Kako moramo to računati?

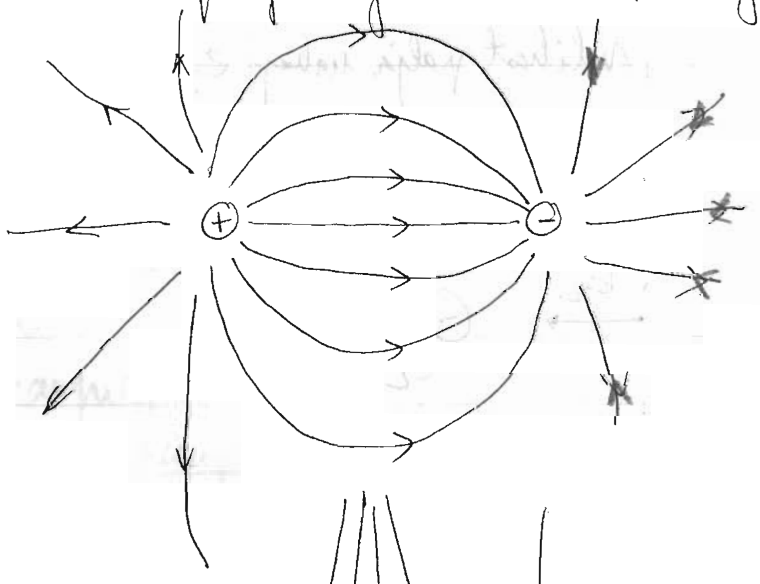
Če vzamem naboj e_1, potem v dani točki v razdalji r ~~ko~~ dobim poljsko jakost

$$E(r)=\frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

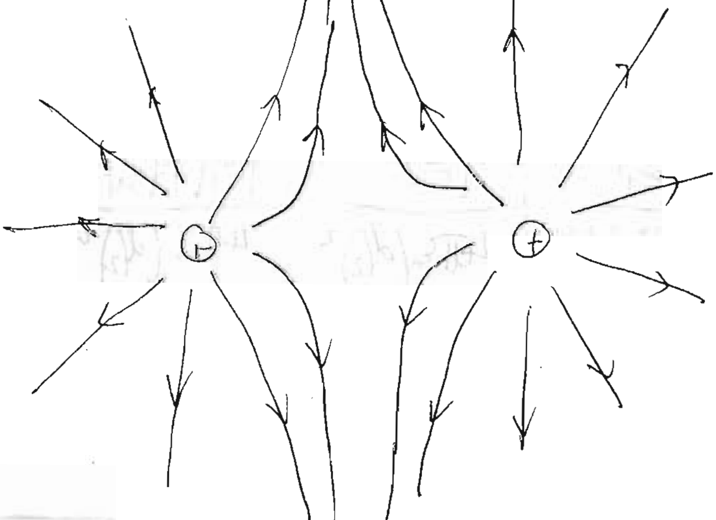




V vsaki točki prostora okoli točkastega naboja imamo torej električno polje. Kako izračunam električno poljsko jakost če imamo več nabojev? Tako, da vektorsko seštevamo električne poljske jakosti vseh nabojev.



polje dveh točkastih nabojev različnega predznaka.



polje dveh točkastih nabojev enakega predznaka in velikosti.

Primer: Izračunaj jakost električnega polja v sredini med dvema nabojema po $+2\cdot 10^{-10}$ As in $-3\cdot 10^{-10}$ As, ki sta v razdalji 1 mm.

zanima nas električno polje v tej točki

$e_1 = +2\cdot 10^{-10}$ As

$e_2 = -3\cdot 10^{-10}$ As

$d = 1$ mm

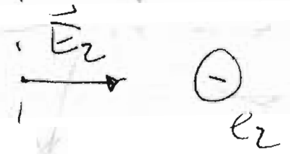
Kako izračunam vsoto obeh polj? Seštati moram el. poljske jakosti obeh nabojev:

Naboj e_1:

$$|\vec{E}_1| = \frac{|e_1|}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

velikost polja naboja e_1

Naboj e_2:



$$|\vec{E}_2| = \frac{|e_2|}{4\pi\varepsilon_0 \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

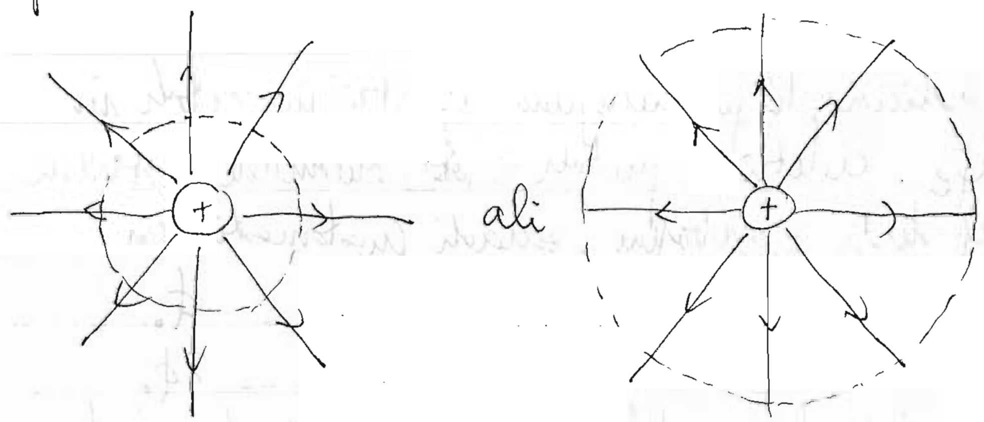
Obe polji kažeta v isto smer, zato je seštevanje z istimi predznaki:

$$E = |\vec{E}_1| + |\vec{E}_2| = \frac{|e_1|}{4\pi\varepsilon_0 (d/2)^2} + \frac{|e_2|}{4\pi\varepsilon_0 (d/2)^2} = \frac{|e_1| + |e_2|}{4\pi\varepsilon_0 (d/2)^2}$$

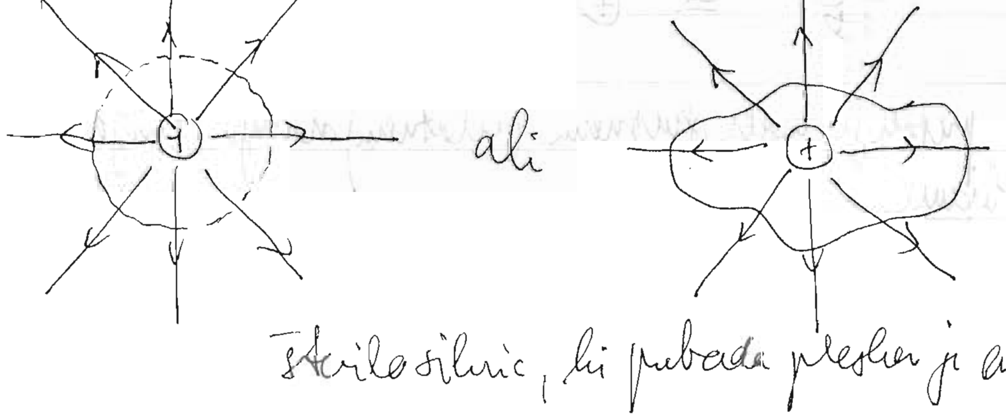
$$= \frac{2\cdot 10^{-10}\,\text{As} + 3\cdot 10^{-10}\,\text{As}}{4\pi\cdot 8{,}9\cdot 10^{-12}\,\frac{\text{As}}{\text{Vm}}\left(0{,}5\cdot 10^{-3}\,\text{m}\right)^2} = 1{,}7\cdot 10^{7}\ \text{V/m}$$

Električni pretok, gostota el. polja in Gaussov izrek

Poglejmo si še enkrat električno poljsko jakost v okolici točkastega naboja. To polje si označim s silnicami, ki mi kažejo, kam kaže sila na pozitiven naboj, če ga dam v bližino polja. Sedaj pa si okoli naboja mislim narisano kroglo. Silnice električnega polja prebadajo površino te krogle. Pomislim, od česa je odvisno število silnic, ki prebada namišljeno kroglo:

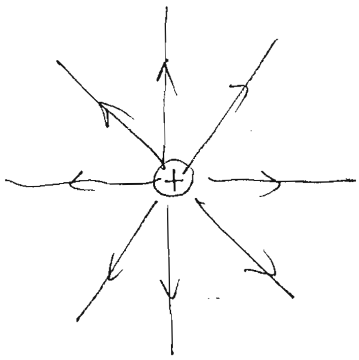


Število silnic, ki prebada kroglo ni odvisno od polmera krogle. Tudi ni odvisno od oblike ploskve: če je krogla ali krompir, je število silnic, ki prebadajo površino krogle ali krompirja enako:

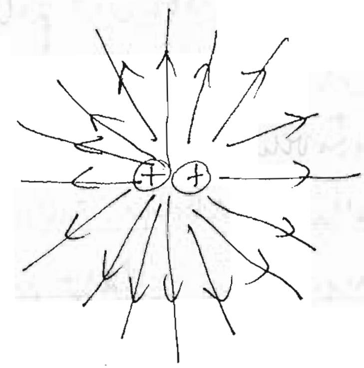


Število silnic, ki prebada ploskev je enako.

Število silnic je odvisno od naboja, ki ga ploskev obdaja, npr.



ali



2× večja gostota silnic.

Definiram količino, ki jo imenujemo električni pretok in označim z Φ_e. Električni pretok je ~~s~~ sorazmeren s številom silnic, torej tudi z nabojem, zaradi enostavnosti kar rečemo da je $\Phi_e = e$

$e_0 \ldots \Phi_0$

$2e_0 \ldots 2\Phi_0$

Električni pretok skozi zaključeno ploskev je enak celotni količini naboja, ki ga ploskev objame. Električni pretok ima naslednje lastnosti:

a) če imam tako pozitivne kot negativne naboje, seštejem skupni naboj, ki je količina $e^+ - |e^-|$. Primer

$\oplus \ominus \oplus \equiv \oplus$

Električni pretok je enak skupnemu (celotnemu) naboju, ki ga ploskev objame.

b) Električni pretok ni odvisen od oblike ploskve, skozi katero pretok računamo.

Definiram novo količino, to je gostoto električnega polja $\vec{D}$:

$$\boxed{D = \frac{\phi_e}{S}} \quad \boxed{D = \frac{e}{S}}$$

$\phi_e = e$ .... električni pretok, oziroma naboj v zaklj. ploskvi

S .... površina zaključene ploskve.

Primer za točkast naboj:

$$D = \frac{\phi_e}{S} = \frac{e}{4\pi r^2} = \varepsilon_0 \cdot E$$

E .... el. poljska jakost

ε_0.... influenčna konstanta

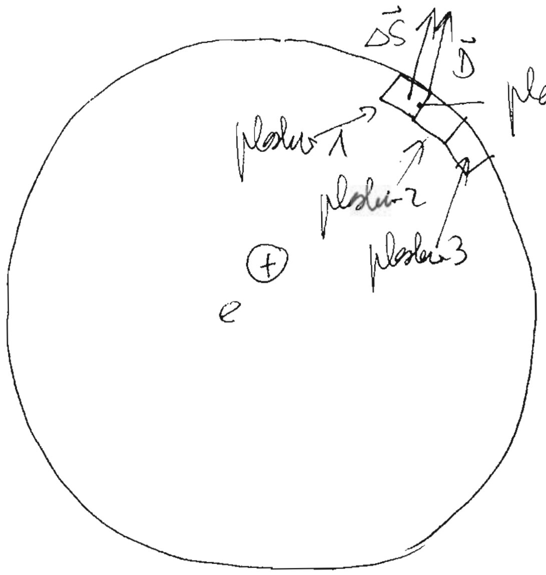
To velja ~~sp~~ splošno, vendar samo za vakuum:

$$\boxed{D = \varepsilon_0 \cdot E}$$

Definicijo električnega pretoka sedaj lahko popišem, tako da električni pretok definiram kot

$$\boxed{\phi_e = D \cdot S}$$

Pogledam to definicijo zopet za točkast naboj in okoli njega po okroglo ploskev:



ploskev velikosti ΔS, smer naj ima + na površino

Produkt $\Delta\vec S \cdot \vec D$ pove število silnic, ki prebada ploskev z velikostjo ΔS. Celotno število silnic dobim s seštevanjem po celotni krogli

Torej $e = \phi_e = \sum_{i=1}^{N} \Delta\vec S_i \cdot \vec D = \oint \vec D \, d\vec S$ $\quad \Delta\vec S_i \to d\vec S$

Dobimo Gaussov stavek, ki pravi: ~~naboj v zaklj. znotraj~~
Električni pretok skozi zaključeno ploskev je enak skupnemu naboju, ki ga ta ploskev objema.

$$\boxed{e = \oint \vec D \, d\vec S}$$

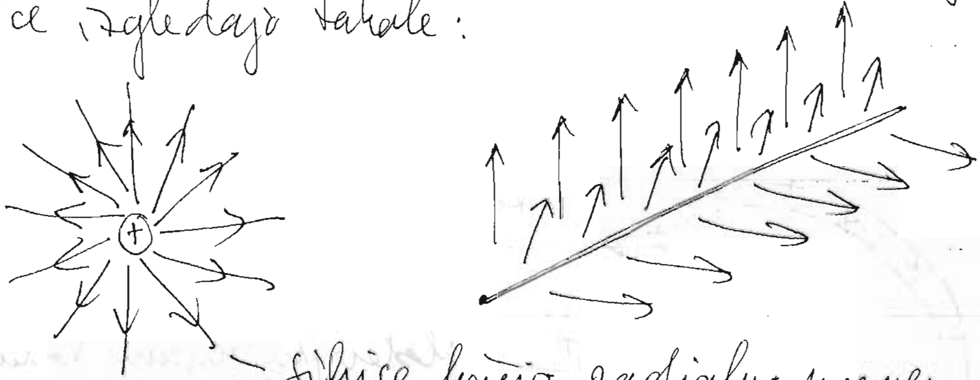
$\oint$ ... integral po zaključeni poti.

Primer uporabe Gaussovega izreka:
Izračunaj električno poljsko jakost v razdalji 10 cm od zelo dolge ravne in tenke žice, ki nosi naboj $+3 \cdot 10^{-6}$ As na vsak dolžinski meter!

$r = 10$ cm
$e = 3 \cdot 10^{-6}$ As
$L = 1$ m

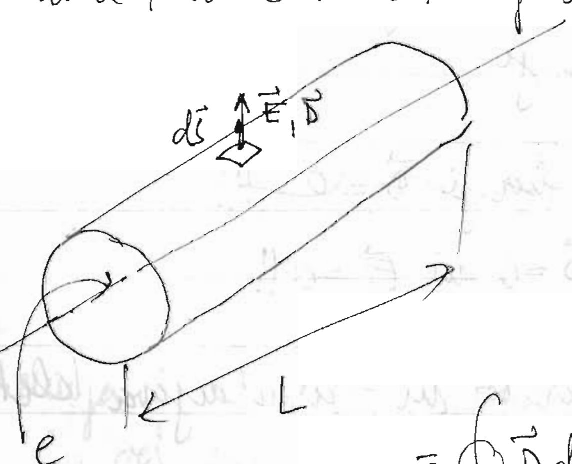
$E(r = 10\text{ cm}) = ?$

Kako izgleda električno polje v okolici dolge tanke žice? Očitno ima lahko smer samo radialno navzven!! Torej v preseku silnice izgledajo takole:



– silnice ležijo radialno navzven.

Torej je električna poljska jakost odvisna samo od razdalje do žice! $E = E(r)$. Zato lahko uporabimo Gaussov stavek in seštejemo električni pretok na vsak dolžinski meter skozi valjasto oblikovano ploskev. Na površini te ploskve je E enak po celem valju. Torej je



$$e = \oint \vec{D}\, d\vec{S} =$$

$$= \underbrace{\oint \vec{D}\, d\vec{S}}_{\substack{\text{stranske ploskve} \\ = 0 \\ \vec{D} \perp d\vec{S}}} + \underbrace{\int \vec{D}\, d\vec{S}}_{\text{plašč valja}} = \int \vec{D}\, d\vec{S} =$$

$$= \vec{D} \cdot \int d\vec{S} =$$

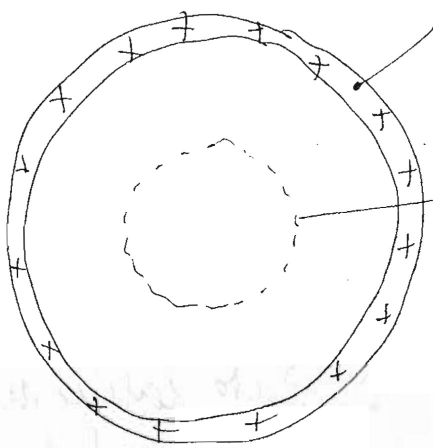
$$= \vec{D} \cdot \vec{S} = D \cdot 2\pi r \cdot L$$

$$e = D \cdot 2\pi r \cdot L = \varepsilon_0 \cdot E \cdot 2\pi r \cdot L \Rightarrow \boxed{E = \frac{e}{2\pi \varepsilon_0 L \cdot r}}$$

To je električna poljska jakost v okolici tanke žice.

$$E = \frac{+3 \cdot 10^{-6} \, As}{1m \cdot 2\pi \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 0{,}1m} = 5{,}4 \cdot 10^{5} \, V/m$$

Faradayeva kletka



Kolikšno je polje v notranjosti? Enako je 0, ker ni naboja. Po Gaussovem stavku je

$$e = \oint \vec{D} \, d\vec{s} = 0 \quad \text{ker je } \vec{D} = 0 \; !!!$$

$$\text{ko je } e = 0 \Rightarrow \vec{D} = 0 \text{ in } \vec{E} = 0 \; !!$$

Poskus: Van de Graaffov generator in Faradayeva kletka.

Delo električne sile, električna napetost, potencial in električna potencialna energija

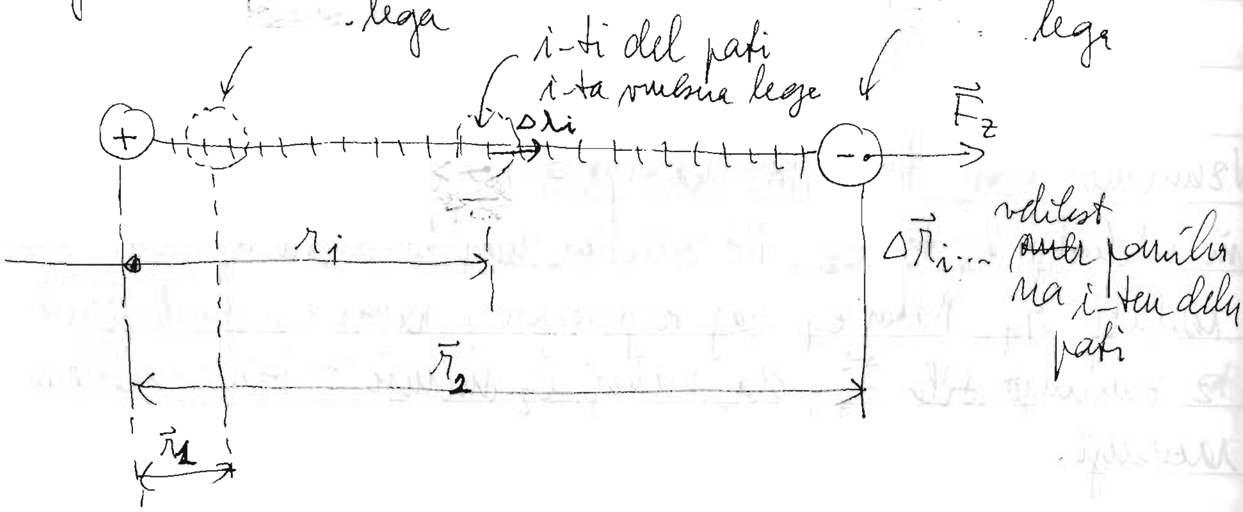
Vzemimo dva točkasta naboja z različnima predznakoma in velikostjo e_1 ter e_2. Na začetku naj bosta naboja na razdalji r_1. Naboj e_1 naj bo pritrjen, naboj e_2 pa držimo z zunanjo silo $\vec{F}_z$, da naboj e_2 miruje v točno določeni razdalji.

pritrjen

Naboj e_2 držim s silo $\vec{F}_z = -\vec{F}_{el}$, da naboj ne odnese v e_1 (ker se privlačita).

Sedaj pa razdaljo med nabojema počasi zmanjšam od začetne r_1 do končne razdalje r_2 in se vprašamo, kolikšno delo opravi sila $\vec{F}_z$. Ugotovimo, da se velikost te sile spreminja z razdaljo, saj je električna Coulombova sila odvisna od razdalje med nabojema!! Velikost te sile se veča, ko se razdalja med nabojema manjša. Zato je delo zunanje sile vedno večje, čim bližje sta naboja. V takem primeru moramo delo računati po majhnih korakih.

Tot nabaja e_2 razdelim na N malih delov, ki so zelo majhni:



Delo na i-tem delu poti je malo:

$$\Delta A_i = \vec F_z \cdot \Delta \vec r_i = + F_z \cdot \Delta r_i = +|e_2||E(\vec r_i)|\Delta r_i$$

$E(r_i)$ .... električna poljska jakost v razdalji $\vec r_i$.
Celotno delo zunanje sile dobim s seštevanjem vseh delnih del. Ta je $E(r_i)$ se namreč spreminja z razdaljo!

$$\boxed{A_z = -e_2 \sum_{i=1}^{N} \vec E(r_i)\cdot \Delta \vec r_i}$$

$A = [A\cdot s \cdot V] = [J]$ enota za delo

Uvedem novo količino, ki jo imenujem napetost med točkama $\vec r_1$ in $\vec r_2$:

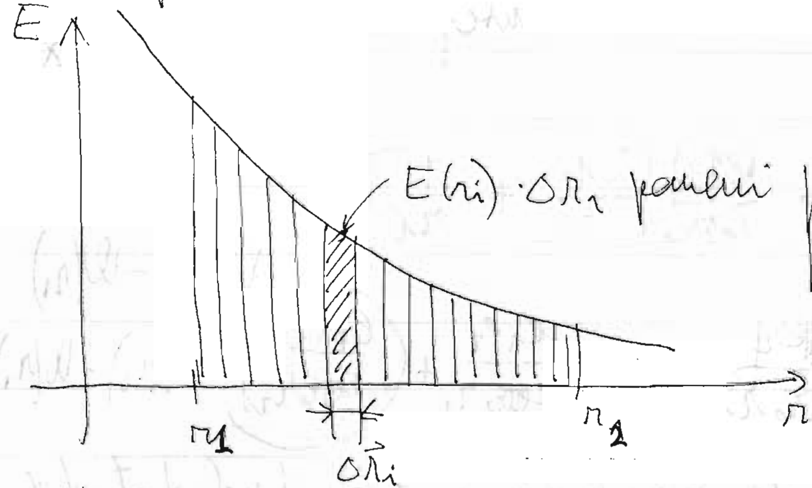
$$\boxed{U(r_1, r_2) = -\sum_{i=1}^{N} E(\vec r_i)\Delta r_i}$$

$[V]$ ... ~~volt~~ Volt enota za napetost

$$\boxed{A_z = e_2 \cdot U(r_1, r_2)}$$

delo zunanje sile na naboju e_2, ki ~~enako produktu~~ ga premaknemo iz točke r_2 v r_1 je enako produktu naboja in napetosti.

Kaj delo v resnici pomeni? Pri mehaniki smo videli, da pomeni delo površino določenih likov pod krivuljo sile. V našem primeru:



$E(r_i)\cdot\Delta r_i$ pomeni ploščino tega malega pravokotnika.

$$\sum_{i=1}^{N} E(r_i)\Delta r_i$$ .... to je celotna ploščina pod krivuljo $E(r)$ od r_1 do r_2.

To ploščino pa lahko izračunamo z integrali. Rečeno:

$$\boxed{A_2 = e_2 \sum_{i=1}^{N} E(r_i)\Delta r_i = e_2 \int_{r_1}^{r_2} E\,dr} \boxed{= e\,U(r_1, r_2)}$$

Napetost je torej integral

$$\boxed{U(r_1, r_2) = + \sum_{i=1}^{N} E(r_i)\Delta r_i = \int E\,dr}$$

Enota za napetost: $U\,[V]$

Dajmo to sedaj izračunat za dva točkasta naboja:

$$A_z = +|e_2| \sum_{i=1}^{N} \frac{|e_1|}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\Delta r_i = +\int_{r_1}^{r_2} \frac{|e_1||e_2|\,dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} =$$

$$= +\frac{|e_1||e_2|}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} =$$

Integral $\int \frac{dx}{x^n} = \frac{1}{(-n+1)} \frac{1}{x^{n-1}}$

$$= -\frac{|e_1||e_2|}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}\Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{|e_1||e_2|}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1}\right] =$$

$W(r_2) - W(r_1)$

$$= -\frac{|e_1||e_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \frac{|e_1||e_2|}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = -\frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = W(r_2) - W(r_1)$$

Uvedem električno potencialno energija dveh dveh točkastih nabojev:

$$\boxed{W_{ep} = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

negativna če sta nasprotna naboja pritega

r ..... razdalja med nabojema

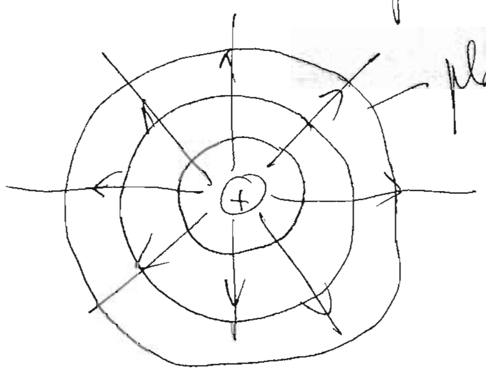
$$\boxed{A_z = W_{ep}(r_2) - W_{ep}(r_1)}$$

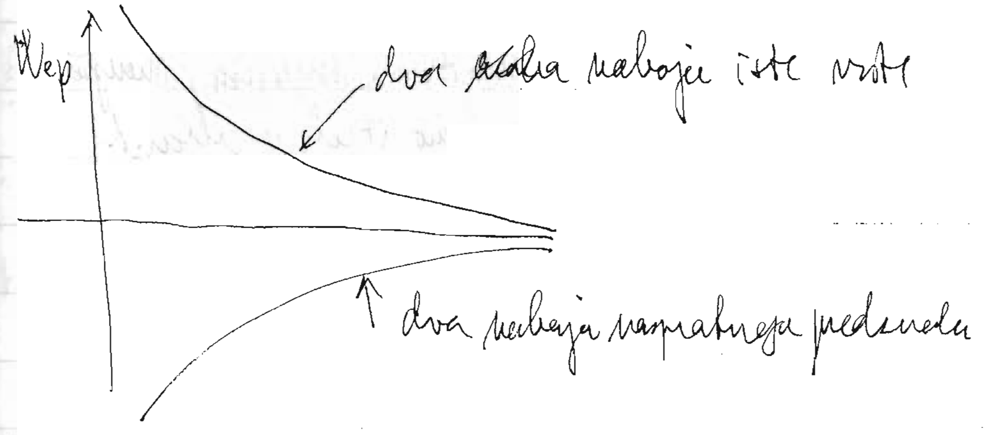
Delo zunanjih sil je enako spremembi električne potencialne energije nabitih delcev.

$$W_{ep} = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Potencialna energija je odvisna samo od razdalje. Tosi ponazorimo z ekvipotencialnimi ploskvami.

ploskve konstantne energije.





Energijski zakon se sedaj glasi:

$$\boxed{W_k - W_k' + W_p - W_p' + W_{ep} - W_{ep}' = A}$$

Delo vseh zunanjih sil razen sile teže in električnih sil med naboji je enako spremembi kinetične, potencialne in električne potencialne energije sistema.

Primer: Dva majhna delca z masama po 1mg in nabojema ~~po~~ $e_1 = +2 \cdot 10^{-10}\,As$ in $e_2 = -3 \cdot 10^{-10}\,As$ na začetku mirujeta v razdalji 1mm. Delca spustimo. Kolikšno hitrost imata delca, ko je med njima razdalja 0,5mm?

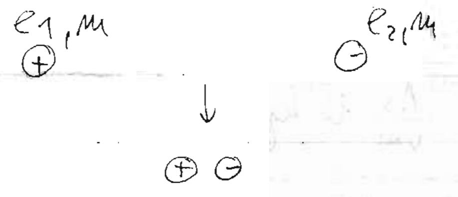
$e_1 = +2 \cdot 10^{-10}\,As$

$e_2 = -3 \cdot 10^{-10}\,As$

$d_1 = 1\,mm$

$d_2 = 0{,}5\,mm$

$m_1 = m_2 = 10^{-3}\,g = 10^{-6}\,kg$



Delca se začneta gibati. Narašča jim kinetična energija, manjša pa električna potencialna energija. Uporabimo izrek o ohranitvi energije in gibalne količine.

a) Ohranitev gibalne količine: ker ni zunanjih sil, se gib. količina ohrani

$$G - G' = 0$$

$$m \cdot v_1 + m \cdot v_2 - 0 = 0$$

$v_1 = -v_2$ delca imata nasprotno enaki hitrosti. Kinetični energiji pa sta enaki.

b) Ohranitev polne energije

$$W_k - W_k' + W_{ep} - W_{ep}' = 0$$

$$2 \cdot \frac{1}{2} m v^2 - 0 + \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 d_2} - \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 d_1} = 0$$

$$m v^2 = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)$$

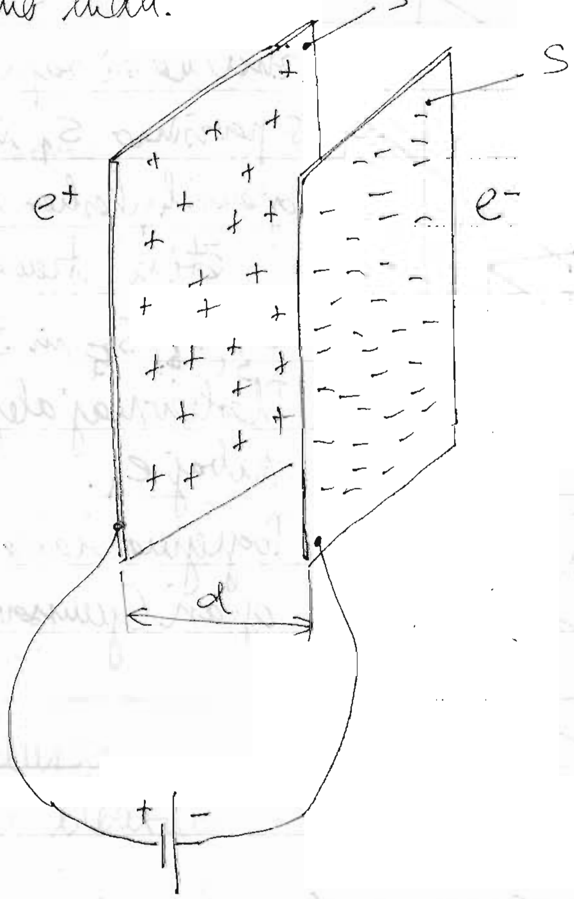
$$\boxed{v = \sqrt{\frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)}}$$

$$v = \sqrt{\frac{-6 \cdot 10^{-20} As \cdot As}{4\pi \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 10^{-6} kg}\left(\frac{1}{10^{-3} m} - \frac{1}{0{,}5 \cdot 10^{-3} m}\right)} = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-20} As \cdot V \cdot m \cdot 10^{3}}{4\pi \cdot 8{,}9 \cdot 10^{-18} kg \cdot m}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-20} \cdot 10^{+3} \cdot 10^{+18} V \cdot A \cdot s}{4\pi \cdot 8{,}9 \; kg}} = \sqrt{\frac{6}{4\pi\, 8{,}9} \cdot 10 \; m^2/s^2} = \underline{0{,}73 \; m/s}$$

Električno polje v ploščatem kondenzatorju

Ploščati kondenzator sestavljata dve kovinski plošči s površinama S, ki sta med seboj paralelno postavljeni v razdalji d. Če na ti dve plošči pritisnemo napetost iz baterije, se na ploščah nabere naboj. Ena plošča se naelektri pozitivno, druga negativno, naboj pa je na ploščah nasprotno enak.

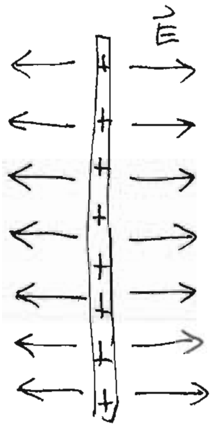


$|e^-| = |e^+|$

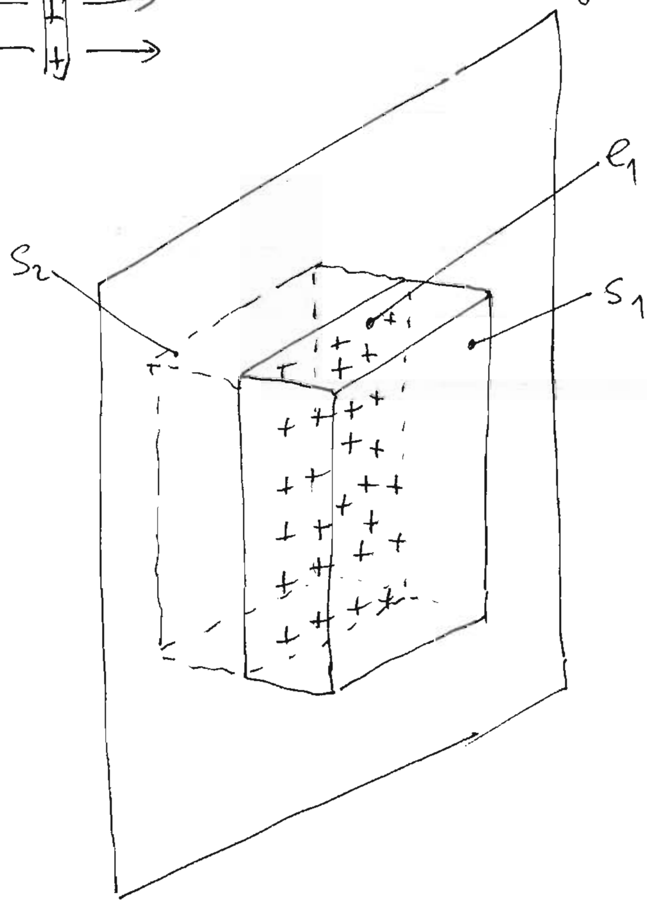
zaradi ohranitve naboja.

Ker so na ploščah naboji, se v notranjosti kondenzatorja pojavi električno polje $\vec{E}$. Zanima nas, kolikšno je to električno polje in kako je usmerjeno. V ta namen si poglejmo električno polje ene same naelektrene plošče.

Vzemimo torej zelo veliko, enakomerno naelektreno ploščo in izračunajmo električno poljsko jakost:



Na eni strani plošče bo polje usmerjeno v desno, na drugi pa v levo. Poskusimo izračunati $\vec{E}$ s pomočjo Gaussovega izreka.

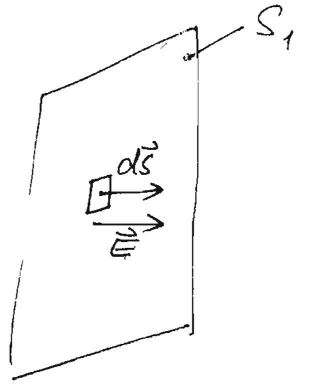


Izberemo si zaprto ploskev s površino S_1 in S_2 glavnih ploskev in še štiri stranske ploskve S_3, S_4, S_5 in S_6. Ploskev naj obdaja naboj e_1. Poglejmo kako se glasi Gaussov izrek

$$e_1 = \oint \vec{D}\, d\vec{S} = \varepsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{S} = \varepsilon_0 \int_{S_1} \vec{E}\, d\vec{S} + \varepsilon_0 \int_{S_2} \vec{E}\, d\vec{S} + \varepsilon_0 \int_{S_3} \vec{E}\, d\vec{S} +$$

$$+ \varepsilon_0 \int_{S_4} \vec{E}\, d\vec{S} + \varepsilon_0 \int_{S_5} \vec{E}\, d\vec{S} + \varepsilon_0 \int_{S_6} \vec{E}\, d\vec{S} =$$

Poglejmo si integral $\int_{S_1} \vec{E}\, d\vec{S}$:



$$\int_{S_1} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{S_1} E\cdot dS = E\cdot\int_{S_1} dS = E\cdot S_1$$

Podobno dobimo za $\int_{S_2} \vec{E}\, d\vec{S} = E\cdot S_2$

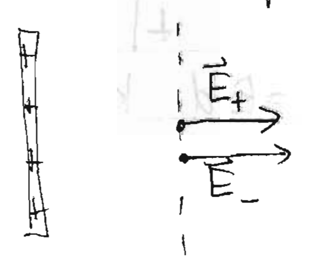
Po ostalih ploskvah pa je $\vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$!! Zato od vseh integralov ostane samo oba integrala po S_1 in S_2

$$e_1 = \oint \vec{D}\, d\vec{S} = \varepsilon_0 E\cdot S_1 + \varepsilon_0\cdot E\cdot S_2 = 2\varepsilon_0 E S_1 \Rightarrow$$

$$e_1 = 2\cdot\varepsilon_0 E\cdot S_1 \Rightarrow \boxed{E = \frac{e_1}{2\varepsilon_0 S_1}}$$

Električna poljska jakost je torej neodvisna od razdalje do plošče. Je konstantna in je odvisna samo od e_1/S_1, to je koliko naboja je porazdeljenega po ploskvi S_1.
V kondenzatorju imamo 2 plošči nasprotno ~~nabiti~~ naelektreni. Zato se električni poljski jakosti seštevata:

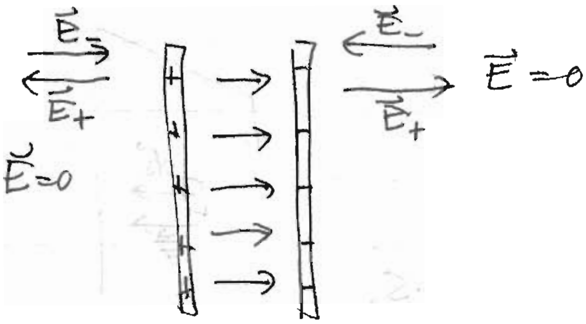
a)



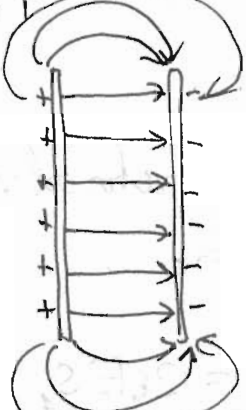
$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-, \quad |\vec{E}| = \frac{e_1}{2\varepsilon_0 S_1} + \frac{e_1}{2\varepsilon_0 S_1} = \frac{e_1}{\varepsilon_0 S_1}$$

Znotraj kondenzatorja je električna poljska jakost torej konstantna. Kaj pa zunaj:

b)



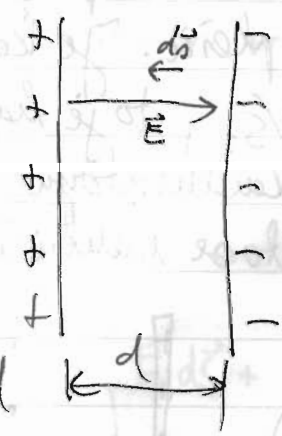
Zunaj pa se električni polji jakosti odštejeta.



Dejansko pa izgleda polje na robovih tako, kot kaže zgornja slika.

Skupno polje v kondenzatorju je torej

$$\boxed{E = \frac{e_1}{\varepsilon_0 S_1}}$$



Po definiciji je napetost med ploščama:

$$U(r_1,r_2) = -\int_{1\,\text{plošča}}^{2\,\text{plošča}} \vec{E}\,d\vec{s} = E\cdot\int_{1\,\text{plošča}}^{2\,\text{plošča}} ds = E\cdot d$$

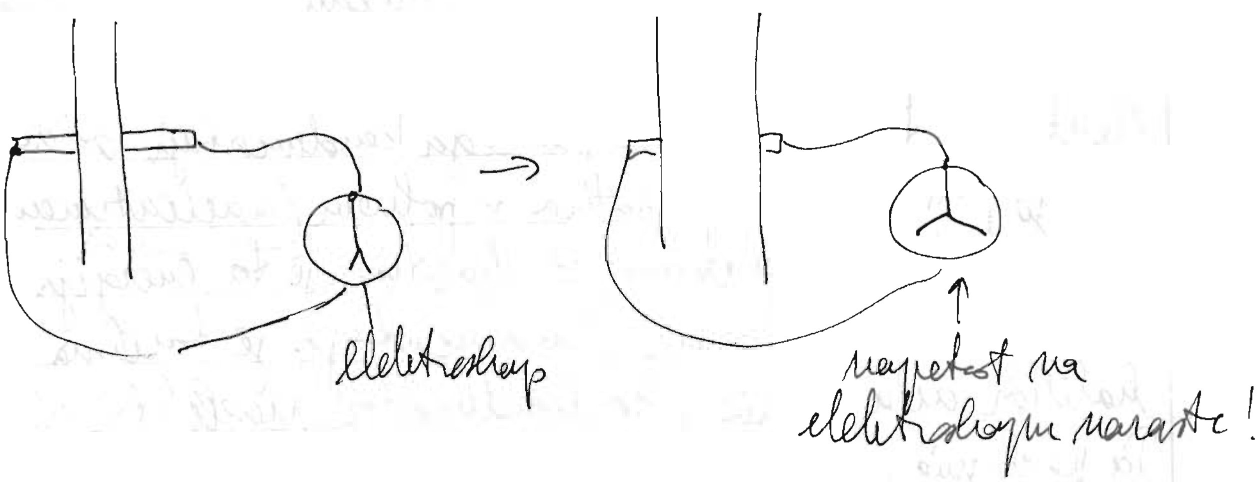
$$U = E\cdot d = \frac{e_1}{\varepsilon_0 S_1}\cdot d \quad \text{ali} \quad \boxed{e_1 = \varepsilon_0\cdot\frac{S_1}{d}\cdot U}$$

Naboj na plošči kondenzatorja je sorazmeren z napetostjo na kondenzatorju. Definiramo kapaciteto C:

$$\boxed{e = C \cdot U \quad \text{in} \quad C = \varepsilon_0 \cdot \frac{S_1}{d}}$$ za ploščati kondenzator.

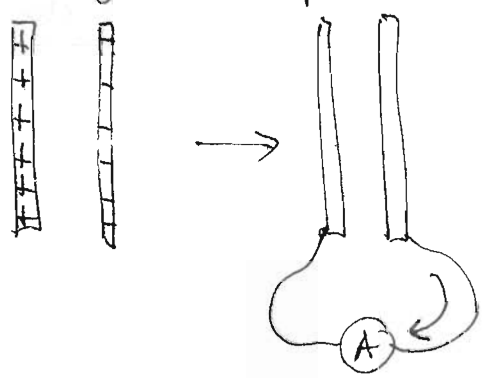
Enota za $C \div [As/V] = [F]$ F.... Farad

Poskus: poglejmo kaj se zgodi, če ~~nab~~ plošče nabitega kondenzatorja razmaknemo, tako da se spremeni kapaciteta:



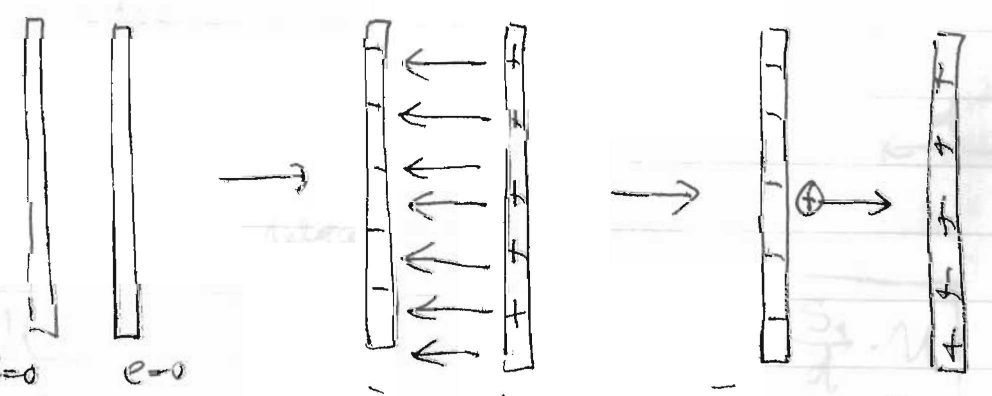
Električna energija kondenzatorja

Če naelektren kondenzator opraznimo, iz kondenzatorja teče električni tok. To pomeni da ima nabiti kondenzator energijo, ki jo lahko oprosti.



po prevodniku teče električni tok, kondenzator pa se oprazni.

Električni tok, ki teče iz polnega kondenzatorja odda energijo, ki je očitno prisotna v polnem (naelektrenem) kondenzatorju. Vprašamo se kolikšna je ta energija? Energija naelektrenega kondenzatorja je tolikšna, kolikor dela vložimo, ko kondenzator naelektrimo! Ta poglejmo, koliko dela opravi zunanja sila, ko kondenzator naelektrimo:



Ni nabojev ni polja med ploščami

Če so naboji, je med ploščami polje napetost.

Če ⊕ naboj iz leve plošče premikam na desno, opravljam delo proti električni sili polja med ploščami

Ta električna sila na naboj, ki ga premikam skozi kondenzator je sorazmerna s poljem, t.j. tudi trenutnim nabojem na ploščah:

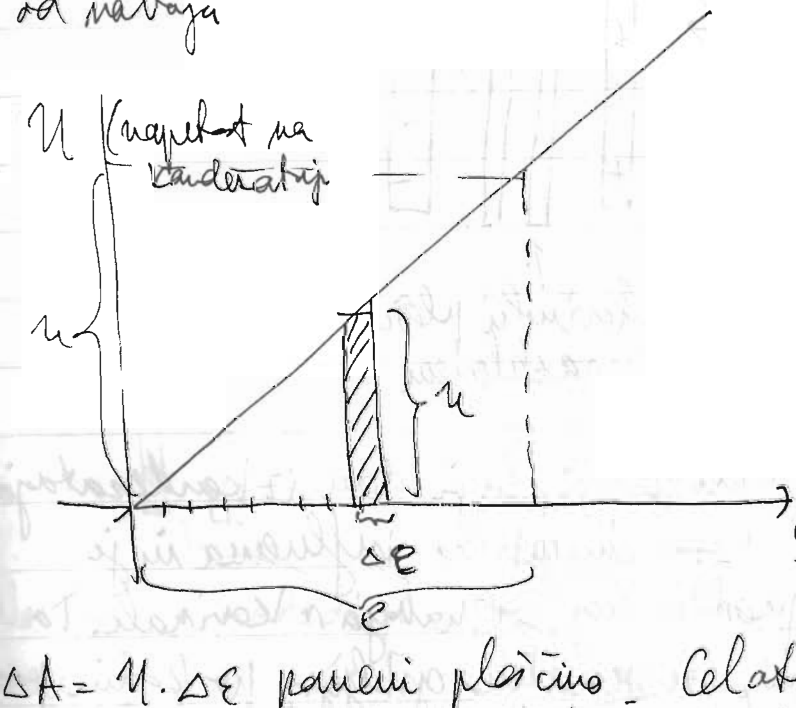
$$E = \frac{e}{\varepsilon_0 \cdot S}$$ to je trenutno polje

↓ dodam naboj Δe

$$E = \frac{e+\Delta e}{\varepsilon_0 S}$$ polje je naraslo, prav tako napetost

$= U \cdot \Delta e$

Kolikšno je delo: $\Delta A = \Delta F_e \cdot d = E \cdot \Delta e \cdot d$. Poglejmo kaj to pomeni. V ta namen narišem napetost U v odvisnosti od naboja



e (naboj na plošči kondenzat.)

$$dA = \cancel{U} \cdot E \cdot d \cdot de = U \cdot de$$

$$A = \int_{u'}^{u} u\,de = C \cdot \int_{u'}^{u} u\,du = \frac{1}{2}Cu^2 - \frac{1}{2}Cu'^2$$

$\Delta A = U \cdot \Delta e$ pomeni ploščino. Celotno delo pri naelektrenju kondenzatorja od napetosti 0 do U pa je enako ploščini pod krivuljo $U(e)$

$$A = \frac{1}{2}U \cdot e = \frac{1}{2}U \cdot C \cdot U = \frac{1}{2}C \cdot U^2$$

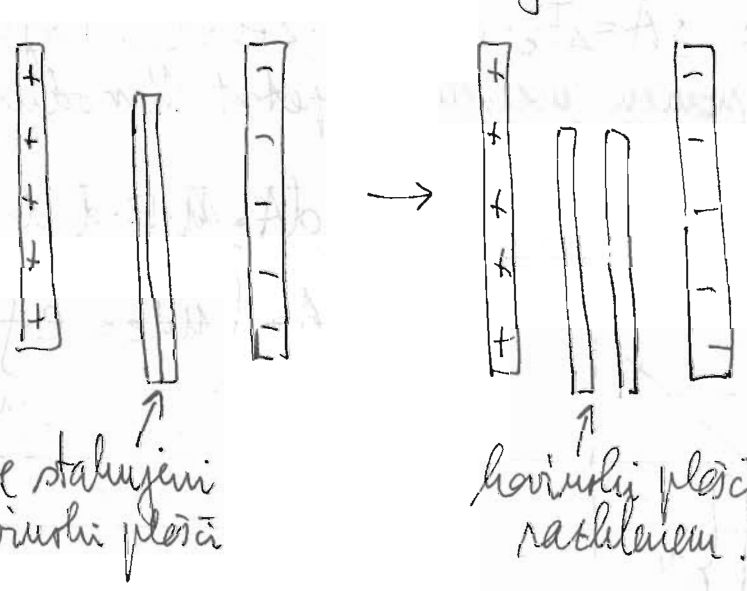
$$\boxed{A = \frac{1}{2}C \cdot U^2}$$

To je tudi enako električni energiji naelektrenega kondenzatorja

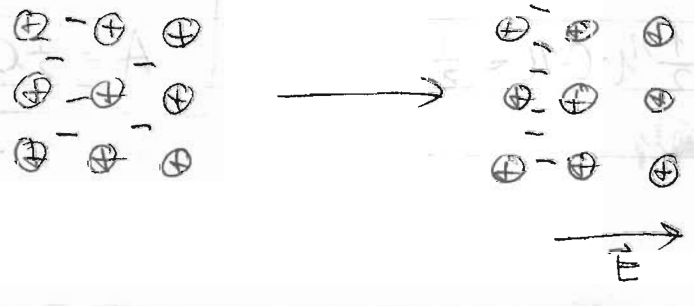
$$\boxed{W_e = \frac{1}{2} C U^2}$$

Influenca in električna polarizacija

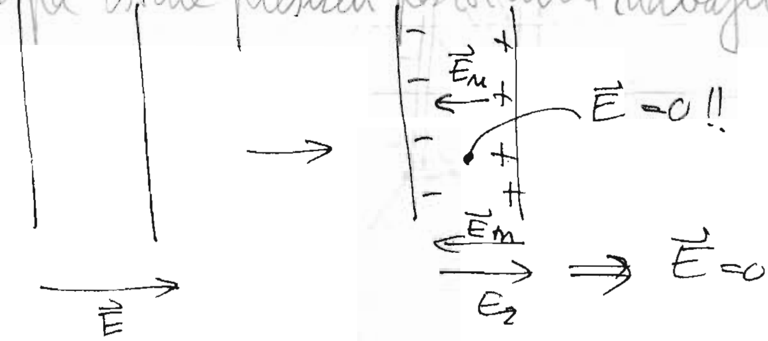
Naredimo poskus s kondenzatorjem:



Ugotovimo, da sta kovinski plošči, ki ju damo iz kondenzatorja naelektreni. Zakaj? Pojav imenujemo influenca in je posledica prisotnosti prostih nosilcev naboja v kovinah. To so prevodni elektroni, ki se lahko gibljejo po kovini pod vplivom električnega polja. Če kovino damo v električno polje, le to povzroči gibanje prostih nosilcev naboja:

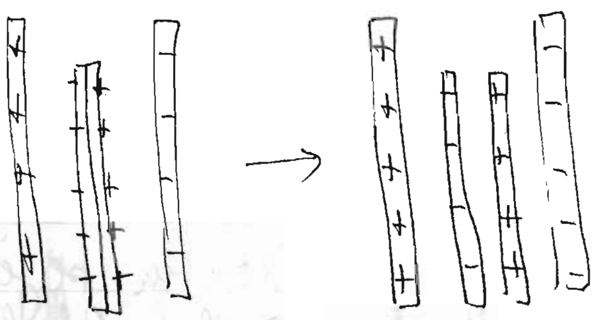


Posledica je ta, da se elektroni naberejo na eni strani površine, na drugi pa ostane presežek pozitivnih nabojev.

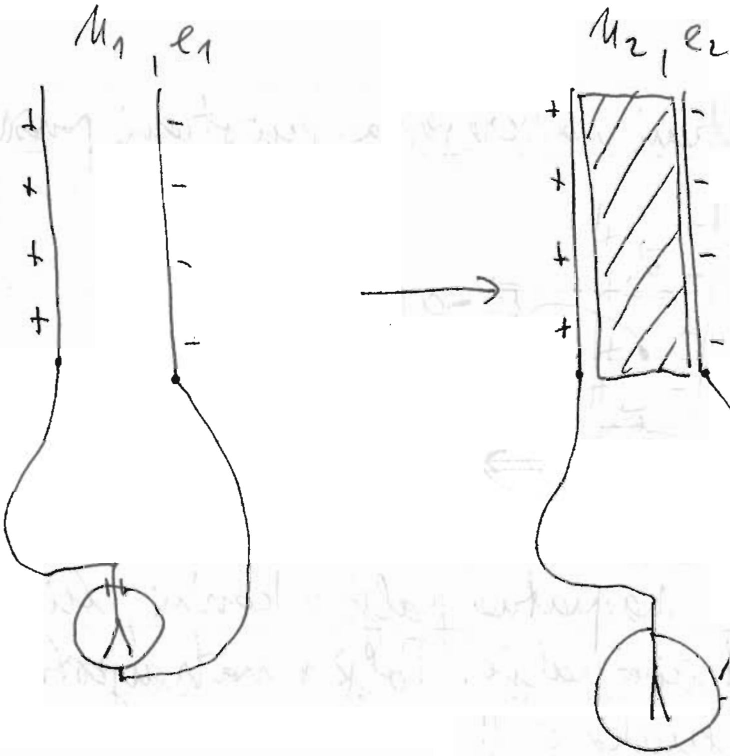


Ti elektroni pa ustvarijo nasprotno polje v kovini, ki izniči zunanje električno polje. Polje v notranjosti kovine je torej vedno enako 0 !!

Kaj se torej zgodi s ploščama v kondenzatorju. Nasprotno se naelektrita, zato imata nasproten naboj, ko ju vzamem iz kondenzatorja



Naredim še naslednji poskus s kondenzatorjem: ga naelektrim in povežem z elektroskopom. Če je bolj naelektren, se lističa elektroskopa bolj razmaknejo, torej je elektroskop merilo za napetost na kondenzatorju. Sedaj pa dam v kondenzator izolacijsko ploščo. Očitno napetost na kondenzatorju pade, saj se lističa približata:



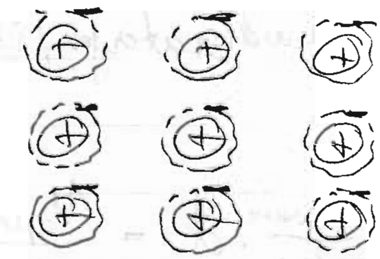
Ugotovim $u_1 > u_2$. Torej se je morala kapacitivnost kondenzatorja povečati. Zakaj?
Naboj na kondenzatorju se ohranja, saj ni nikamor odtekel. Torej je:

$$e_1 = e_2$$

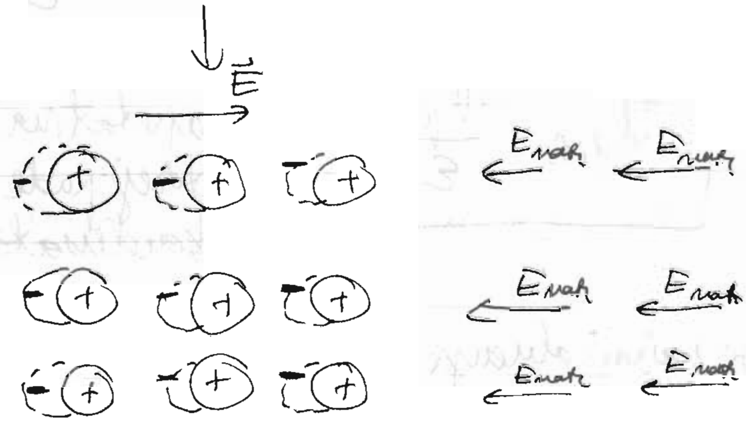
$$C_1 \cdot u_1 = C_2 \cdot u_2 \quad \text{ker } u_1 > u_2 \Rightarrow C_1 < C_2$$

Kapacitivnost kondenzatorja z dielektrikom se je torej povečala. Poglejmo zakaj? Ko damo izolator (dielektrik) v električno polje kondenzatorja, se snov polarizira. V dielektriku ni prostih nosilcev nabojev kot v kovinah, temveč so samo vezani nosilci naboja, nepremični električni vezani v atomih ali molekulah snovi. Kaj se zgodi, ko izolator damo v električno polje?

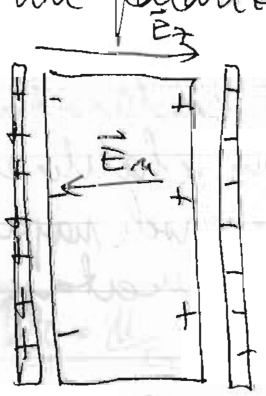
Brez polja:



Zunanje električno polje razmakne + in - naboje v atomu:



Sedaj pa vidimo, da se v notranjosti dielektrika ustvari električno polje, ki je obratno usmerjeno kot pa zunanje električno polje. Tako da lahko rečemo, da se dielektrik polarizira



$\vec{E}_z$ .... polje praznega kondenzatorja

$\vec{E}_n$ .... notranje polje dielektrika

Očitno se polje v dielektriku zmanjša, saj notranje polje zakrije (zasenči) zunanje

$$E_{snov} = E_z - E_n = \frac{E_z}{\varepsilon}$$

ε.... dielektričnost snovi

$$\boxed{\varepsilon = \frac{E_z}{E_{snov}}} \qquad \boxed{\varepsilon \geq 1}$$

Napetost med ploščama kondenzatorja, izpolnjenega z dielektrikom je

$$U_{diel} = E_{snov} \cdot d = \frac{E_{prazen}}{\varepsilon} \cdot d = \frac{U_{prazen}}{\varepsilon}$$

$$\boxed{U_{diel} = \frac{U_{prazen}}{\varepsilon}}$$

Napetost na kondenzatorju torej pade, če damo v kondenzator dielektrik

Ker se naboj ohranja, velja

$$e = C_{prazen} \cdot U_{prazen} = C_{diel} \cdot U_{diel}$$

$$C_{diel} = C_{prazen} \cdot \frac{U_{prazen}}{U_{diel}} = \varepsilon \cdot C_{prazen}$$

$$\boxed{C = \varepsilon \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}$$

Kapaciteta kondenzatorja z dielektrikom se lahko zelo poveča!! Zato v vseh napravah uporabljajo kondenzatorje z diel.

Primeri dielektričnosti:

Zrak : 1.00059

Vakuum : 1

Plexi : 3

Voda : 88

Steklo : 6–8

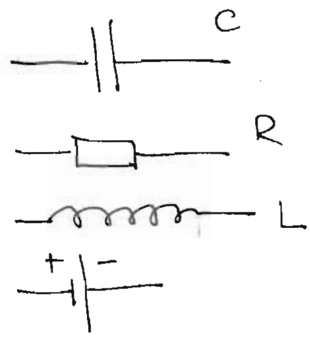
Vzporedna in zaporedna vezava kondenzatorjev

Znak za kondenzator :

Znak za upor :

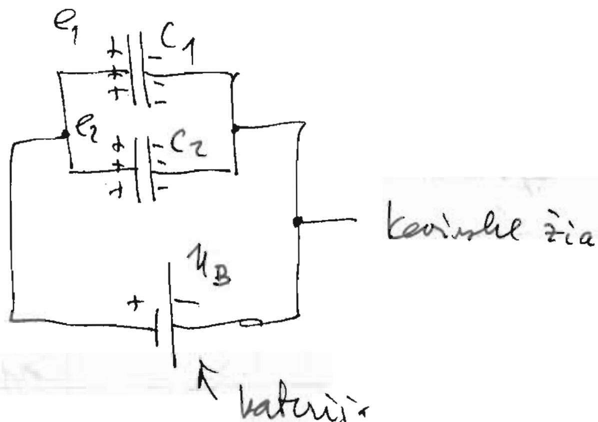
Znak za tuljavo :

Znak za baterijo :



Imamo dva kondenzatorja C_1 in C_2. Vežemo ju lahko na dva načina:

a) Paralelna: (vzporedno)



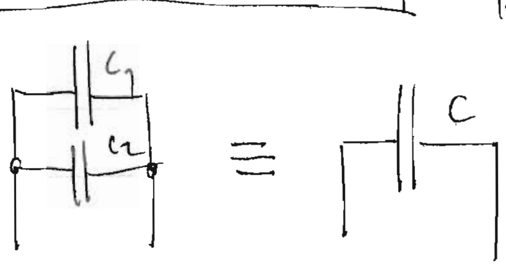
V tem primeru je napetost na obeh kondenzatorjih enaka, naboja pa sta različna in se seštejeta

$$U_{C_1} = U_{C_2} \qquad e = e_1 + e_2 = C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2 =$$

$$\frac{\cancel{e_1}}{C_1} = \cancel{e_2} \qquad = C_1 \cdot U_B + C_2 \cdot U_B = (C_1 + C_2) \cdot U_B$$

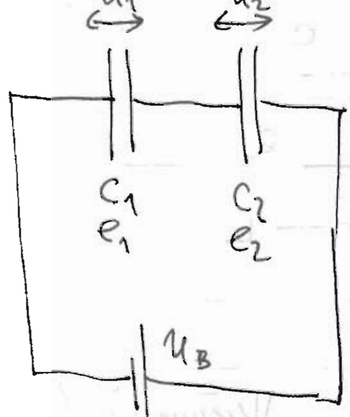
$$\boxed{e = (C_1 + C_2) \cdot U_B}$$

To je isto, kot če bi imeli en kondenzator s kapaciteto $C = C_1 + C_2$



$C = C_1 + C_2$

b) Serijska (zaporedna):



$U_1 \ldots$ napetost na C_1

$U_2 \ldots$ napetost na C_2

$e_1 = e_2 = e$

$$C_1 U_1 = C_2 U_2$$

$$e = C \cdot U_B = C_1 U_1 = C_2 U_2$$

$$U_B = U_1 + U_2 = \frac{e}{C_1} + \frac{e}{C_2} = e\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$e = \cancel{U_B}\frac{U_B}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = C \cdot U_B$$

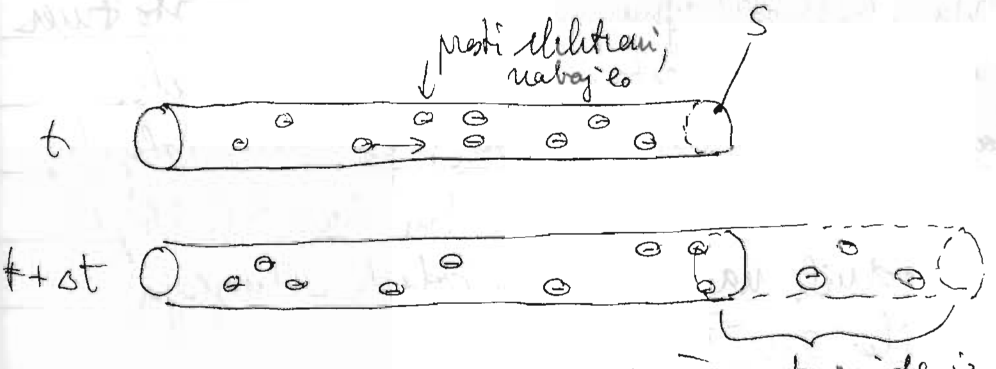
$$\boxed{C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

Kapacitivnost se zmanjša.

7.2. ELEKTRIČNI TOK

Pod pojmom električnega toka razumemo tok električno nabitih delcev v snovi ali v vakuumu. Električnega toka ne moremo neposredno videti, temveč ga zaznamo preko vplivov tega toka. Električni tok je definiran kot količina električnega naboja Δe, ki gre skozi določen vodnik v času Δt.

Primer: električni tok po vodniku



v času Δt pride iz žice 3 elektroni.

$$\boxed{I = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{n \cdot e_0}{\Delta t}}$$

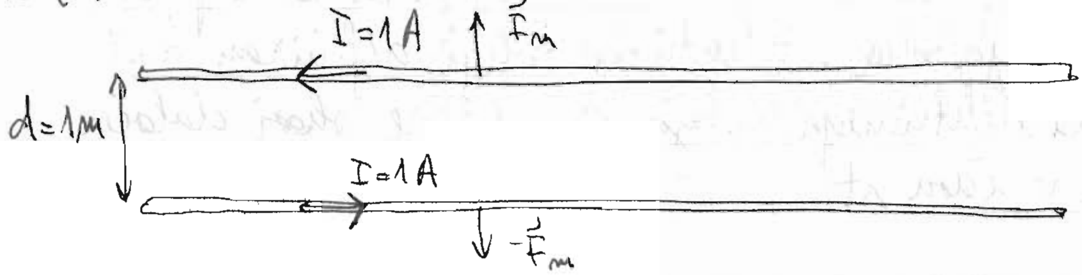
n .... število osnovnih nabojev, ki gre skozi določen presek žice v časovni enoti

Enota za tok: [As/s] = [A] ..... amper (po fiziku Amperu)

e_0 ..... osnovni naboj

Definicija električnega toka spominja na definicijo masnega toka pri tekočini ali plinu. Električni tok si tako tudi lahko predstavljamo, torej kot tok prostih elektronov v kovini.

Električni tok lahko definiramo preko količine naboja, ki se pretoči skozi določeno ploskev. Vendar je bolj praktična definicija električnega toka preko magnetne sile med dvema vodnikoma, po katerih teče električni tok:

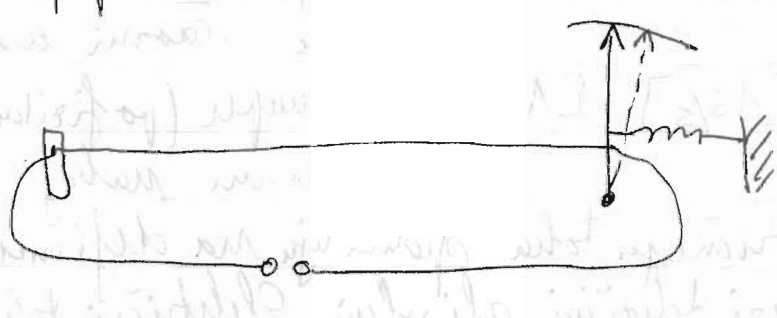


Zaradi električnega toka deluje med vodnikoma magnetna sila, ki je odbojna, če tokova tečeta v isto smer in privlačna, če tokova tečeta v nasprotnih smereh.

Definicija enote za električni tok: po dveh zelo dolgih, vzporednih vodnikih v razmiku 1m teče tok 1A, če deluje prvi vodnik na 1m dolg odsek drugega vodnika s silo $2 \cdot 10^{-7}$ N

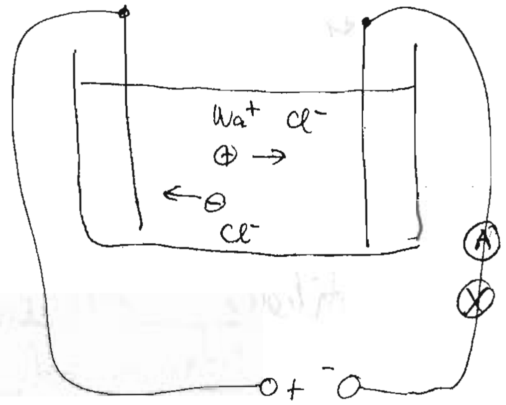
Primeri učinkov električnega toka:

a) žica, po kateri teče električni tok se segreje in podaljša.



b) električni tok povzroči nastanek magnetnega polja

c) električni tok lahko teče v tekočinah :

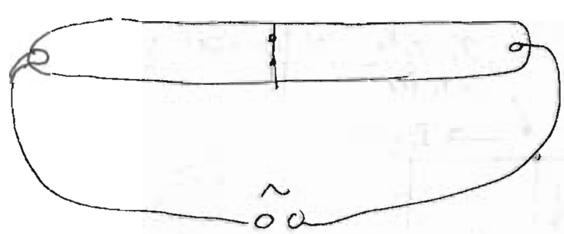


merilec toka

žarnica

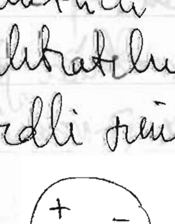
čista voda slabo prevaja el. tok. Če dodamo sol, začne teči tok!

d) električni tok teče v plinih: neonska svetilka ali pa cev, v kateri je razredčen plin. Plin začne žareti pri določenem tlaku.

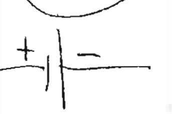


20 kV izmenična napetost

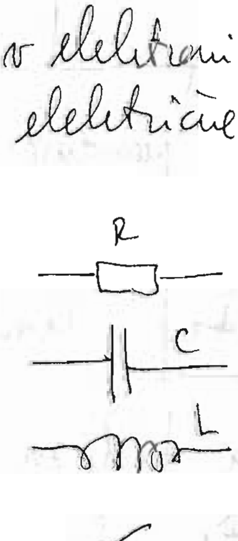
Električni tokovi so zlasti pomembni v elektroniki in elektrotehniki, zato so za posamezne električne elemente uvedli simbolne znake:



} generator enosmerne napetosti



generator izmenične napetosti



električni upor

kondenzator

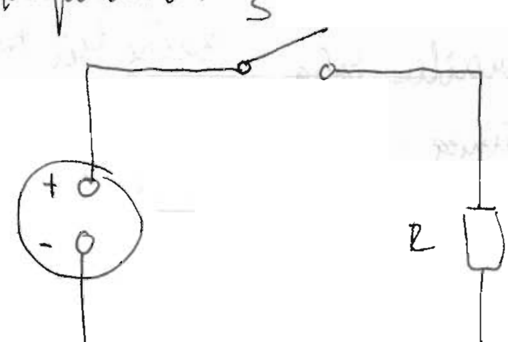
tuljava

stikalo

žarnica

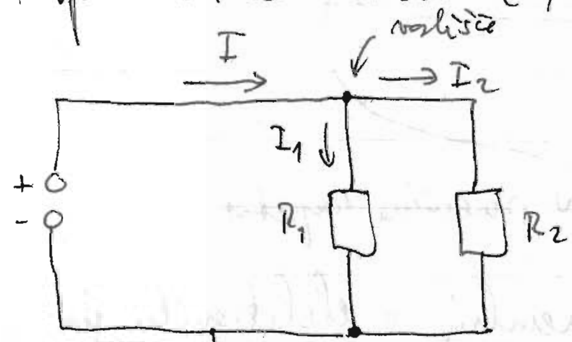
prevodnik

S temi preprostimi elementi označujemo električne vezalne sheme ali načrte. Primer: poglejmo si, kako označujemo shemo (načrt), po katerem je električni upor preko stikala povezan na generator enosmerne napetosti:



Če stikalo S sklenemo, potem teče električni tok po uporu.

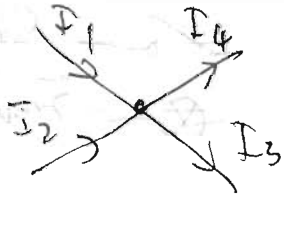
Vezja so seveda bolj komplicirana. Malo bolj komplicirana je naprimer vezava dveh uporov:



Ker se mora naboj ohraniti, mora za vsako vozlišče veljati Kirchoffov zakon: tok, ki pride v vozlišče je enak toku, ki gre iz vozlišča.

$\boxed{I = I_1 + I_2}$ Kirchoffov zakon

Velja seveda tudi za bolj komplicirana vozlišča



$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$

Generatorji električne napetosti

Električni tok v prevodnikih ne teče sam od sebe, temveč so za to potrebna električna polja, ki z električnimi silami delujejo na prevodne elektrone in jih potiskajo v smeri sila. Ta električna polja oziroma napetosti ustvarjajo generatorji električne napetosti, kot so galvanski členi, baterije, akumulatorji in električni generatorji.

Razlikujemo generatorje enosmerne in izmenične napetosti

Generatorji enosmerne napetosti: galvanski členi, baterije, akumulatorji dajejo napetosti nekaj voltov [V]

Generatorji izmenične napetosti: ustvarjajo izmenično napetost, največ 220V in frekvence 50Hz, ki jo imamo v mestnih napeljavah.

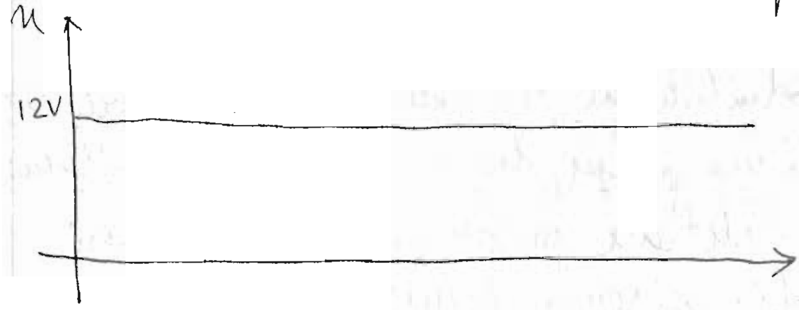
Enota za električno napetost je volt [V]. Enota ima ime po italijanskem fiziku Volti, ki je prvi naredil galvanske člene. Enota za volt je definirana preko dela, ki ga generator odda pri pretakanju naboja

$$\boxed{A = e \cdot U}$$

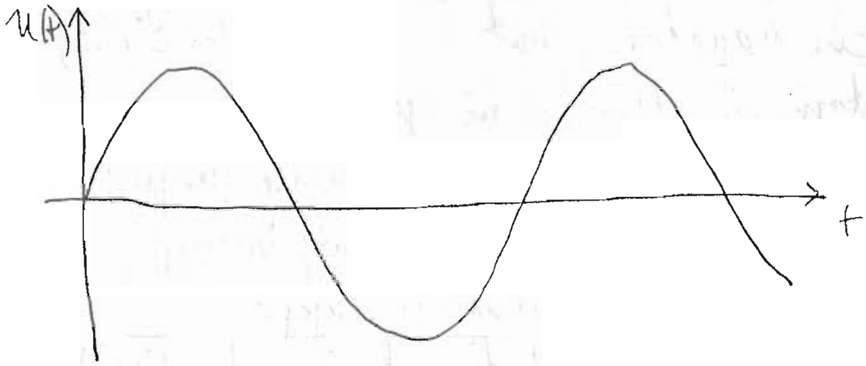
A.... delo generatorja
e.... naboj, ki ga generator pretoči
U.... elektr. napetost generatorja

$[U] = [A/e] = [J/As] = [V]$

Primer enosmerne in izmenične napetosti



$u(t) = \text{konst.}$



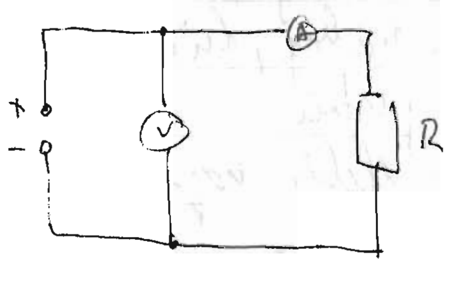
$u(t) = u_0 \cdot \sin \omega t$

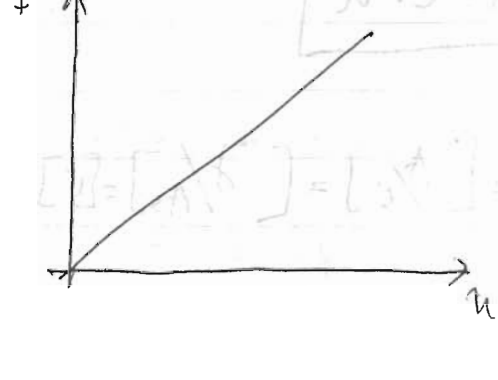
Električni upor in Ohmov zakon

Električni tok, ki teče po prevodniku je sorazmeren z električno napetostjo med obema koncema prevodnika. Sorazmernostni koeficient med napetostjo in tokom imenujemo električni upor

$\frac{U}{I} = R$ ali $\boxed{U = R \cdot I}$ Ohmov zakon

Primer



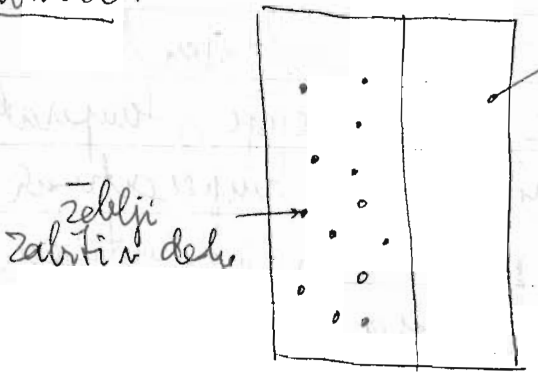


R ... upor. Enota za upor je $R = U/I \Rightarrow [V/A] = [\Omega]$

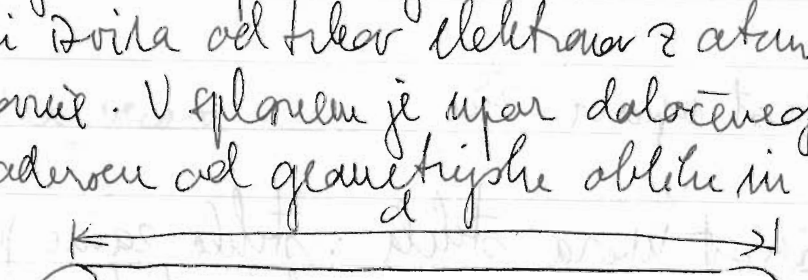
Ω .... Ohm

Snov se torej na določen način upira toku elektronov. Na mikroskopski sliki si električni upor lahko predstavljamo z naslednjo primerjavo:

Primer:



Po obeh deskah spustim frnikule. Tiste, ki gredo po prazni deski so hitrejše, zato jih vsako sekundo več prileti na konec. Tiste na deski z ovirami se zadevajo ob ovire in tečejo znatno počasneje. Tok frnikul je zaradi tega precej manjši. To si predstavljamo kot model električnega upora, ki izvira od trkov elektronov z atomi v kristalni mreži kovine. V splošnem je upor določenega kosa kovine odvisen od geometrijske oblike in lastnosti snovi.



$$\boxed{R = \rho \cdot \frac{d}{S}}$$

d .... dolžina žice

S .... presek žice

ρ ... specifični upor

Specifični upor je odvisen samo od vrste snovi. Je majhen pri prevodnikih in velik pri izolatorjih.

Primeri:

baker $\rho = 0.017\ \Omega\, mm^2/m$

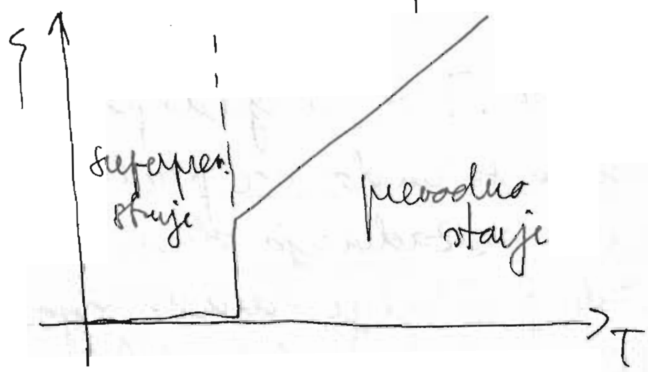
aluminij $\rho = 0.026\ \Omega\, mm^2/m$

železo $\rho = 0.1\ \Omega\, mm^2/m$

steklo $\rho = 10^{16} - 10^{20}\ \Omega\, mm^2/m$

srebro $\rho = 0.015\ \Omega\, mm^2/m$

Specifičen upor ~~ja~~ ρ je poleg vrste snovi odvisen tudi od temperature. Pri kovinah se upor poveča s temperaturo. Pri nekaterih snoveh upor pri nizkih temperaturah povsem izgine. Dobimo superprevodnik, po katerem električni tok teče povsem brez upora:



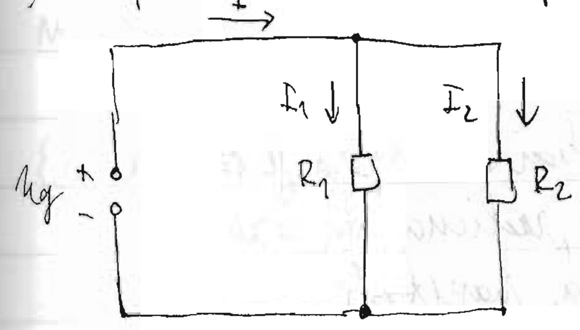
Primeri:

a) T-odvisnost upora žice

b) T-odvisnost upora stekla: steklo začne prevajati ko se stali.

Vzporedna in zaporedna vezava uporov

a) vzporedna vezava uporov



Napetost na uporu je enaka napetosti na generatorju:

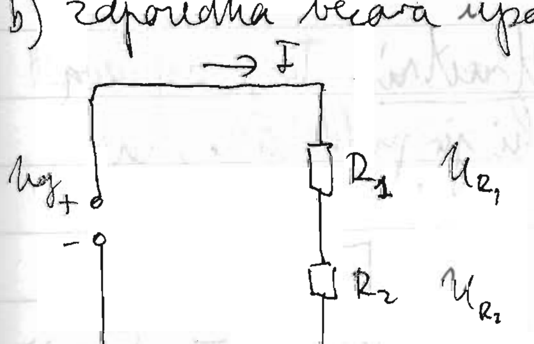
$$U_g = U_{R_1} = U_{R_2}$$

$$U_{R_1} = I_1 \cdot R_1 = U_g \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{U_g}{R_1}$$

$$U_{R_2} = I_2 R_2 = U_g \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{U_g}{R_2}$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U_g}{R_1} + \frac{U_g}{R_2} = U_g\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

b) zaporedna vezava uporov



U_{R_1} ... napetost, izmerjena na uporu R_1

U_{R_2} ... napetost, izmerjena na uporu R_2

U_{R_1} in U_{R_2} imenujemo tudi padca napetosti na uporu R_1 in R_2

Velja, da je gonilna napetost baterije enaka padcu napetosti na obeh uporih

$$U_g = U_{R_1} + U_{R_2} = I\cdot R_1 + I\cdot R_2 = I\left(R_1+R_2\right)$$

$$\boxed{I = \frac{U_g}{R_1+R_2}}$$

tok skozi oba upora je seveda enak, različna sta samo padca napetosti.

Omenimo še pojem električne moči, ki se troši na uporu. ~~Če je upor z upornostjo R priključen~~ Če je padec napetosti na uporu enak U in skozi upor teče tok I, potem je električna moč na uporu enaka

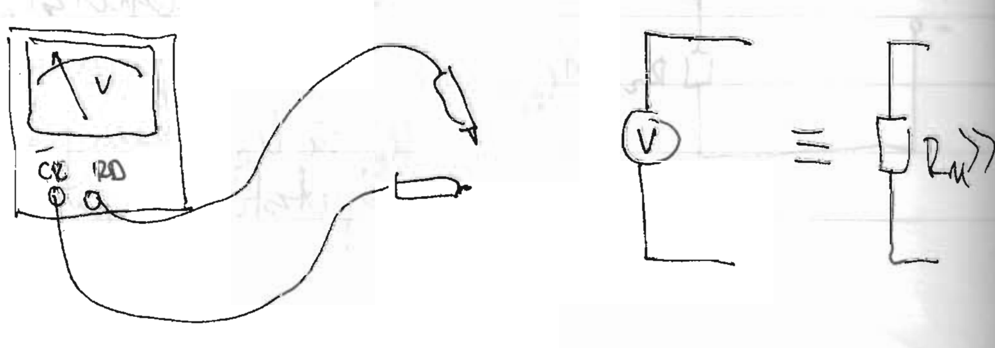
$$\boxed{P = U\cdot I}$$

enota za moč je $[V\cdot A] = [W] = [J/s]$

Ker je $U = I\cdot R$, je $P = I^2 R$.

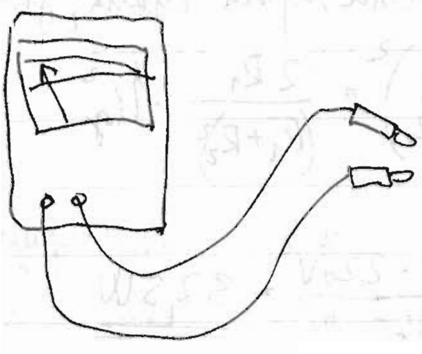
Omenimo še s čim merimo napetosti in s čim merimo tokove.

Električno napetost merimo z voltmetri. To je naprava z dvema vhodnima priključkoma, ki ji priključimo na generator:



Osnovna značilnost voltmetra je ta, da ima zelo velik upor, tako da skozi priključen voltmeter teče zelo majhen tok. Na ta način z meritvijo zelo malo zmotimo vezje, na katerem merimo napetost.

<u>Električne tokove merimo z ampermetrom.</u> Skozi to napravo teče električni tok, zato mora imeti ampermeter zelo nizek notranji upor, da malo vpliva na tokove, ki tečejo v vezju.



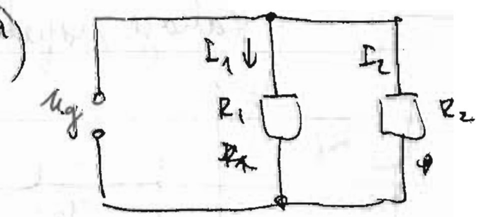
<u>Primer</u>: Dve 220V žarnici z močjo po 75 W priključimo na napetost 220V najprej ~~zapo~~ vzporedno, nato pa zaporedno. Izračunaj električno moč obeh žarnic v obeh primerih!

$P_1 = P_2 = 75\,W$

$U_0 = 220\,V$

P_a, P_b

a)



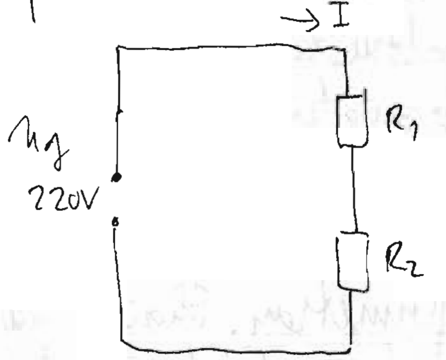
~~Moč prve za~~ Iz moči žarnice izračunam upor

~~$P = I^2 R \Rightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{75\,V\cdot A}{}$~~

$$P = U\cdot I = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2\,V^2}{75\,V\cdot A} = 645\,\Omega$$

$R_1 = R_2 = 645\,\Omega$ V prvem primeru vsaka žarnica porabi 75 W, torej skupaj $150\,W = P_a$

b) zaporedna vezava



$$P_{R_1} = U_{R_1} \cdot I_{R_1} = R_1 \cdot I_{R_1}^2$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_{R_2}^2$$

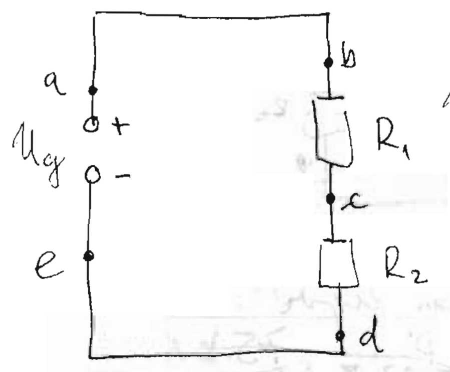
Ker sta upora enaka, je

$$P_b = 2 \cdot R_1 \cdot I_{R_1}^2 = 2 \cdot R_1 \left(\frac{U_g}{R_1+R_2}\right)^2 = \frac{2R_1}{(R_1+R_2)^2} \cdot U_g^2$$

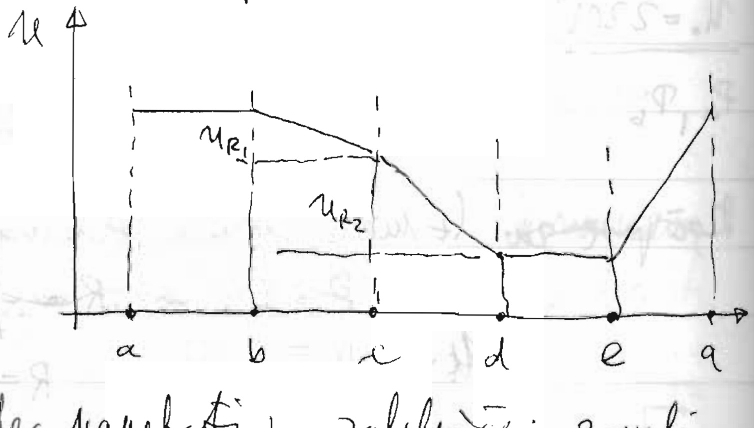
$$P_b = \frac{2 \cdot 645\,\Omega}{(2 \cdot 645)^2} \cdot \cancel{U_g} \cdot 220^2 = \frac{2 \cdot 1 \cdot 220^2 V^2}{2 \cdot 645\,\Omega} = \underline{\underline{37{,}5 W}}$$

Polovico moči porabita obe žarnici skupaj kot ena sama. V primerjavi z zaporedno vezavo pa bo 4x manj moči.

Pomemben pojem je <u>padec napetosti na uporu</u>:

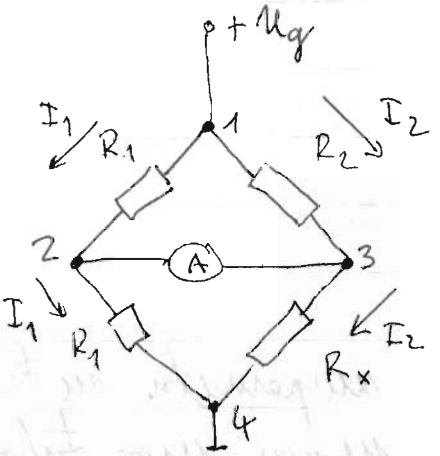


Kako je napetost v posameznih točkah:



Vidimo, da je celoten padec napetosti po zaključeni zanki enak 0. To je drugi Kirchoffov zakon.

Poglejmo si še poseben primer vezja, ki se imenuje Wheatstonov most



Skozi ampermeter naj ne teče noben tok. Zanima nas, kolikšen mora biti upor R_x, da je to res. Pogledamo napetost med točkama 2 in 3. Po levi veji teče tok I_1, ki ga izračunamo iz:

$$U_g = I_1(R_1 + R_1) = 2R_1 \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_g}{2R_1}$$

Podobno izračunam tok I_2:

$$U_g = I_2(R_2 + R_x) \Rightarrow I_2 = \frac{U_g}{R_2 + R_x}$$

Napetost v točki 2 glede na točko 4 je U_{24}

$$U_{24} = I_1 \cdot R_1 = \frac{U_g}{2R_1} \cdot R_1 = \frac{U_g}{2}$$

Napetost na sosednji točki 3 glede na 4 pa je U_{34}

$$U_{34} = I_2 \cdot R_x = \frac{U_g}{R_2 + R_x} \cdot R_x$$, ki mora biti enaka $\frac{U_g}{2}$, da tok ne teče

$$\frac{U_g}{R_2+R_x}\cdot R_x = \frac{U_g}{2}$$

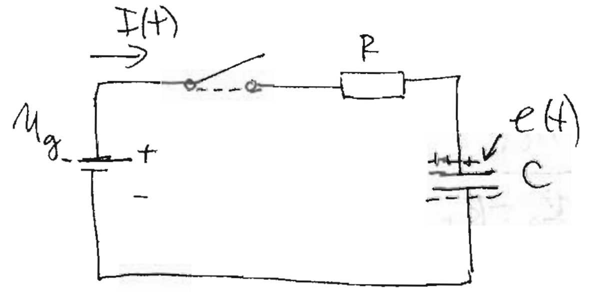
$$\frac{R_x}{R_2+R_x} = \frac{1}{2}$$

$$2R_x = R_2+R_x \Rightarrow R_x = R_2$$

Ko je upor $R_2=R_x$, v vmesnem ampermetru ne teče noben tok. Na ta način lahko določimo neznani upor, tako da R_2 spreminjamo toliko časa, da tok neha teči. Takrat vemo, da je $R_2=R_x$ in na ta način določimo neznani upor.

Praznenje in polnenje kondenzatorja

Imamo vezje, sestavljeno iz baterije, upora in kondenzatorja ter stikala.



Ko stikalo vklopimo, bo po uporu tekel električni tok in kondenzator se začne polniti. Napetost na kondenzatorju se bo po daljšem času približala napetosti generatorja, takrat pa bo tok nehal teči.
Tok bo torej odvisen od časa, $I(t)$, prav tako pa tudi naboj na kondenzatorju in s tem napetost

Označim z u_R napetost na uporu, u_C pa napetost na kondenzatorju. Po Kirchhoffovem pravilu velja

$$u_g = u_R + u_C = u_R(t) + u_C(t) = R \cdot I(t) + \frac{e(t)}{C} =$$

$$= R \cdot \frac{de}{dt} + \frac{e(t)}{C}$$

Dobim enačbo: $u_g = R \cdot \frac{de}{dt} + \frac{e}{C}$

To je diferencialna enačba za naboj na kondenzatorju, ki jo moram integrirati. Za to uporabim standardni postopek:

$$u_g - \frac{e}{C} = R \cdot \frac{de}{dt} \qquad / : R$$

$$\frac{u_g}{R} - \frac{e}{RC} = \frac{de}{dt} \qquad / \cdot dt$$

$$dt\left(\frac{u_g}{R} - \frac{e}{RC}\right) = de \qquad / : \left(\frac{u_g}{R} - \frac{e}{RC}\right)$$

$$dt = \frac{de}{\frac{u_g}{R} - \frac{e}{RC}}$$

Na levi strani imam diferencial časa, na desni pa diferencial naboja. Take vrste enačbe integriram na tiste način strani posebej:

$$\int_0^t dt = \int_0^e \frac{de}{\frac{u_g}{R} - \frac{e}{RC}} = t$$

$$t = \int_0^e \frac{de}{\frac{u_g}{R} - \frac{e}{RC}} =$$

To je integral tipa

$$\int \frac{dx}{a - bx} \qquad a = \frac{u_g}{R} \qquad b = \frac{1}{RC}$$

Uvedem novo neznanko:

$$y = a - bx$$

$$dy = -b\,dx \Rightarrow dx = -\frac{dy}{b} = -R\cdot C\cdot dy$$

Tudi meje moram spremeniti

Zg. meja: $x = e \Rightarrow y = a - b\cdot e$

Sp. meja: $x = 0 \Rightarrow y = a$

$$= \int_a^{a-b\cdot e} \frac{-RC\cdot dy}{y} = -RC\int_a^{a-b\cdot e} \frac{dy}{y} =$$

$$= -RC\cdot \ln y \Big|_a^{a-b\cdot e} =$$

$$= -RC\cdot\left(\ln(a - b\cdot e) - \ln a\right) =$$

$$= -RC \ln \frac{a - b\cdot e}{a}$$

$$t = -RC\cdot \ln\frac{a - b\cdot e}{a}$$

$$-\frac{t}{RC} = \ln\frac{a - b\cdot e}{a}$$

Obe strani dam na eksponent

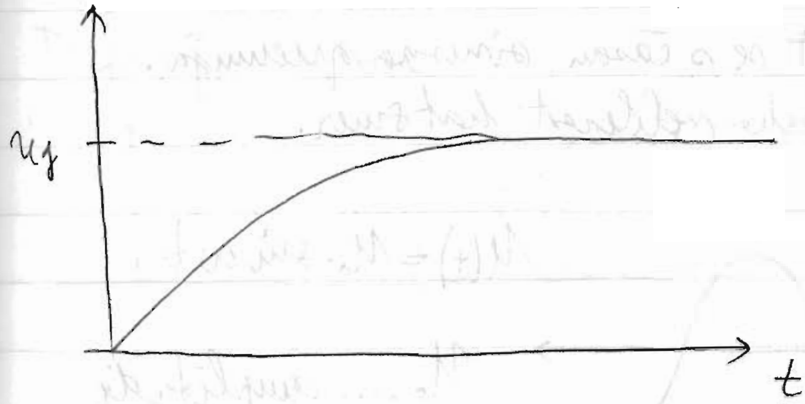
$$e^{-\frac{t}{RC}} = e^{\ln\frac{a-b\cdot e}{a}} = \frac{a - b\cdot e}{a} = 1 - \frac{b}{a}\cdot e(t)$$

$$\frac{b}{a}\cdot e(t) = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$e(t) = \frac{a}{b}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \frac{u_g \cancel{R}\cdot C}{\cancel{R}}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) =$$

$$= u_g\cdot C\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \Rightarrow \boxed{u(t) = u_g\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

To je enačba časovne odvisnosti napetosti na kondenzatorju

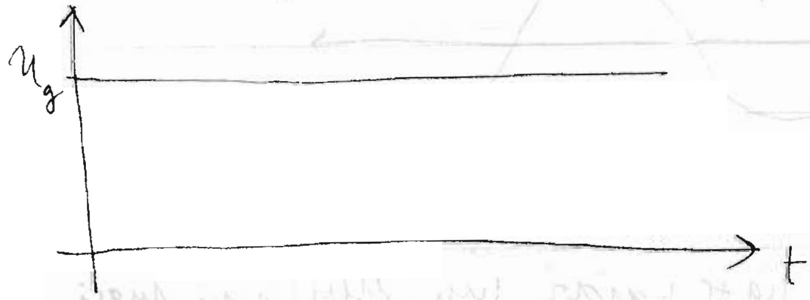


RC.... časovna konstanta za polnenje kondenzatorja.

Enosmerni in izmenični tok

Kot smo videli, imamo generatorje enosmerne in izmenične napetosti.

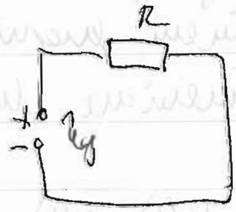
a) enosmerna napetost se s časom ne spreminja:

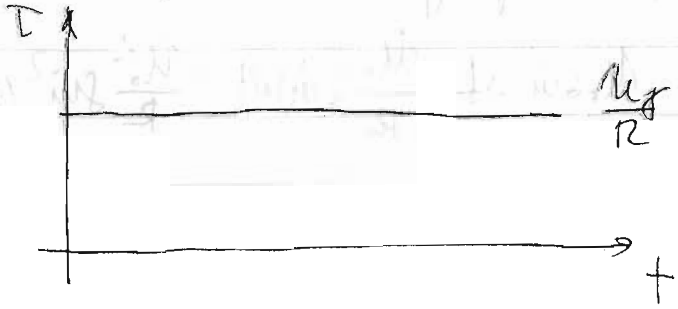


$U = \text{konst}$

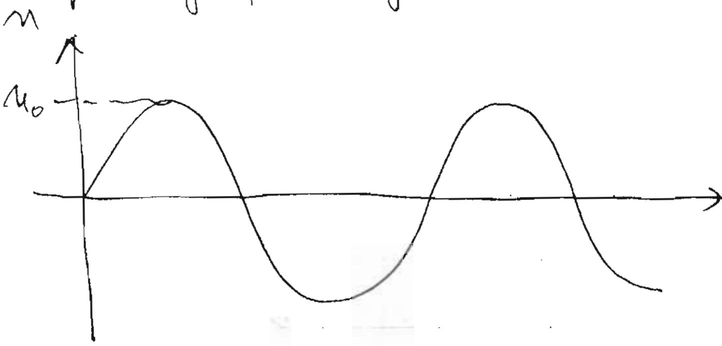
Če na vir enosmerne napetosti priključimo upor R, teče po uporu tok, ki je konstanten. Ima vedno isto smer.

$$I = \frac{U_g}{R} = \text{konst.}$$





b) izmenična napetost se s časom sinusno spreminja. Spreminja se torej tako velikost kot smer.



$U(t) = U_0 \cdot \sin \omega t$

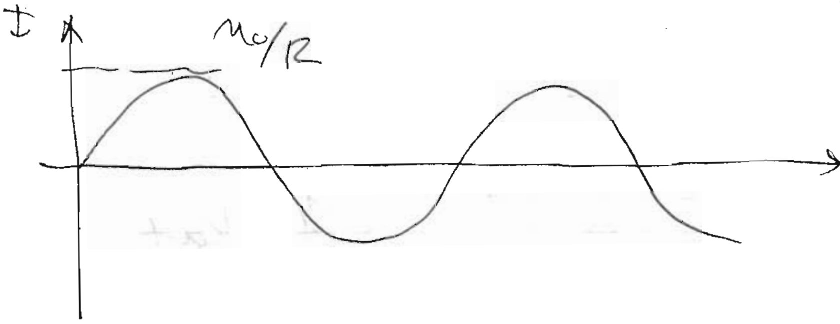
U_0 .... amplituda napetosti

$\omega = 2\pi\nu$, ν ... frekvenca

Kako pa je z električnim tokom v takem primeru? V tem primeru tudi velja Ohmov zakon:

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \cdot \sin \omega t$$

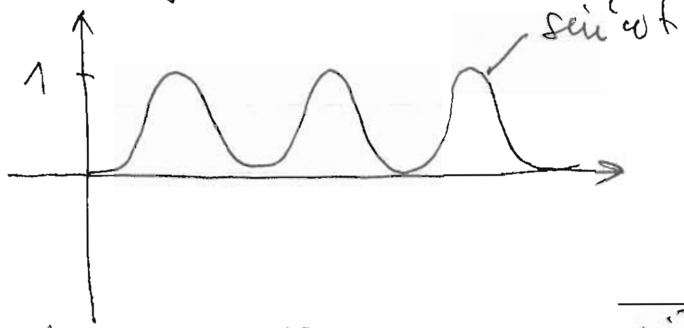
, tok samo tako sinhrono niha



Pomembna razlika pa se pojavi pri električni moči. Spomnimo se, da je električna moč definirana kot $P = U \cdot I$, kjer je U napetost na uporu, I pa tok na uporu. V primeru enosmerne napetosti je $P = U \cdot I$. V primeru izmenične napetosti pa je moč odvisna od časa:

$$P = U \cdot I = U(t) \cdot I(t) = U_0 \sin \omega t \cdot \frac{U_0}{R} \sin \omega t = \frac{U_0^2}{R} \sin^2 \omega t$$

To funkcijo narišem:



Velja, da je časovno povprečje $\overline{\sin^2\omega t} = \frac{1}{2}$. Tako dobimo, da je povprečna električna moč pri izmeničnem toku

$$\overline{P} = \frac{U_0^2}{R}\cdot\overline{\sin^2\omega t} = \frac{1}{2}\frac{U_0^2}{R}$$

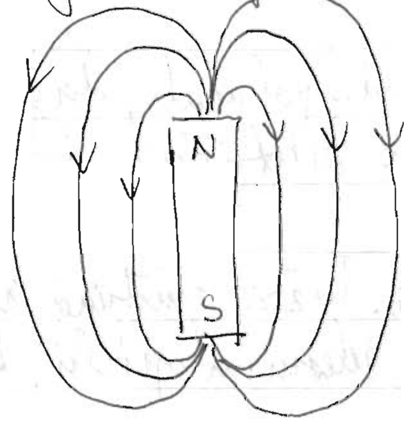
Sedaj pa definiram efektivno napetost, $\overline{P} = \frac{U_{ef}^2}{R}$,

$$\frac{U_0^2}{2} = U_{ef}^2 \Rightarrow \boxed{U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}}$$

Pri hišni napeljavi je $U_{ef} = 220V$, zato je amplituda napetosti $U_0 = \sqrt{2}\cdot 220V = 310V$.

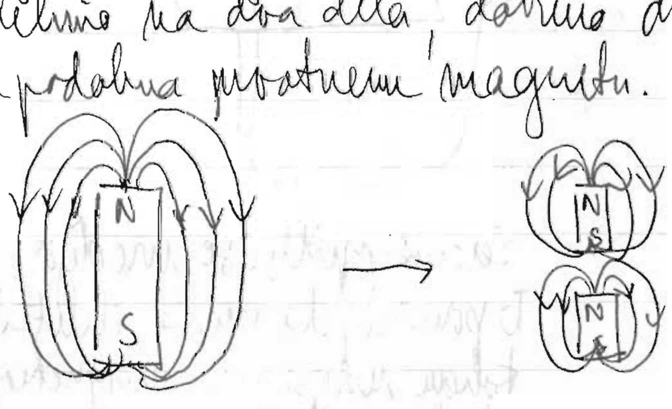
7.3. STATIČNO MAGNETNO POLJE

V naravi obstajajo snovi, ki kažejo nenavadne lastnosti, poimenovane magnetne lastnosti. Če na primer vzamem kos namagnetenega železa (magnet) in železne opilke, opazimo da na opilke deluje sila, ki izvira iz namagnetenega kosa materiala. Magnetni (železni) delci se namreč na nenavaden način uredijo v smeri silnic okoli magneta. Zdi se torej, kot da magnet v prostoru okoli sebe ustvari polje sil, ki ga poimenujemo magnetno polje:



Polje silnic okoli paličastega magneta. Polje silnic postane vidno s pomočjo železnih opilkov, ki se v magnetnem polju uredijo.

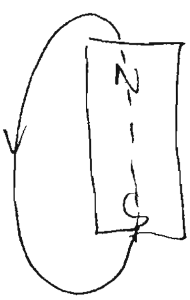
Pomembno je razlikovati magnetno polje od električnega polja nabojev. Ti polji sta si bistveno različni, saj pri magnetnem polju ni magnetnega monopola. Če magnet razdelimo na dva dela, dobimo dva nova magneta, ki sta podobna prvotnemu magnetu.



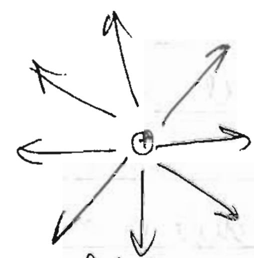
Kazalka za smer polov

magnetno polje Zemlje

Tudi pri teh dveh magnetkih je magnetno polje zaključeno samo vase. Pri električnem naboju to ni res:



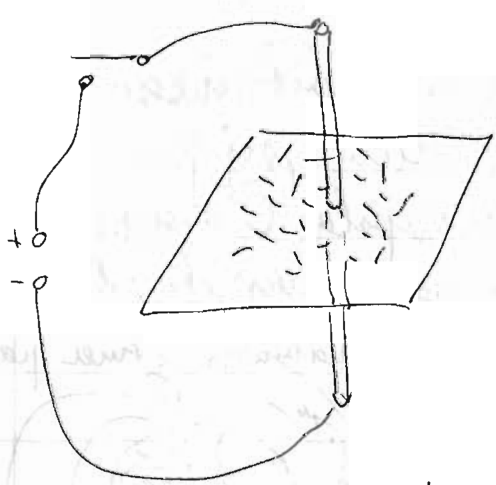
silnice magnetnega polja so zaključene same vase



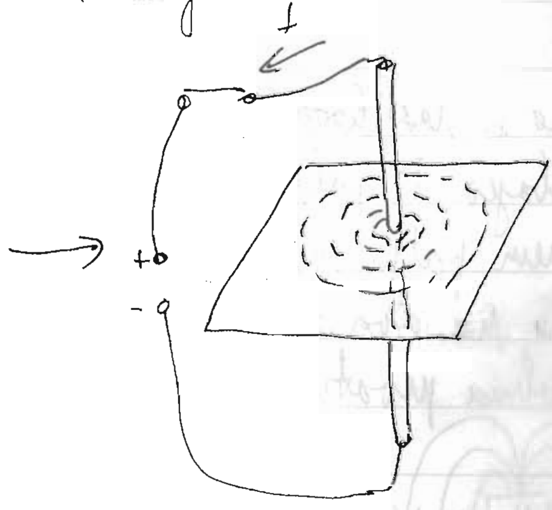
silnice električnega polja naboja niso zaključene !!

Naredimo še nekaj poskusov, ki bodo pokazali, da je magnetno polje v tesni povezavi z električnim tokom!

a) električni tok po ravni žici. Po žici spustimo velik tok in opazujemo, kaj se zgodi z železnimi opilki. Le-ti se uredijo v koncentrične kroge.

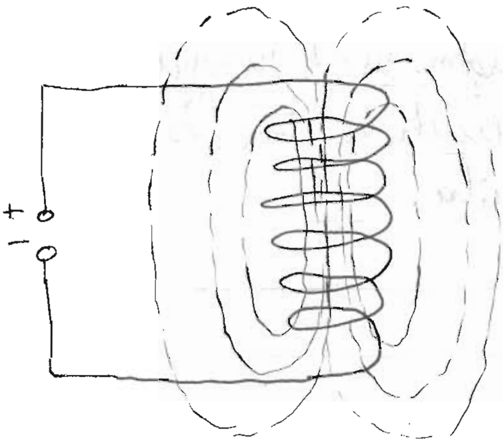


opilki so razmetani

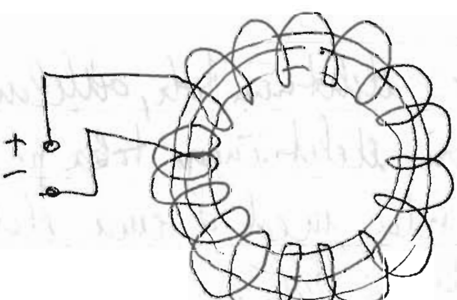


železni opilki se uredijo. To pomeni, da smo z električnim tokom ustvarili magnetno polje okoli vodnika

b) električni tok po žici, zviti v tuljavo: da podobno sliko kot paličasti magnet.



c) žica, zvita v torus (svitek)

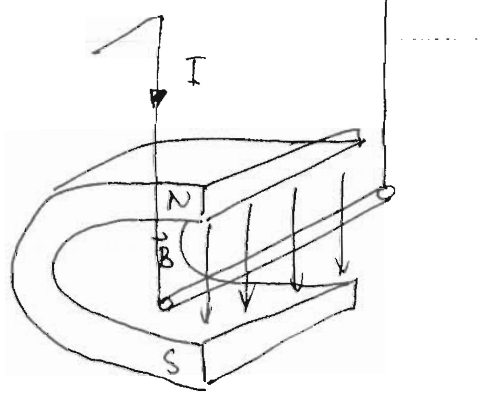


magnetne silnice so v obliki koncentričnih krogov znotraj svitka, zunaj pa jih ni.

Iz teh poskusov sklepamo, da magnetno polje izvira iz električnega toka. To pomeni, da gibajoči električni naboj povzroči nastanek magnetnega polja v svoji okolici. V poskusih smo videli, da se železni opilki uredijo, kar pomeni da na opilke deluje magnetna sila. Naredimo še nekaj poskusov, pri katerih bomo videli da magnetno polje deluje na gibajoči naboj (električni tok) in seveda tudi obratno.

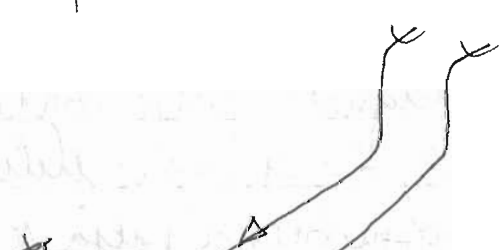
Naredimo še nekaj poskusov, ki bodo pokazali, da magnetno polje deluje s silo na vodnik, po katerem teče električni tok, in obratno.

d) Vzamemo trajni magnet, v prostor med magnetnimi poli pa damo žico, po kateri teče električni tok. Žica je zvita v obliki prečke, ki lahko prosto niha.

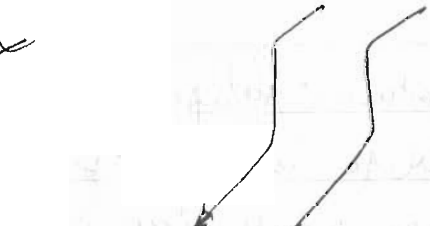


Ugotovimo, da se prečka, po kateri teče električni tok, odkloni. Smer odklona je odvisna od smeri električnega toka po žici. Poglejmo, ali obstaja magnetna sila med dvema električnima vodnikoma, po katerih teče električni tok:

e)



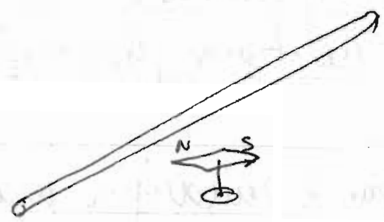
vodnika se privlačita



vodnika se odbijata

Poglejmo še, kaj se zgodi z magnetnico, ki jo postavimo v bližino vodnika, po katerem teče električni tok. Magnetnica se postavi v smer pravokotno na vodnik. Če zamenjamo smer toka, se zamenja smer, v katero kaže magnetnica.

f)



Očitno v okolici vodnika, po katerem teče tok obstaja magnetno polje.

Prišli smo do naslednjih ugotovitev:

1. gibajoči se električni naboji (električni tok) ustvarjajo v prostoru okrog sebe magnetno polje
2. magnetno polje gibajočih se nabojev je iste narave kot je magnetno polje trajnih magnetov.
3. na električne vodnike, ki jih postavimo v magnetno polje in po katerih teče električni tok, deluje magnetna sila.

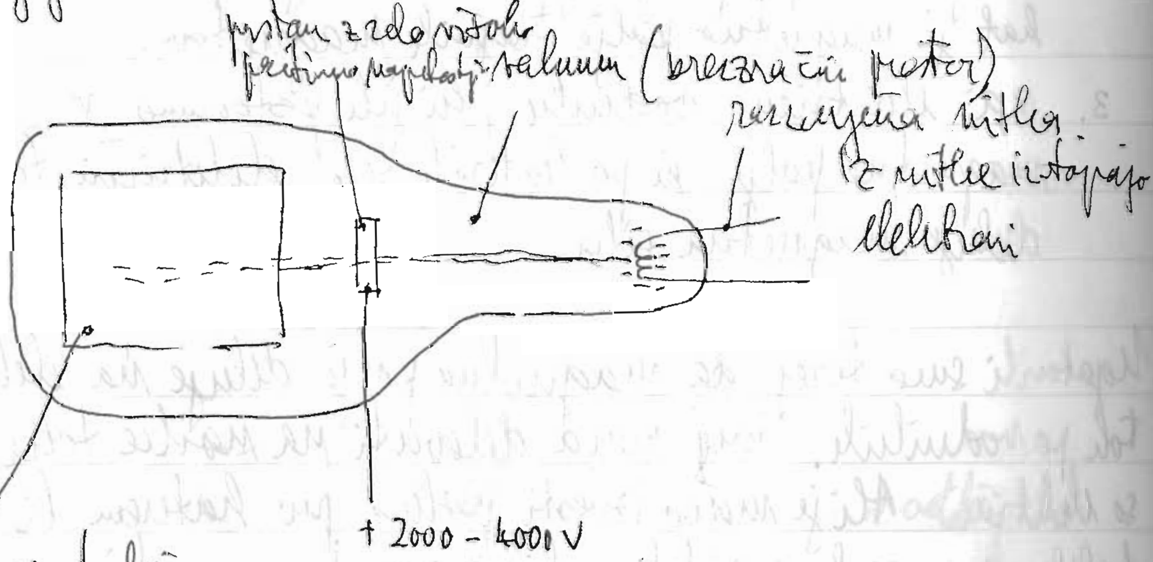
Ugotovili smo torej, da magnetno polje deluje na električni tok po vodnikih. Torej mora delovati na nosilce toka, ki so elektroni. Ali je možno izvesti poskus, pri katerem bi lahko neposredno videli vpliv magnetnega polja na gibajoče elektrone? Da, poskus lahko izvedemo v posebnih elektronkah, ki so podobne katodnim cevem v TV sprejemnikih.

Magnetna sila na gibajoči se električni naboj

Naredimo poskus, pri katerem neposredno opazujemo magnetno silo na gibajoči naelektreni delec – elektron. Da lahko naredim tak poskus, moram dobiti sledeče:

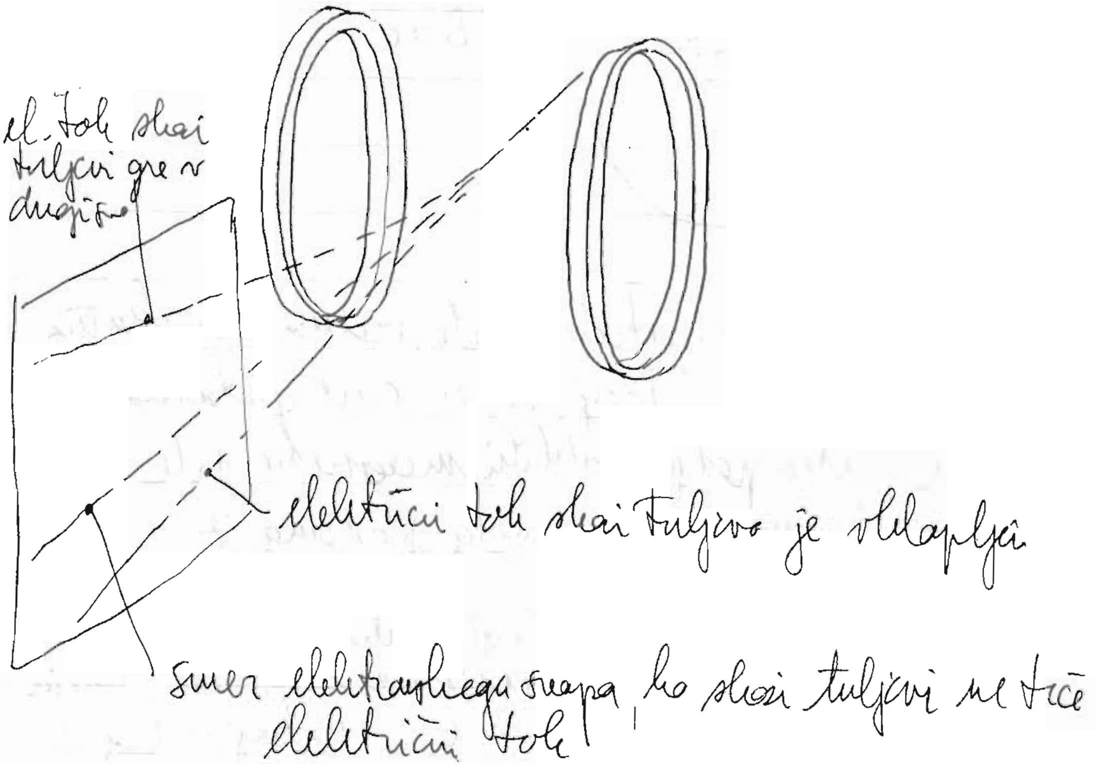
- dobiti moramo curek (snop) elektronov, ki imajo določeno hitrost
- na ta curek elektronov delujemo z zunanjim magnetnim poljem.

Poskus naredimo v evakuirani (izčrpani, brezzračni) cevi, ki je podobna TV ekranu. Cev mora biti evakuirana, da se elektroni lahko prosto gibljejo in se ne zaletavajo v molekule zraka. Elektrone dobimo tako, da močno segrejemo žarilno nitko iz katere potem izstopajo elektroni. Ko so elektroni prišli iz nitke, jih z močnim električnim poljem pospešimo, da se gibljejo v točno določeni smeri:

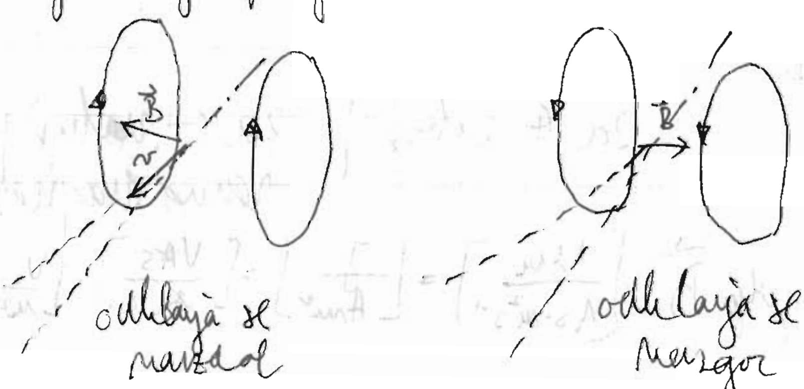


poševno postavljena ploščica, premazana s fosforescenčnim platjo, da se vidijo poti elektronov ko se zadevajo ploščo

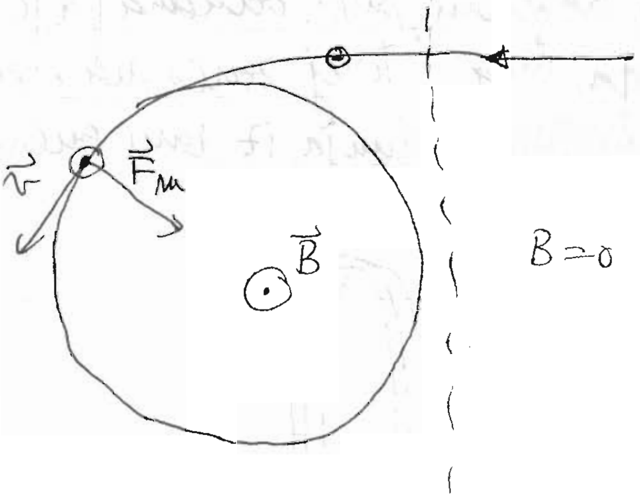
Okoli cevi je mogoče narediti magnetno polje z dvema ovitkoma žic – tuljavo. Ko skozi tuljavo poženemo električni tok, le-ta ustvari magnetno polje tudi v evakuirani cevi. Vidimo, da se elektronski snop odkloni, smer odklona pa je odvisna od smeri električnega toka. Torej zares na elektrone deluje magnetna sila, ki jih odklanja iz ravne smeri.



Ugotovimo, da se tir elektronskega snopa spreminja pod vplivom magnetnega polja. To lahko pokažemo tudi s trajnim magnetom. Smer odklona elektronskega snopa je odvisna od smeri magnetnega polja.



Ugotovimo, da se pod vplivom magnetnega polja tir elektrona ukrivi in če bi imeli velik magnet, bi ugotovili, da začnejo elektroni v magnetnem polju krožiti.



Pri kroženju je smer centripetalne sile vedno pravokotna na trenutno smer hitrosti. Torej mora centripetalno silo posredovati magnetno polje v obliki magnetne sile. Ugotovimo, da je magnetna sila podana z vektorskim produktom:

$$\boxed{\vec{F}_m = e \cdot \vec{v} \times \vec{B}}$$

To je lahko tudi definicija gostote magnetnega polja

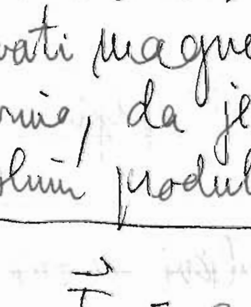
e .... naboj delca

$\vec{v}$ ... hitrost delca

$\vec{B}$ ... gostota magnetnega polja, enota $[T] = [Vs/m^2]$

Velikost $F_m = e \cdot v \cdot B \cdot \sin\varphi$

Kako kaže ta sila? Smer določimo z desnim pravilom



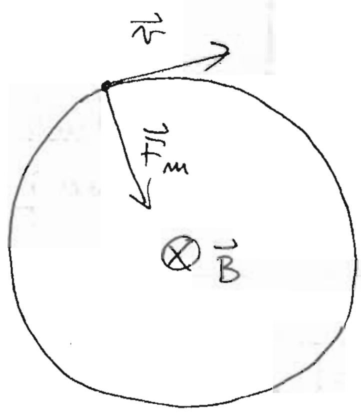
za ⊕ naboj ; za ⊖ naboj pa ravno nasprotno!

Enota za gostoto magn. polja $\vec{B}$: $\left[\frac{N\cdot m}{As\cdot m^2 s^{-1}}\right] = \left[\frac{J}{Am^2}\right] = \left[\frac{VAs}{Am^2}\right] = \left[\frac{Vs}{m^2}\right] = [T]$

Če je magnetno polje v smeri hitrosti delcev, $\vec{v} \parallel \vec{B}$, potem je $\vec{v} \times \vec{B} = 0$ in magnetne sile ni.

Primer: Izračunaj radij kroženja elektrona v magnetnem polju $B = 10\,T$. Naboj elektrona je $e_0 = -1.6 \cdot 10^{-19}\,As$, masa elektrona je $9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg$, elektron pa se giblje s hitrostjo $v = 1000\,km/s$.

$B = 10\,T$
$e_0 = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As$
$m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg$
$v = 1000\,km/s$
$r = ?$



Najprej poiščimo velikost magnetne sile na en elektron:

$$\vec{F}_m = e \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad \text{in} \quad F_m = e \cdot v \cdot B \cdot \sin\varphi = e \cdot v \cdot B =$$
$$= 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As \cdot 10^6\,m/s \cdot 10\,Vs/m^2 =$$
$$= \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-8}\,N}}$$

Veljati mora da je magnetna sila enaka centripetalni sili:

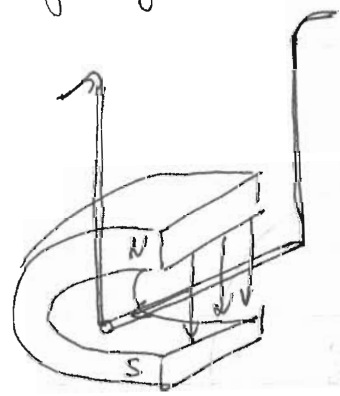
$$F_m = F_c = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow m \cdot \frac{v^{\cancel{2}}}{r} = e \cdot \cancel{v} \cdot B \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{e \cdot B}$$

$$r = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 10^6\,m/s}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,As \cdot 10\,Vs/m^2} = 5{,}7 \cdot 10^{-7}\,m = \underline{\underline{0{,}57\,\mu m}}$$

radij je torej zelo majhen.

Magnetna sila na vodnik v statičnem magn. polju:

Poglejmo si še enkrat eksperiment z vodnikom v magnetnem polju, po vodniku pa teče električni tok. Iz poskusa vidimo, da na tak vodnik deluje magnetno polje z magnetno silo. Ali si to lahko razložimo s silo na gibajoči naboj?



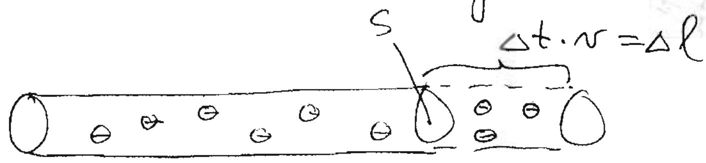
vodnik se odklanja, ko skozenj steče električni tok

Ker po vodniku očitno tečejo elektroni, nanje deluje magnetno polje z magnetno silo. Poglejmo, kaj se dejansko zgodi z elektroni v žici:

če ni magnetnega polja, elektroni tečejo po žici

ko vklopimo magnetno polje se elektroni odklanjajo na eno stran žice, še vedno pa tečejo po žici naprej. To pomeni, da so za seboj pustili ⊕ nabite atome in jih vlečejo za seboj. ~~P~~ Tako je torej magnetna sila na vodnik, ki je posledica magnetne sile na posamezne elektrone

Izračunajmo sedaj to magnetno silo na vodnik dolžine l, s presekom S, gostota elektronov (število/volumen) pa naj bo n. Elektroni tečejo po žici, izračunajmo kolikšen je električni tok, izražen s koncentracijo in hitrostjo:



V času Δt steče skozi presek naslednje število elektronov

$$N = n\cdot\Delta V = n\cdot S\cdot\Delta l = n\cdot S\cdot v\cdot\Delta t$$

Tem elektronom ustreza naboj $\Delta e = e_0\cdot N = n\cdot S\cdot e_0\cdot v\cdot\Delta t$
Iz tega dobimo električni tok, ki je definiran kot količino naboja, ki steče skozi določen presek v času Δt:

$$\boxed{I = \frac{\Delta e}{\Delta t} = n\cdot e_0\cdot S\cdot v}$$

To je električni tok po žici, izražen z gostoto elektronov in njihovo hitrostjo.

Izračunajmo magnetno silo na 1 elektron s hitrostjo v:

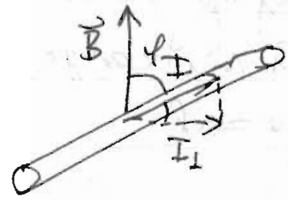
$$F_0 = e_0\cdot v\cdot B$$

Za N elektronov je magnetna sila N-krat večja, torej

$$F_m = N\cdot F_0 = n\cdot \overset{\text{volumen žice}}{V}\, F_0 = n\cdot l\cdot S\cdot e_0\cdot v\cdot B =$$

$$= \underbrace{n\cdot e_0\cdot S\cdot v}_{I}\, l\cdot B = I\cdot l\cdot B \quad , \quad F_m = l\cdot I\cdot B$$

Magnetna sila deluje tudi samo na komponento električnega toka, ki je pravokotna na polje,



$I_\perp = I \cdot \sin\varphi$, tako da je

$$\boxed{F_m = l \cdot I \cdot \sin\varphi \cdot B}$$

S tem je tudi določena smer,

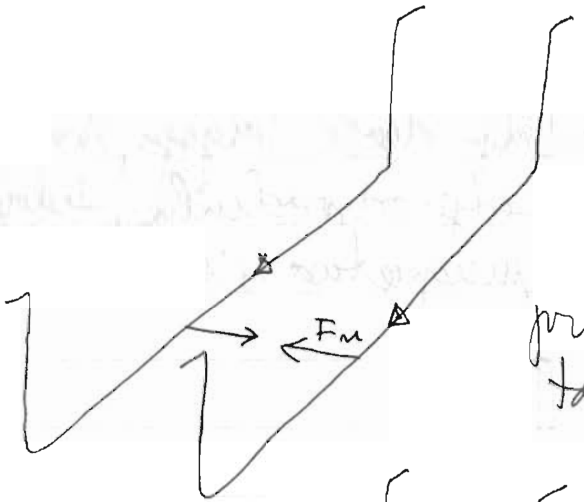
$$\boxed{\vec{F}_m = l \cdot \vec{I} \times \vec{B}} \quad , \quad |\vec{I} \times \vec{B}| = I \cdot B \cdot \sin\varphi$$

Magnetna sila med dvema vodnikoma

V eksperimentu smo pokazali, da se med dvema vodnikoma, po katerih teče električni tok, pojavi magnetna sila. Ta je privlačna, če tokova tečeta v isto smer in odbojna, če tokova tečeta v obratno smer.
Očitno pa mora okoli vodnika, po katerem teče električni tok, obstajati magnetno polje, ki ga povzroča ta tok.

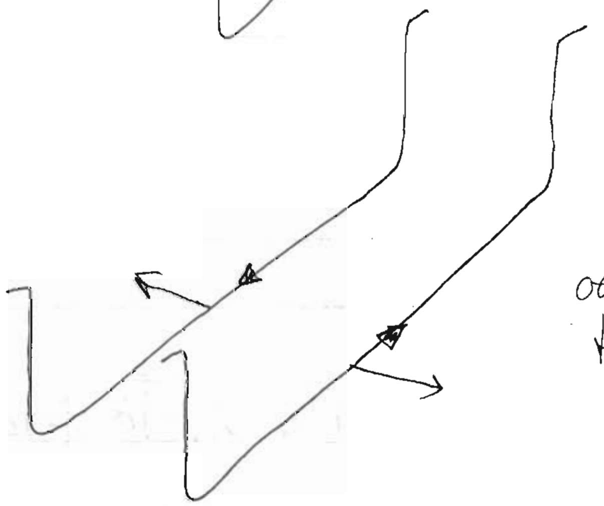
Eksperiment:

a)



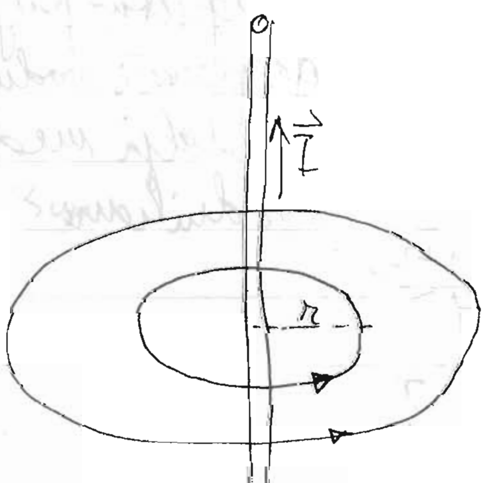
privlačna sila, če sta tokova v isto smer

b)



odbojna sila, če sta tokova v različnih smereh.

Spomnimo se poskusa z opilki okoli žice, po kateri teče električni tok. Silnice magnetnega polja so se pokazale v obliki koncentričnih krogov.

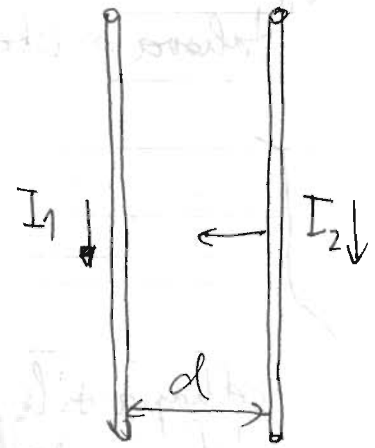


magnetne silnice so v obliki koncentričnih krogov, smer silnic je podana z desnim pravilom, gostota magnetnega polja pa je

$$\boxed{B(r) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am .... indukcijska konstanta.

Gostota magnetnega polja okoli dolgega, ravnega vodnika torej pada z oddaljenostjo od vodnika. Sedaj pa lahko izračunamo magnetno silo



Poglejmo silo na vodnik številka 2. Po izrazu za silo na vodnik, je

$$F_2 = l \cdot I_2 \cdot B_1$$

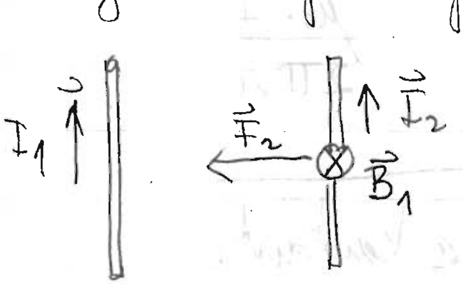
vemo $B_1 = \dfrac{\cancel{2\pi}\,\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d}$

Od tu dobimo

$$F_2 = l \cdot I_2 \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0 \cdot l \, I_1 I_2}{2\pi d}$$

I_2 ... tok po vodniku 2
l .... dolžina vodnika 2
B_1 .... magnetno polje, ki ga povzroči vodnik št. 1
d .... razdalja med vodnikoma

Kako je s smerjo magnetne sile?



$\vec{F}_2 = l \cdot \vec{I}_2 \times \vec{B}_1$

privlačna, če sta smeri tokov enaki.

Primer 1: Po dveh zelo dolgih vzporednih vodnikih v razmiku 0,5m tečeta električna tokova po 1000 A v isto smer. Izračunaj silo med vodnikoma na dolžini 10 m!

$d = 0{,}5\,m$

$l_2 = 10\,m$

$I_1 = I_2 = 1000\,A$

$F_2 = ?$

$$F_2 = l_2 \cdot I_2 \cdot B_1 = l_2 \cdot I_2 \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = \frac{\mu_0 l_2 \cdot I_1 I_2}{2\pi d}$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,Vs \cdot 10^3\,A \cdot 10^3\,A \cdot 10\,m}{Am \cdot 2\pi \cdot 0{,}5\,m} = 0{,}4\,N$$

Primer 2: V radijskem zvočniku je na membrano zvočnika pritrjena tuljava s premerom 3 cm, na katero je navitih 20 ovojev žice s skupno upornostjo $4\,\Omega$. Tuljava se giblje v prečnem polju zvočnikovega magneta z gostoto $B = 0{,}5\,T$. S kolikšno silo potiska tuljava membrano zvočnika, ko ga priključimo na napetost 12V?

$2r = 3\,cm$

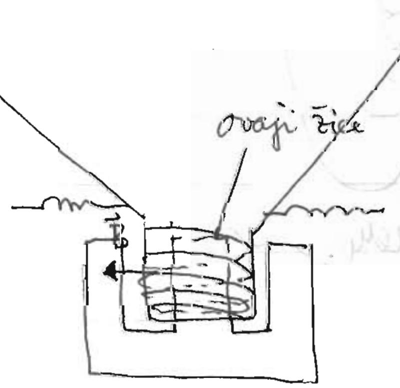
$N = 20$

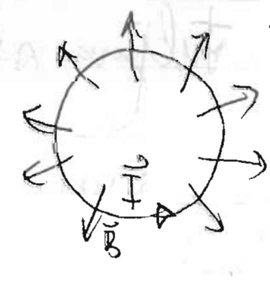
$R = 4\,\Omega$

$B = 0{,}5\,T$

$U = 12\,V$

$F = ?$





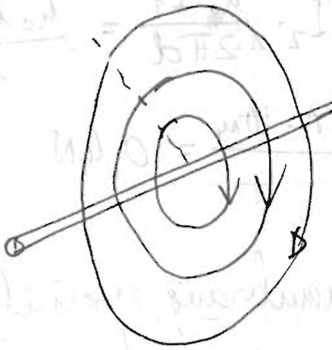
$\vec{F} = l \cdot \vec{I} \times \vec{B}$

sila deluje navznoter.

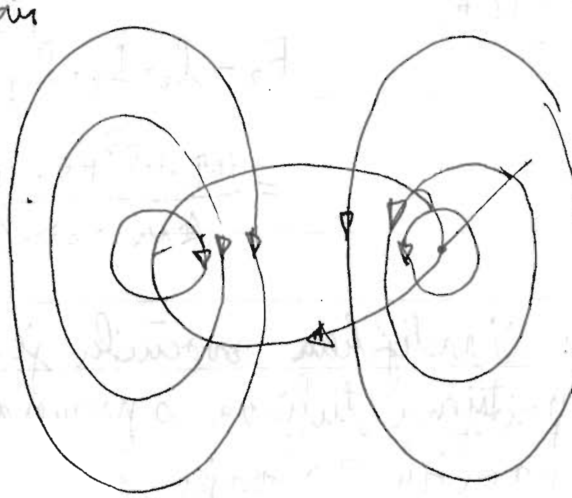
$$F = l_{ovoj} \cdot N \cdot I \cdot B = l_{ovoj} \cdot N \cdot \frac{U}{R} \cdot B = \frac{\cancel{2}\pi d \cdot N \cdot U \cdot B}{R} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}\,m \cdot 20 \cdot 12\,V \cdot 0{,}5\,Vs}{m^2 \cdot 4\,\Omega} = \underline{\underline{2{,}8\,N}}$$

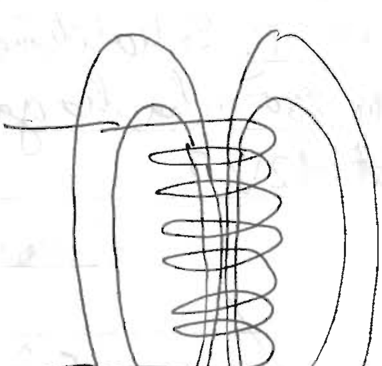
Poglejmo si še, kako izgleda polje zanke, po kateri teče električni tok in tuljav



ravna žica



ovoj s tokom

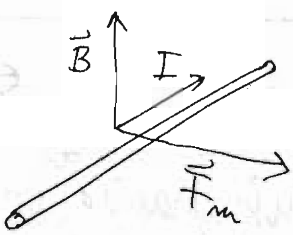


tuljava s tokom.

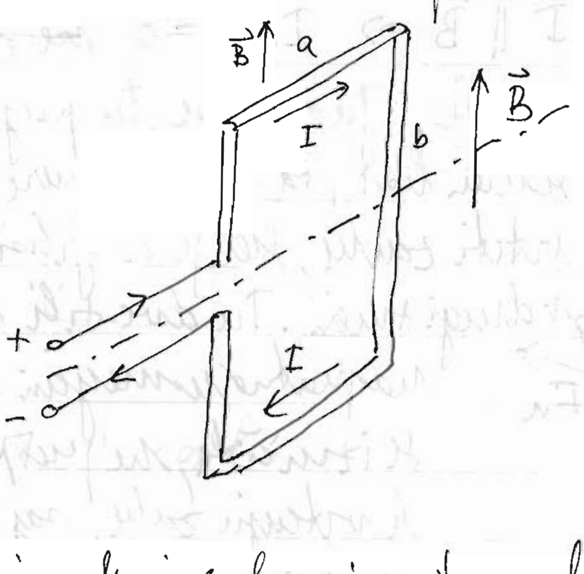
Navor magnetne sile

Ugotovili smo, da na vodnik, po katerem teče električni tok in ki je postavljen v magnetno polje z gostoto $\vec{B}$, deluje magnetna sila

$$\vec{F}_m = l \cdot \vec{I} \times \vec{B}$$

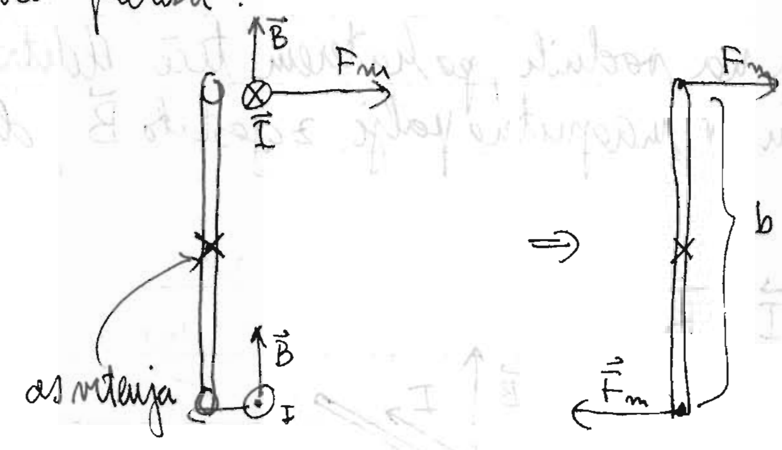


Sedaj pa iz žice sestavimo kvadratno zanko s stranicama a in b. Zanka naj bo vrtljiva okoli osi, ki gre skozi simetralo pravokotnika. Zanko nato postavimo v zunanje magnetno polje, ki ima navpično smer.

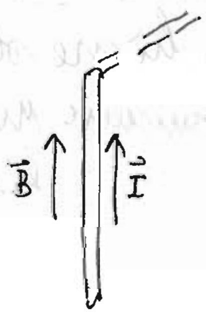


Poglejmo, kaj se dogaja s to zanko, če skozi spustimo električni tok. Na posamezne stranice zanke delujejo magnetne sile, saj imamo tokovodnik, ki je postavljen v zunanje magnetno polje. Poglejmo po posameznih stranicah, kako delujejo sile:

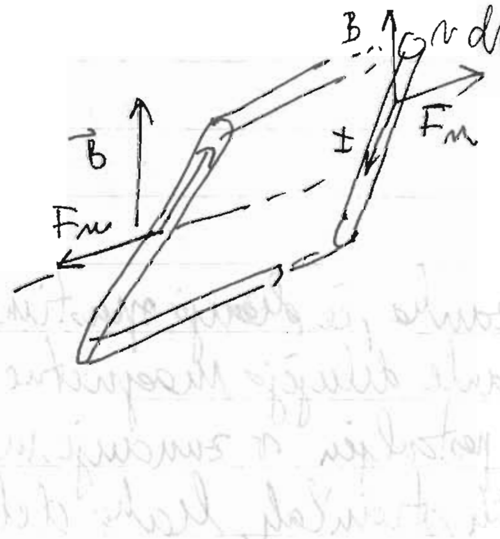
Da bi bolje videli smer sil, si narišimo zanko v prečnem prerezu:



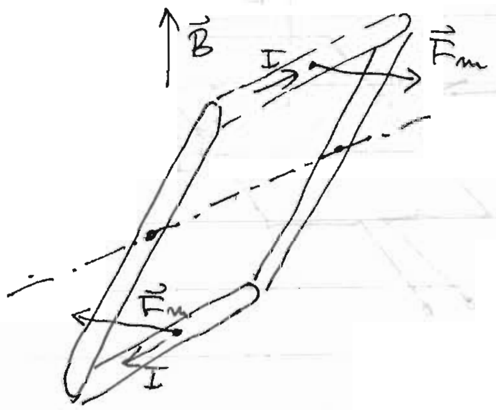
Na zgornjo in spodnjo stranico a torej deluje dvojica sil, ki poskuša zanko zavrteti okoli osi. Kaj pa na vertikalnih stranicah b?

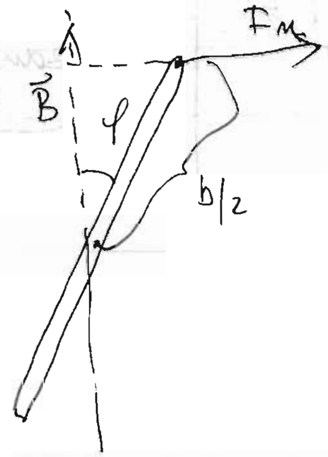


$\vec I \parallel \vec B \Rightarrow \vec I \times \vec B = 0$ ~~ni to~~ ni sile. Tudi če se tu pojavi kakšen kot, ta sila ne more vrteti zanke, ker je os fiksirana v drugi smeri. Ti dve sili sta nasprotno usmerjeni in se izničita, ne prispevata k vrtenju zanke, saj imata v smernici.



Ugotovili smo, da na pravokotno zanko v zunanjem magnetnem polju delujeta dve sili, ki poskušata zanko zavrteti okoli njene stalne osi:





Imamo torej dvojico sil, ki poskušata zavrteti zanko. Zaradi tega imamo navor obeh sil, ki poskuša zavrteti zanko.

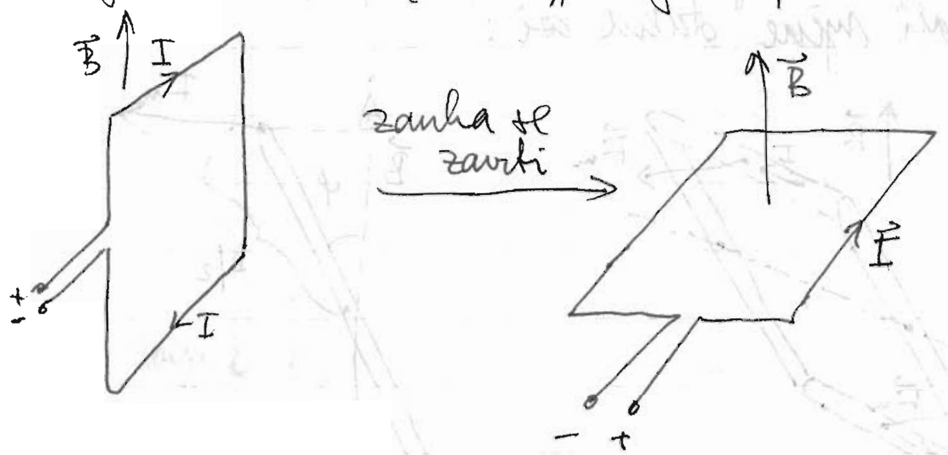
Navor obeh sil je : $M_m = 2 \cdot F_m \cdot \frac{b}{2} \cdot \cos\varphi = F_m \cdot b \cdot \cos\varphi$

$$\boxed{M_m = F_m \cdot b \cdot \cos\varphi} \quad , \quad \boxed{M_m = S \cdot I \cdot B \cdot \cos\varphi}$$

$$M_m = F_m \cdot b \cdot \cos\varphi = a \cdot b \cdot I \cdot \cos\varphi = S \cdot I \cdot B \cdot \cos\varphi$$

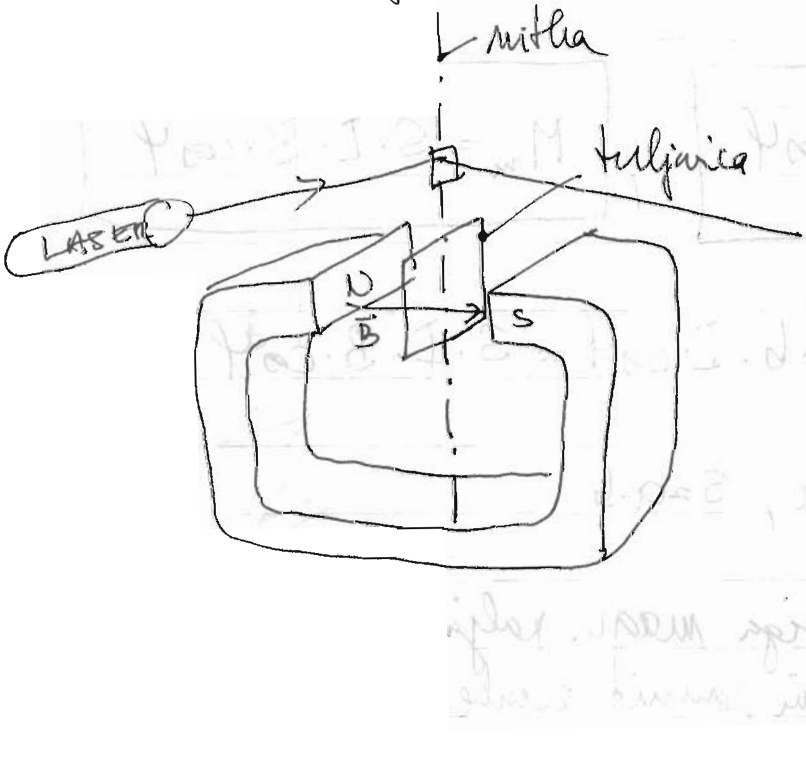
S .... površina zanke, $S = a \cdot b$
I .... tok po zanki
B .... gostota zunanjega magn. polja
φ .... kot med $\vec{B}$ in ravnino zanke.

Navor je torej maksimalni, ko je $\vec{B}$ v ravnini zanke, navor je minimalen (enak 0), ko je $\vec{B}$ pravokoten na zanko



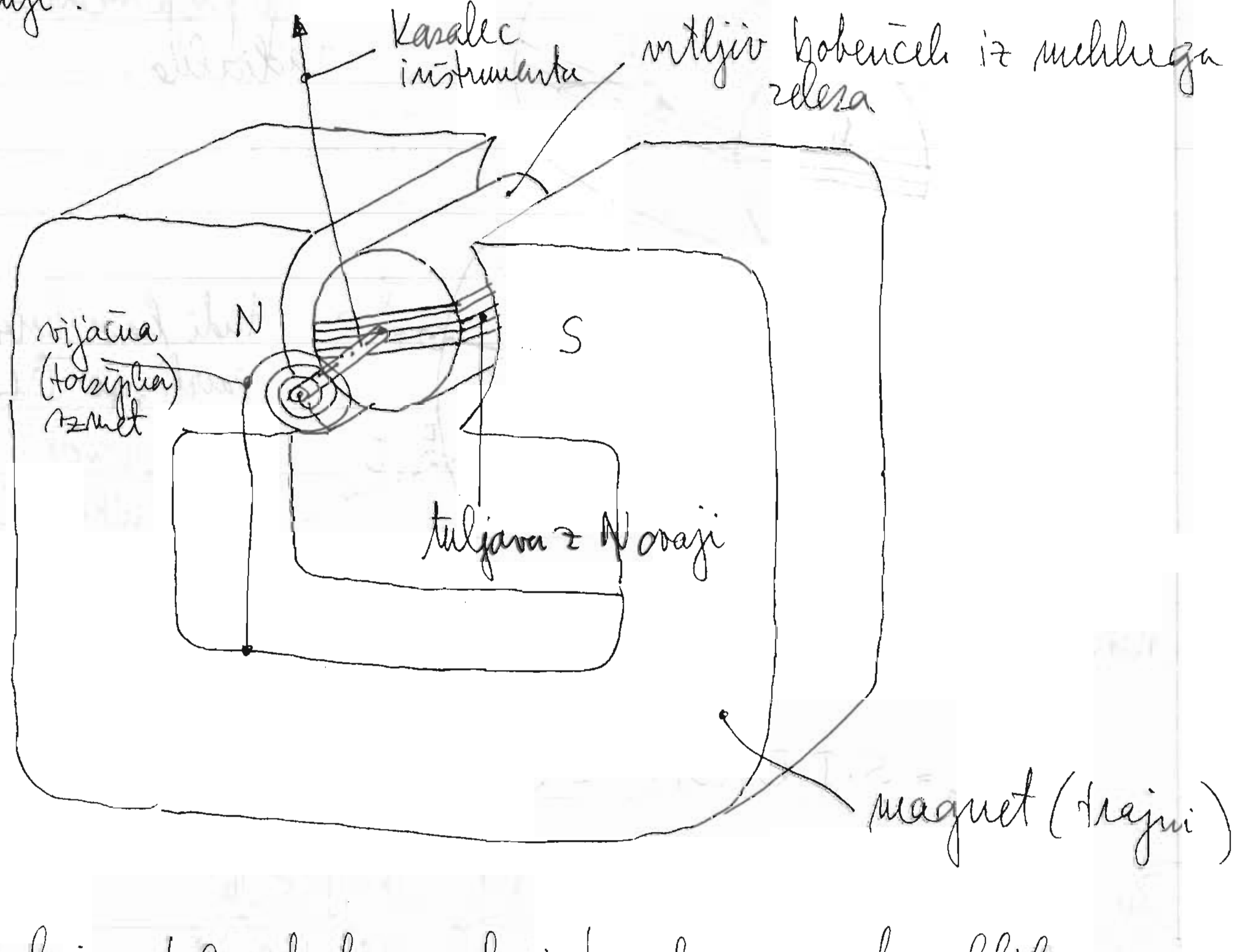
Ta efekt je osnova vseh elektromotorjev, saj z električnim tokom po zanki lahko povzročimo vrtenje zanke. To lahko prikažemo tudi s poskusom:

<u>Poskus</u>: model galvanometra na vrtljivo tuljavico

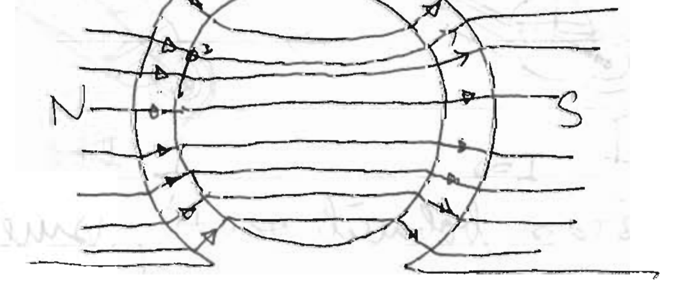


Ko priključimo el. tok, se tuljavica v zunanjem magnetnem polju zavrti.

Navor magnetne sile uporabljamo v instrumentih na vrtljivo tuljavico – galvanometrih. Ti so vgrajeni v vseh starejših kazalčnih instrumentih (analognih), ampermetrih, voltmetrih in podobno. Poglejmo kako tak galvanometer deluje:

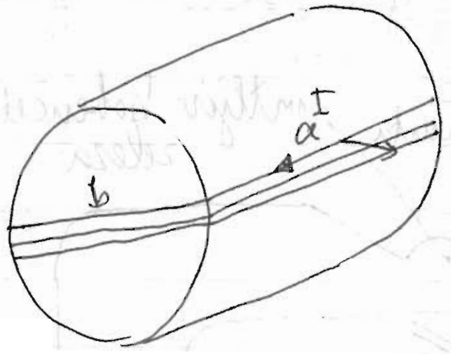


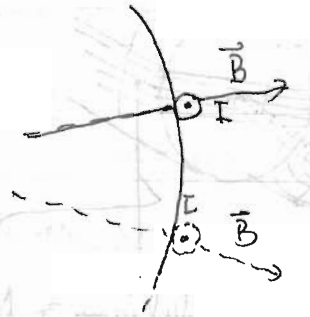
Poglejmo pobliže podrobno, zakaj sta pola magneta oblikovana po okroglem bobenčku → zato da je ~~tok~~ magnetno polje vedno radialno:



Potek silnic magnetnega polja okoli valjastega bobenčka iz železa

Zaradi posebnega oblikovanja magneta je torej magnetno polje vedno radialno. Če na bobenček navijemo kvadratno zanko iz žice in skozinjo spustimo električni tok, bo navor na boben vedno enak, ker je polje vedno radialno.





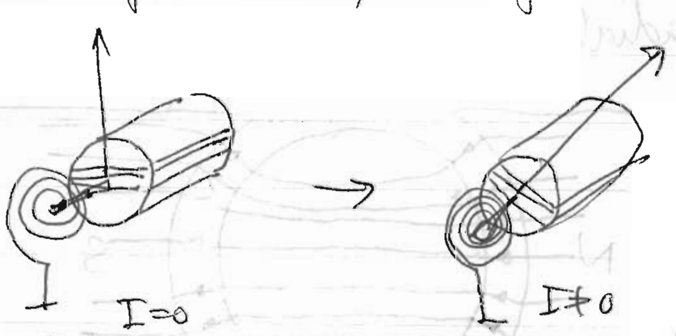
tudi ko se boben zavrti, je $\vec{I} \perp \vec{B}$ in je navor neodvisen od zasuka!!

Navor na eno zanko je

$$M_1 = S \cdot I \cdot B \cdot \overset{0}{\cos\varphi} = S \cdot I \cdot B$$

Za N zank se seštevajo navori $M_N = N \cdot I \cdot S \cdot B$

Če bi skozi tak galvanometer spustili tok, bi se vrtel. Mi pa damo na os torzijsko vzmet, ki daje obraten navor



Zaradi toka skozi žico se bobenček zavrti, vzmet pa se napne. V ravnovesju je navor el. toka enak navoru torzijske vzmeti, ki je zasukana za kot φ

$$M(I) = M(\varphi_0)$$

$$N \cdot I \cdot S \cdot B = D \cdot \varphi_0$$

D.... torzijski koeficient vzmeti

$$\boxed{\varphi_0 = \frac{N \cdot I \cdot S \cdot B}{D}}$$

Kot zasuka kobenčka, ta je sorazmeren toku skozi tuljavo!

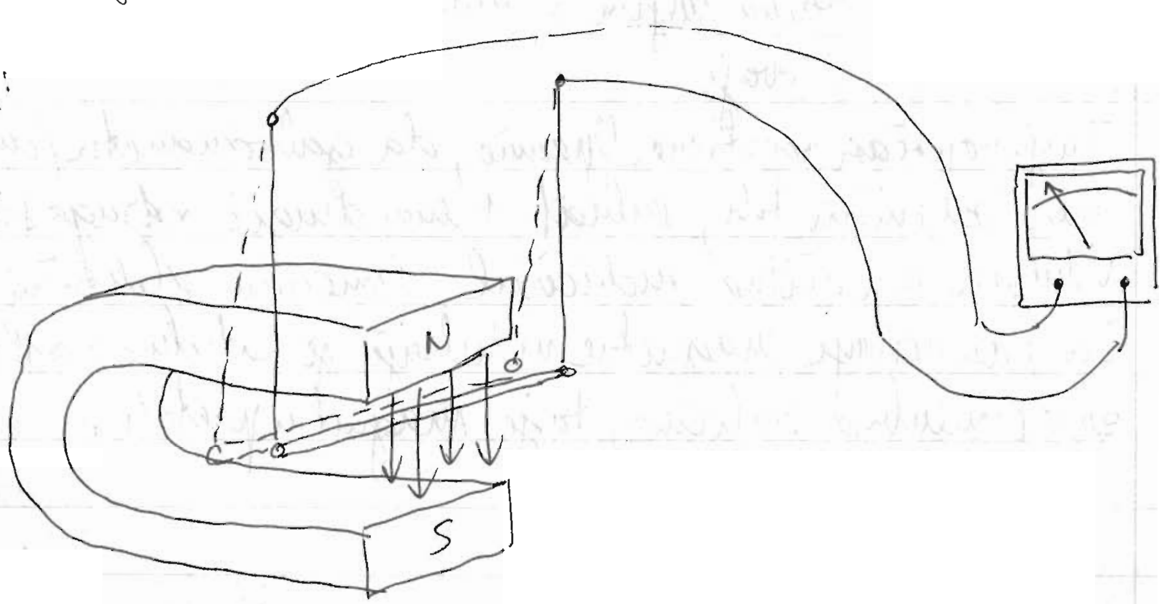
$$\boxed{\varphi_0 \propto I}$$

Zato galvanometer uporabljamo kot merilec el. toka!

7.4. MAGNETNA INDUKCIJA

Poglejmo si poskus, ki je podoben poskusu, pri katerem smo gledali magnetno silo na vodnik v magnetnem polju. Sedaj pa naredimo obraten poskus: vodnik damo v magnetno polje in ga premikamo. ~~Če vodnik miruje~~ Obenem merimo električni tok skozi vodnik. Če le-ta miruje, potem v tokokrogu ni električnega toka.
Če vodnik premikamo, se pojavi električni tok, ki ga zazna galvanometer. Čim hitreje premikamo vodnik, tem večji je tok po vodniku.

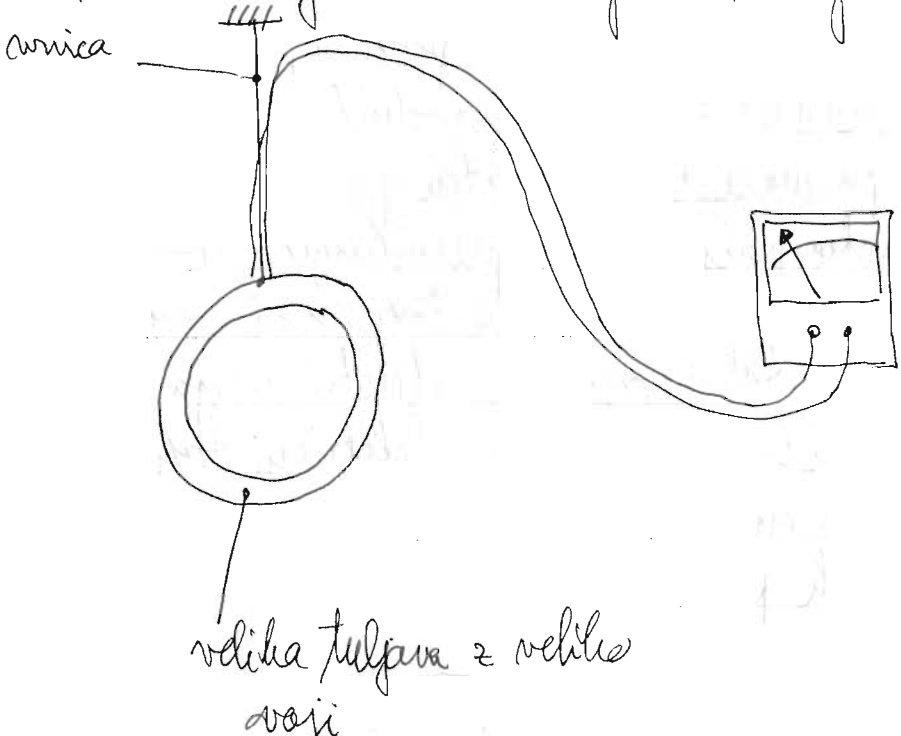
Poskus:



Ko prečko zazibam, ampermeter pokaže električni tok v tokokrogu. Ta pojav imenujemo indukcija

Pri premikanju električnega vodnika v zunanjem magnetnem polju se pojavi električni tok po sklenjenem tokokrogu. Ta pojav imenujemo indukcija.

Poskus: podoben pojav lahko opazimo pri vrtenju velike tuljave v zemeljskem magnetnem polju

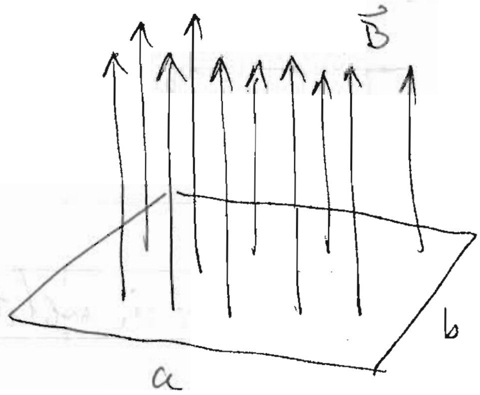


Tuljavo počasi zavrtimo. Opazimo, da galvanometer (ampermeter) kaže izmenični tok, enkrat v eno drugič v drugo smer. V tuljavi se je očitno induciral izmenični električni tok! Za razumevanje magnetne indukcije je potrebno pogledati zelo pomembno količino, to je magnetni pretok:

Pojav magnetne indukcije opazimo pri:
a) premikanju vodnikov v magnetnem polju
b) vrtenju ali premikanju zank v magnetnem polju
c) spreminjajočem magn. polju

Magnetni pretok

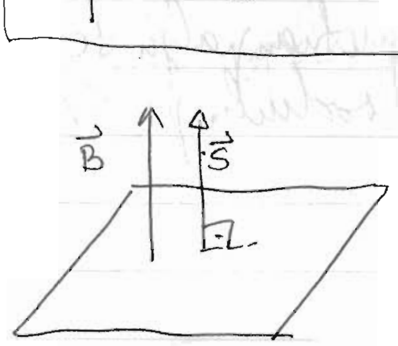
Vzemimo homogeno magnetno polje z gostoto $\vec{B}$, v polje pa postavimo pravokotno prevodno zanko s stranicama a in b:



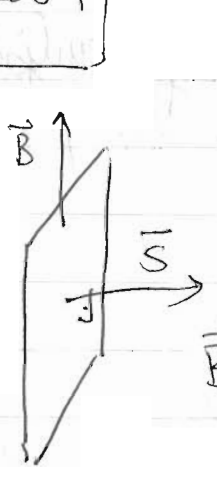
Označimo površino zanke z $S = a \cdot b$. Silnice magnetnega polja "prebadajo" ploskev S, gredo skozi zanko. Če je zanka postavljena pravokotno na smer polja je število silnic, ki gre skozi ploskev, zelo veliko. Če je ploskev vzporedna z $\vec{B}$, pa ne gre nič silnic skozi ploskev S. Na podlagi tega uvedem magnetni pretok skozi sklenjeno zanko:

$$\boxed{\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos\varphi}$$

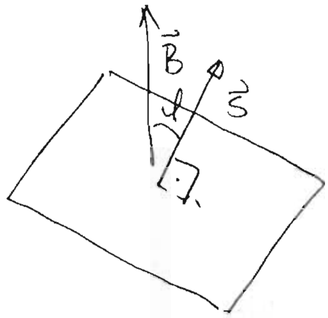
$\vec{B}$ .. gostota magn. polja
$\vec{S}$ ... ploskev zanke, ki ima smer ⊥ na ploskev, v kateri leži zanka



$\vec{B} \cdot \vec{S}$ ... velik pretok



$\vec{B} \cdot \vec{S} = 0$ pretoka ni



kakšen pretok,
$B \cdot S \cdot \cos\varphi$

Poglejmo enoto za magnetni pretok:

$$\phi \; \ldots \; [T \cdot m^2] = [Vs/m^2 \cdot m^2] = [V \cdot s]$$

Kako lahko spreminjamo pretok ϕ s časom?

a) če se spreminja B, pri fiksni orientaciji in velikosti

$$\phi(t) = B(t) \cdot S \cdot \cos\varphi$$

b) če se spreminja velikost S

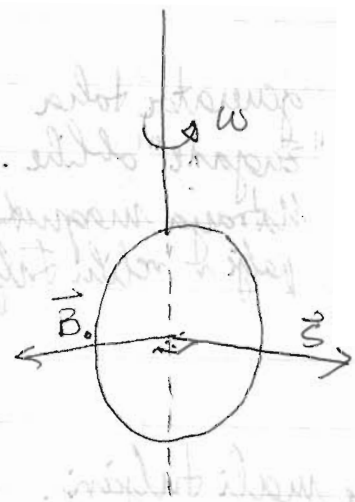
$$\phi(t) = B \cdot S(t) \cdot \cos\varphi$$

c) če se spreminja kot med $\vec{B}$ in $\vec{S}$

$$\phi(t) = B \cdot S \cdot \cos\varphi(t)$$

Pri vrtenju zanke v zemljskem magnetnem polju se spreminja $\varphi(t)$. Pri premikanju vodnika pa $S(t)$.

Primer: Kovinsko zanko s polmerom 10 cm zavrtimo v magnetnem polju Zemlje 10 krat na sekundo. Izračunaj časovno odvisnost magnetnega pretoka skozi zanko, če je gostota zemeljskega magnetnega polja $3{,}4 \cdot 10^{-5}$ T. Os vrtenja zanke je pravokotna na smer zemeljskega magn. polja in leži v ravnini zanke.



$$r = 10\,cm$$
$$\nu = 10\,s^{-1}$$
$$B_0 = 3{,}4 \cdot 10^{-5}\,T$$
$$\phi(t) = ?$$

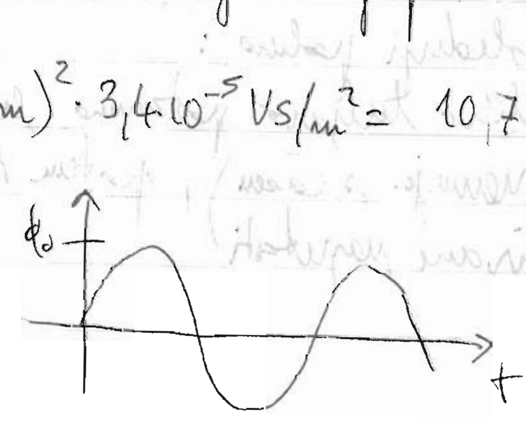
$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B_0 \cdot \pi r^2 \cos\varphi(t) =$$
$$= \pi r^2 B_0 \cdot \cos(2\pi\nu \cdot t) =$$
$$= \pi r^2 B_0 \cdot \cos(\omega t) = \phi_0 \cdot \cos(\omega t)$$

ϕ_0 ... amplituda nihanja magnetnega pretoka

ω ... krožna frekvenca nihanja magn. pretoka

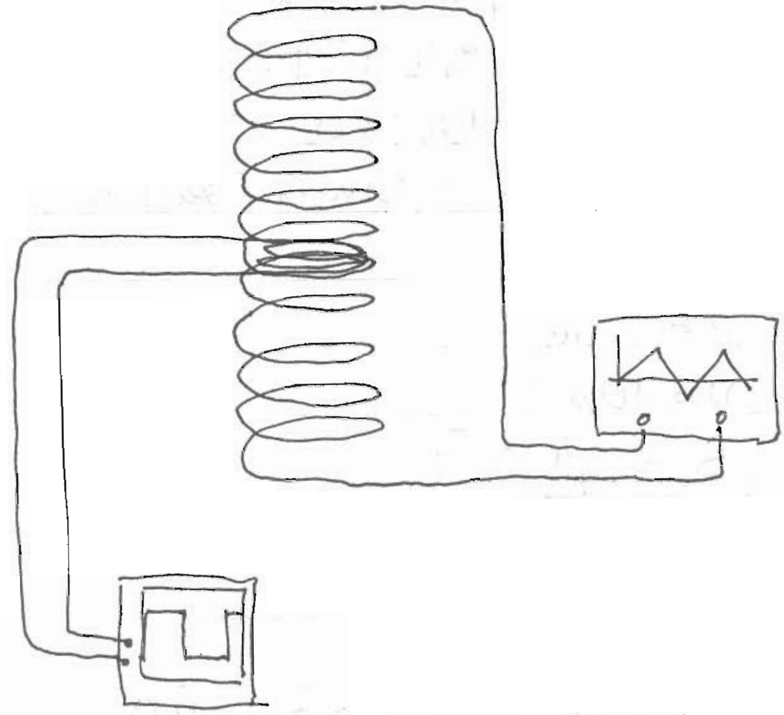
$$\phi_0 = \pi r^2 \cdot B_0 = \pi \cdot (10^{-1} m)^2 \cdot 3{,}4 \cdot 10^{-5}\,Vs/m^2 = 10{,}7 \cdot 10^{-7}\,Vs = \underline{\underline{1{,}1 \cdot 10^{-6}\,Vs}}$$

$$\omega = 2\pi\nu = \underline{\underline{0{,}628\,s^{-1}}}$$



Indukcijski zakon

Naredimo poskus z dvema tuljavama:



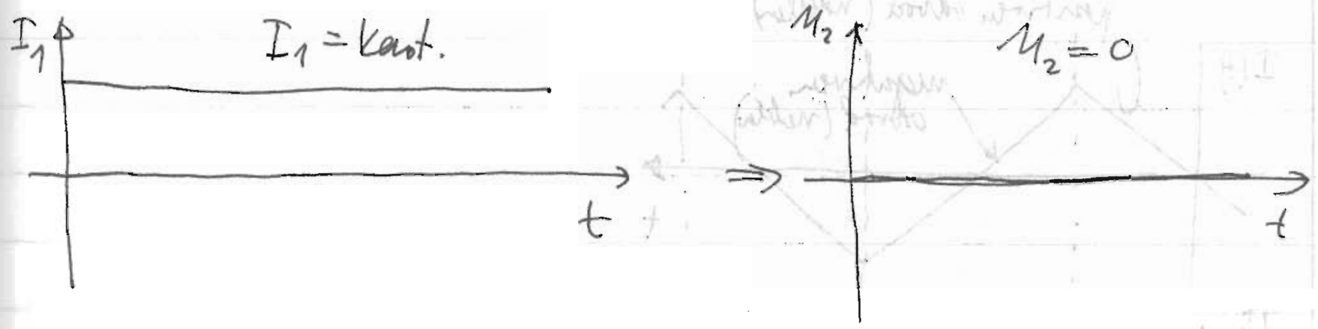
generator toka "žagaste" oblike. Ustvarja magnetno polje v veliki tuljavi

osciloskop: z njim opazujemo napetost na mali tuljavi.

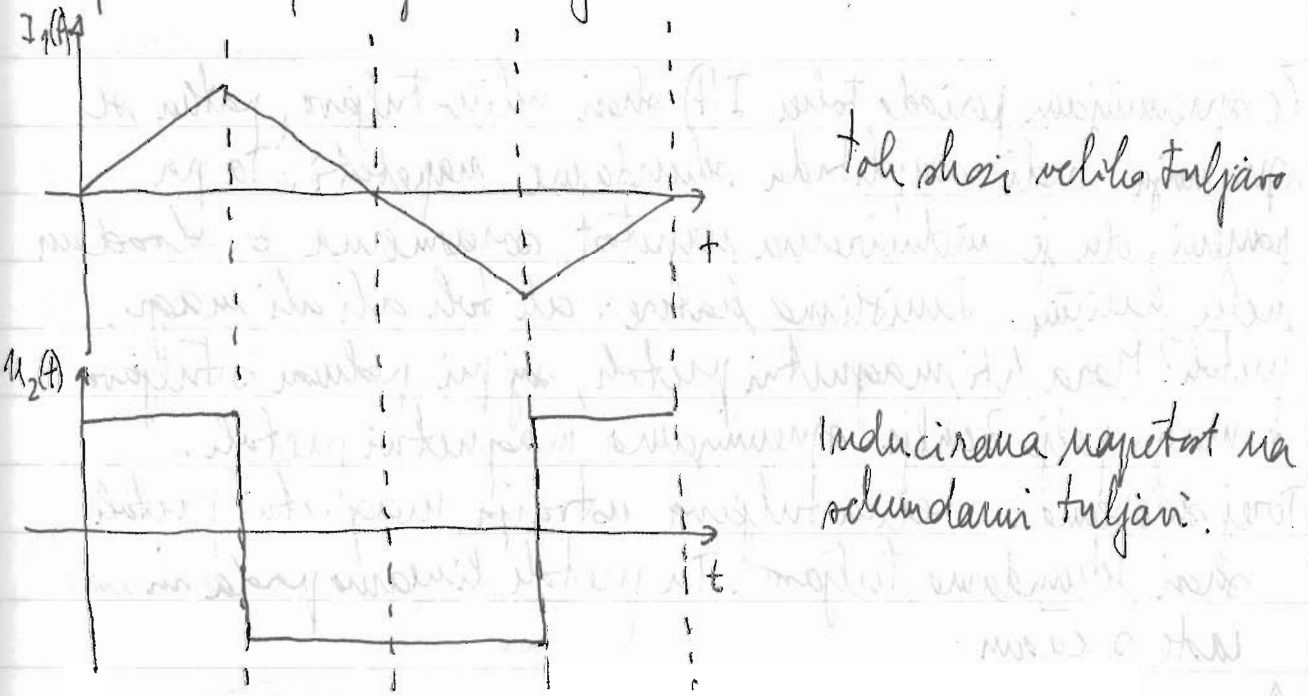
V eksperimentu imamo dve tuljavi: v prvi, veliki tuljavi ustvarjamo magnetno polje na ta način, da pošiljamo skozenjo električni tok. Druga, manjša tuljava je <u>električno ločena</u> od prve tuljave in je povezana na osciloskop, s katerim opazujem napetost, ki se v tej tuljavi inducira.

Naredimo naslednji poskus:

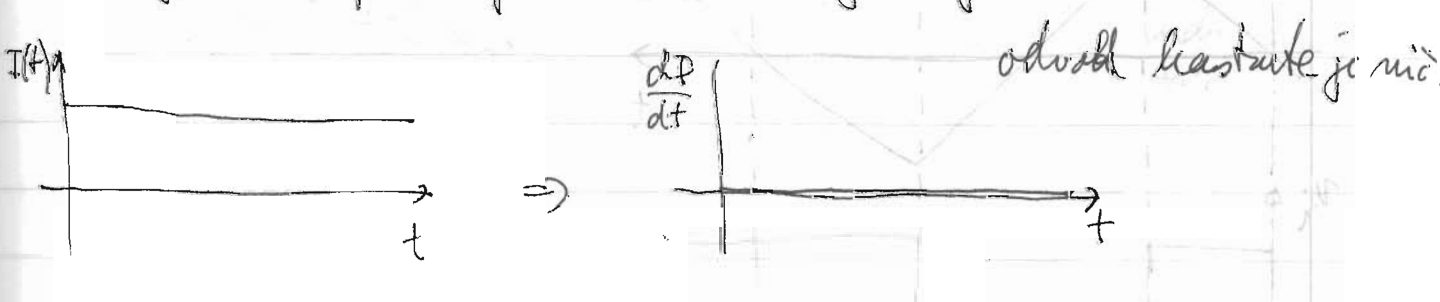
a) če na veliko tuljavo postavimo enakomerni konstantni ~~napetost~~ tok (ki se ne spreminja s časom), potem na sekundarni tuljavi ni inducirane napetosti

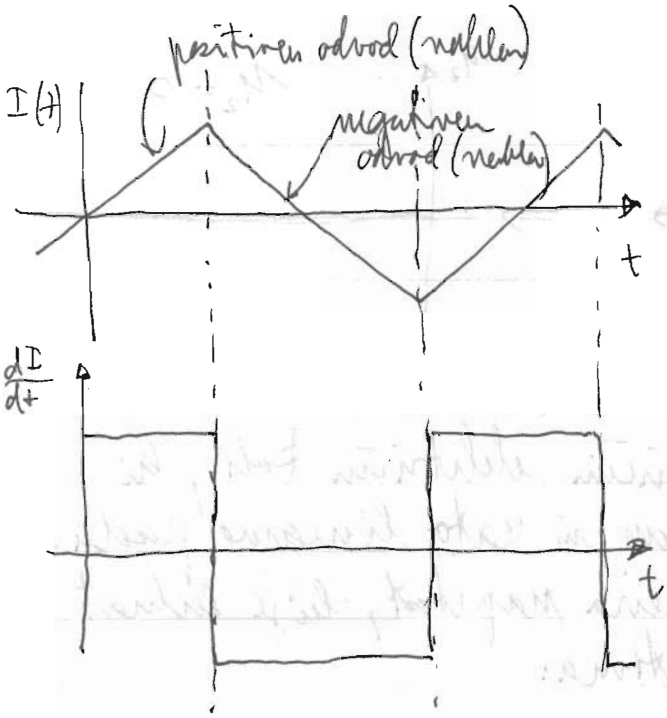


b) na veliko tuljavo priključimo električni tok, ki linearno narašča s časom in nato linearno pada. Na mali tuljavi se inducira napetost, kije enkrat pozitivna, drugič negativna:



Na kaj nas to spominja? Na odvod funkcije

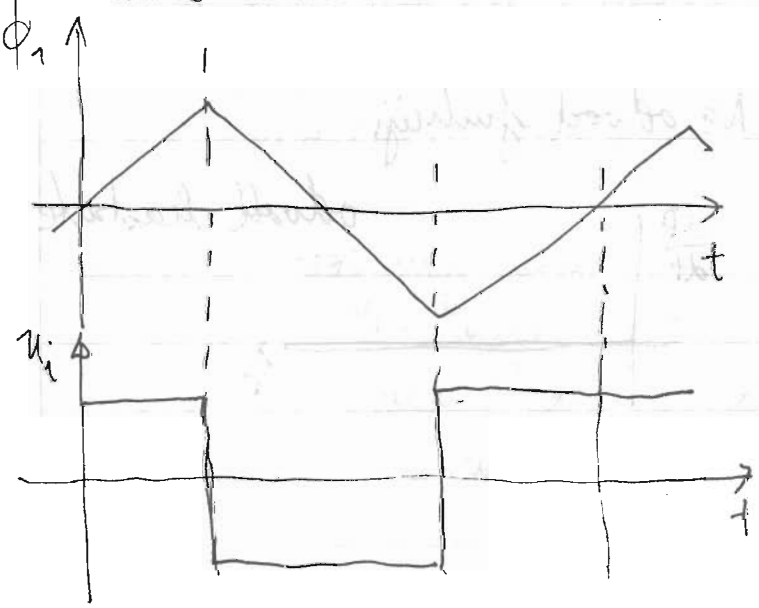




odvod "žagaste" funkcije je "škatla".

Če spreminjam periodo toka I(t) skozi veliko tuljavo, potem se spreminja tudi amplituda sekundarne napetosti. To pa pomeni, da je inducirana napetost sorazmerna z odvodom neke količine. Pomislimo katere: celi tok ali ali magn. pretok? Mora biti magnetni pretok, saj pri poskusu s tuljavo v magn. polju Zemlje spreminjamo magnetni pretok.

Torej sklepamo: velika tuljava ustvarja magnetni pretok skozi sekundarno tuljavo. Ta pretok linearno pada in raste s časom.



Iz slike ugotovimo:

$$\boxed{u_i = -\frac{d\phi}{dt}}$$

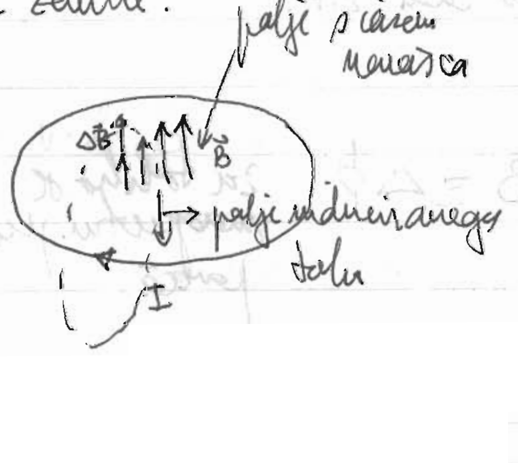
u_i ..... napetost, ki se inducira v mali tuljavi

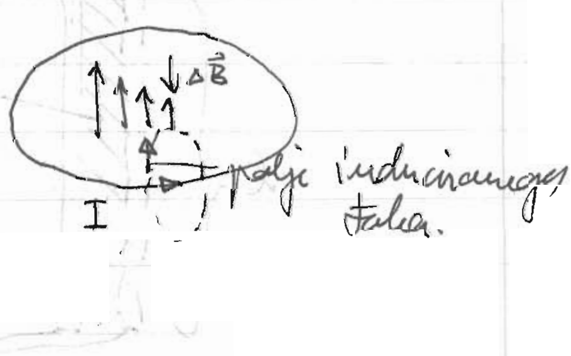
ϕ ..... magnetni pretok skozi malo tuljavo.

Indukcijski zakon: če se skozi tuljavo spreminja magnetni pretok, se med priključkoma tuljave inducira električna napetost, ki je obratnosorazmerna časovnemu odvodu magnetnega pretoka.

Kako določimo smer napetosti? Pri tem si pomagamo z Lenzovim pravilom: inducirani tok teče v taki smeri, da je magnetno polje induciranega toka vedno nasprotno usmerjeno kot magnetno polje, ki ustvarja magnetni pretok.

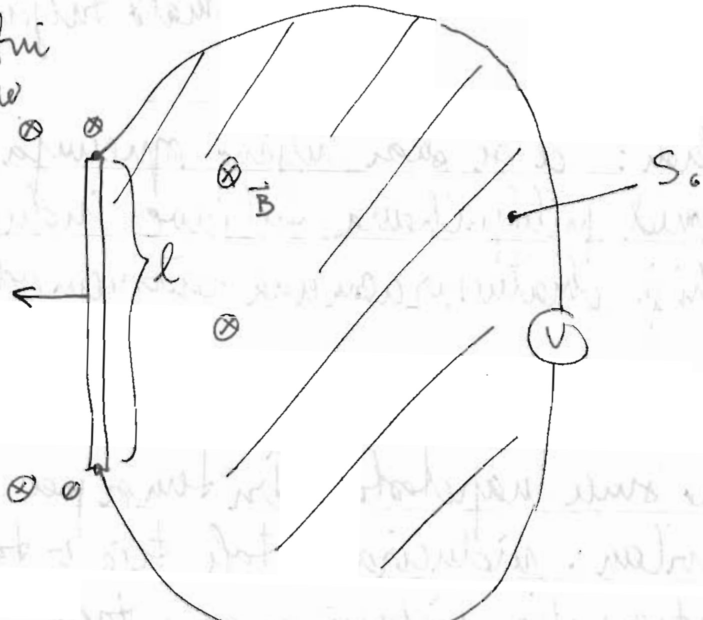
Primer zanke:



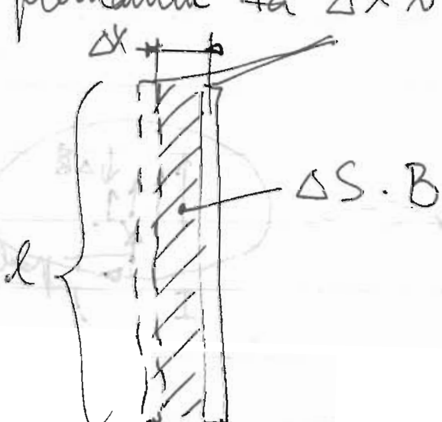


Ali lahko z indukcijskim zakonom pojasnimo električno napetost, ki se je inducirala, ko sem prečko premikal okoli magnet? Poglejmo, kaj se dogaja s pretokom, ko prečko premikamo v polju!

gledam magnetni pretok skozi celotno (veliko) zanko.



Po celotnem prostoru ~~vsem~~, kjer se prečka giblje imam homogeno magn. polje. Zaključeno zanko predstavlja prečka s priključenimi žicami. Na začetku naj ima zanka ploščino S., nato pa prečko premaknem za Δx v času Δt:



$\Delta S \cdot B = \Delta \phi$ za toliko se magnetni pretok poveča

$$\Delta \phi = \Delta S \cdot B = \Delta x \cdot l \cdot B = v \cdot \Delta t \cdot l \cdot B \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = v \cdot l \cdot B \Rightarrow \boxed{u_i = v \cdot l \cdot B}$$

to je napetost, ki se inducira med krajiščema vodnika, ki ga premikam s hitrostjo $v \perp$ na B.

Kako velike so te napetosti?

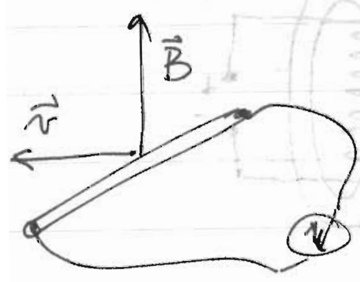
Primer: košček žice z dolžino 2 cm premikam s hitrostjo 1 cm/s skozi magnetno polje 0,5 T, ki je pravokotno na smer premikanja vodnika in na smer vodnika. Kolikšna je inducirana napetost med krajiščema žice?

$l = 0{,}02\,m$

$v = 0.01\,m/s$

$B = 0{,}5\,T$

$u_i = ?$

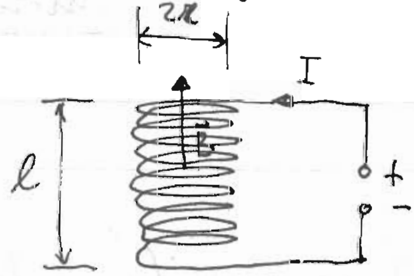


$$u_i = v \cdot l \cdot B = 2 \cdot 10^{-2}\,m \cdot 10^{-2}\,m/s \cdot 0{,}5\,Vs/m^2 = 10^{-4}\,V = \underline{0{,}1\,mV}$$

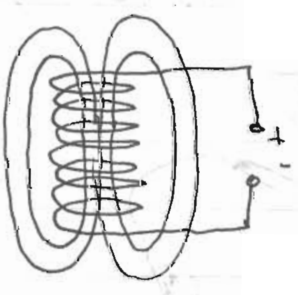
To je merljiva napetost, čeprav je majhna.

Polje in magnetni pretok v tuljavi

Imamo tuljavo z N ovoji iz žice. Premer tuljave naj bo $2r$, dolžina pa l. Po tuljavi pošljemo električni tok I, zanima nas, kolikšno je magnetno polje v tuljavi.



Magnetno polje v tuljavi je približno homogeno (pasodenalo) znotraj tuljave, zunaj pa hitro pada z oddaljenostjo od tuljave.



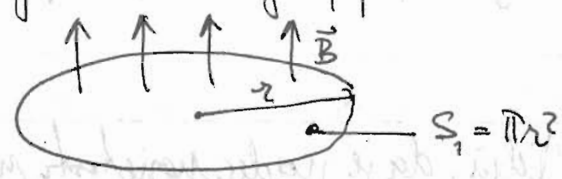
Za magnetno polje <u>znotraj</u> tuljave velja:

$$\boxed{B = \mu_0 \cdot N \cdot \frac{I}{l}}$$

N ... število ovojev
l ..... dolžina tuljave
I ... tok skozi tuljavo

Ta izraz velja za prazno tuljavo, to je tuljavo, v kateri ni magnetne snovi.
Izračunajmo sedaj magnetni pretok Φ skozi celotno tuljavo.

Če ima tuljava 1 ovoj, po katerem teče tok, je



$$\phi_1 = B\cdot S_1 = B\cdot \pi r^2$$

V tuljavi pa je N takih ovojev, zato je magnetni pretok N-krat večji:

$$\phi = N\cdot B\cdot \pi r^2 = N\cdot \mu_0\cdot N\cdot \frac{I}{l}\pi r^2 = \mu_0 \frac{N^2\cdot \pi r^2}{l}\cdot I$$

To zapišemo tudi v obliki

$$\boxed{\phi = L\cdot I}\ , \quad \boxed{L = \mu_0\cdot \frac{N^2 \pi r^2}{l} = \mu_0\cdot\frac{N^2\cdot S}{l}}$$

L ..... induktivnost tuljave [Vs/A] = [H]   H.... Henry

Če v tuljavo damo jedro iz magnetnega materiala, potem se izkaže, da se pri istem toku magnetni pretok poveča.
To si razložimo tako, da se gostota magnetnega polja poveča,

$$\boxed{B_{snov} = \mu\cdot B_{zrak}}$$

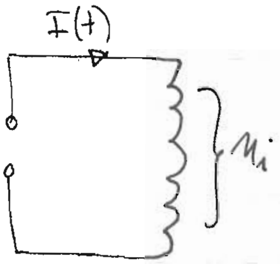
μ.... permeabilnost

(μ = 1000 – 100.000 za magnetne materiale).

$\mu < 1$ diamagnetične snovi

$\mu \gtrsim 1$ paramagnetične snovi

Poglejmo si še kakšna je napetost na tuljavi, če spreminjamo tuljavin tok I(t):



Velja, da je padec napetosti na tuljavi enak inducirani napetosti:

$$u_i = -\frac{d\phi}{dt} = -L\cdot\frac{dI}{dt}$$

$$\boxed{U_i = U_L = -L\cdot\frac{dI}{dt}}$$

Napetost je velika, če se tok hitro spreminja (velik dI/dt) in majhna, če se tok počasi spreminja.

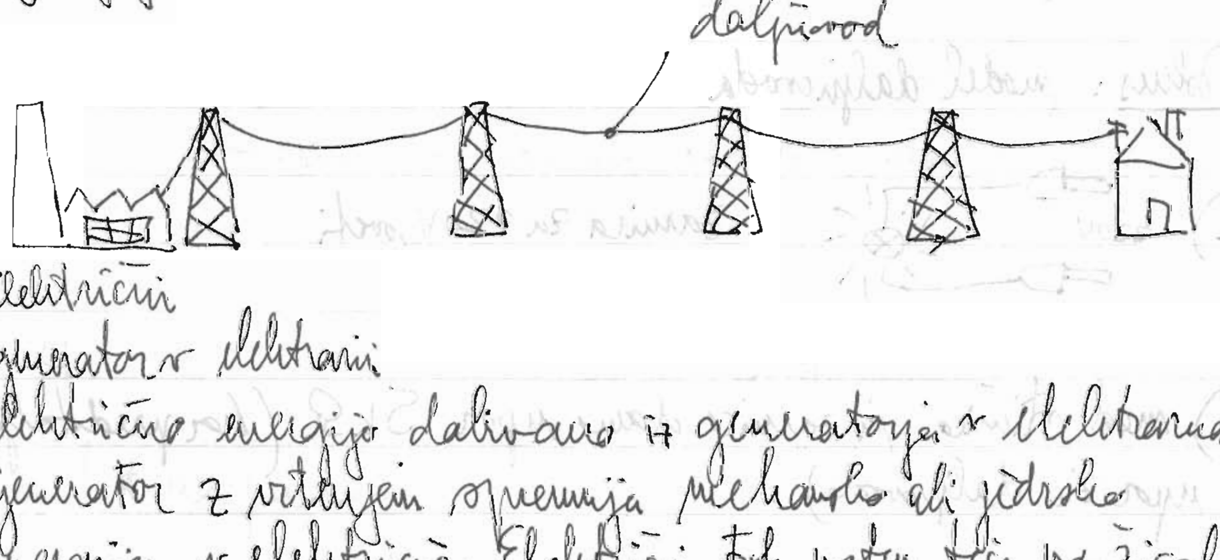
~~Kot primer si poglejmo tok po tuljavi ni~~

Temu pravimo napetost zaradi lastne indukcije.

Transformator

V vsakdanjem življenju se transformatorji uporabljajo na zelo raznovrstnih področjih:
a) močnostni transformatorji v daljnovodih energetiki
b) transformatorji napetosti v industr. izdelkih (radio, TV, ...)
c) merilni, varilni transformatorji

Osnovna lastnost transformatorja je ta, da spremeni napetost generatorja na željeno vrednost. Kot primer si poglejmo model daljnovoda in poglejmo, kakšni problemi se pri tem pojavljajo:



Električni generator v elektrarni

Električno energijo dobivamo iz generatorja v elektrarnah. Generator z vrtenjem spreminja mehansko ali jedrsko energijo v električno. Električni tok potem teče po žicah daljnovoda tudi več 100 km daleč. Poglejmo, kolikšen je električni upor ene take žice daljnovoda, ki je iz aluminija in ima premer 10 mm.

$l = 100\,km$

$2r = 10\,mm$

$\varsigma = 0.026\,\Omega mm^2/m$

$$R = \varsigma \cdot \frac{l}{S} = 2{,}6 \cdot 10^{-2}\,\Omega \cdot mm^2/m \cdot \frac{10^5\,m}{\pi \cdot 5^2\,mm^2} =$$
$$= \underline{\underline{33\,\Omega}}$$

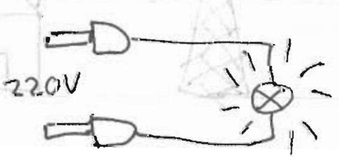
Po aluminijasti žici s presekom 10 mm lahko pošljemo tok 500 A, vendar moramo pogledati, kolikšen je padec napetosti na daljnovodu in kolikšna moč se izgublja.

$P = I^2 \cdot R = (500A)^2 \cdot 33\Omega = \underline{8{,}25MW}$ ogromne izgube, ki gre v gretje žic daljnovoda

$U = I \cdot R = 500A \cdot 33\Omega = \underline{16.500V}$

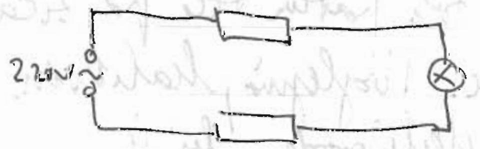
Vidimo, da so padci napetosti in izgube zelo velike. Če lahko tokove zmanjšamo, bodo izgube moči in padec napetosti dosti manjše!

Poskus: model daljnovoda

a) 

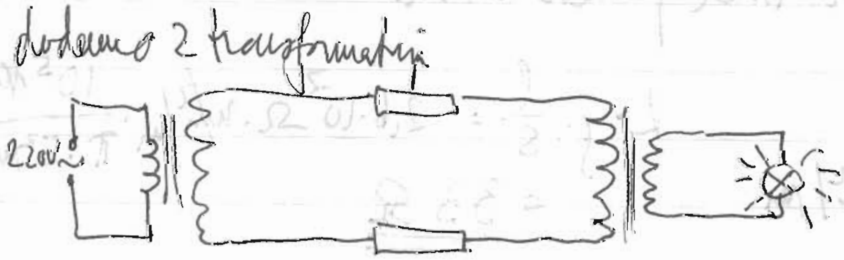
žarnica za 220V sveti

b) med vtičnico in žarnico damo upor 5kΩ (kar predstavlja upor žic daljnovoda)



žarnica ne sveti

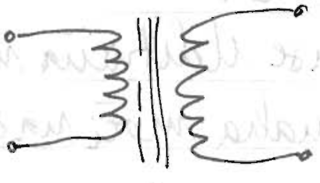
c) dodamo 2 transformatorja



žarnica sveti!

220 → 3000V

Uporabili smo transformator, ki ga označujemo s simbolom



Vsak transformator ima primarno in sekundarno tuljavo. Na primarno tuljavo priključimo vir napetosti, na sekundarno pa porabnik. Napetost mora biti izmenična, sicer se v transformatorju ne inducira magnetni pretok.

Če damo na primar napetost $U_1 = U_{10} \cdot \sin \omega t$, le ta požene tok po tuljavi, ki povzroči nastanek magnetnega pretoka v jedru transformatorja

$$\phi = \phi_0 \cdot \sin \omega t \quad \text{in} \quad \frac{d\phi}{dt} = -\phi_0 \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

Napetost na primarju:

$$U_{prim} = N_{prim} \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N_{prim} \cdot \phi_0 \cdot \omega \cdot \cancel{\sin \omega t} \cos \omega t$$

Napetost na sekundarju

$$U_{sek} = N_{sek} \cdot \frac{d\phi}{dt} = -N_{sek} \cdot \phi_0 \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

$$\boxed{\frac{U_{prim}}{U_{sek}} = \frac{N_{prim}}{N_{sek}}}$$

Električne napetosti se transformirajo v razmerju števila ovojev tuljav.

Če želimo napetost povečati, mora biti št. ovojev na sekundarju večje od števila ovojev primarja in obratno.
Kako pa je s tokovi? Veljati mora, da se električna moč ohranja, torej je moč na primarju enaka moči na sekundarju

$$P_{pri} = P_{sek}$$

$$U_{pri} \cdot I_{pri} = U_{sek} \cdot I_{sek}$$

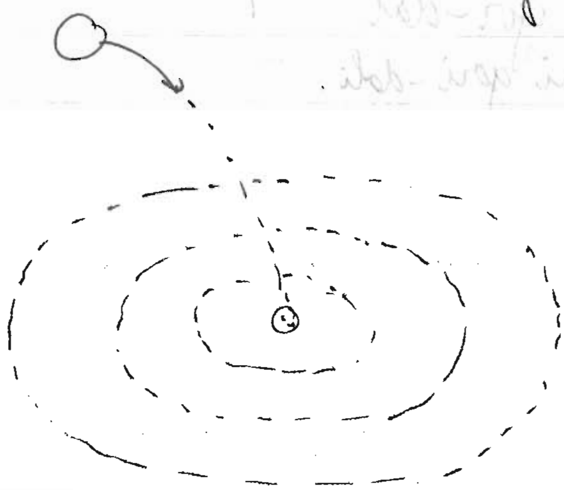
$$\frac{U_{pri}}{U_{sek}} = \frac{N_{pri}}{N_{sek}} = \frac{I_{sek}}{I_{pri}} \Rightarrow \boxed{\frac{I_{pri}}{I_{sek}} = \frac{N_{sek}}{N_{primar}}}$$

Tokovi se torej transformirajo obratno kot napetosti in torej v obratnem sorazmerju s številom ovojev.

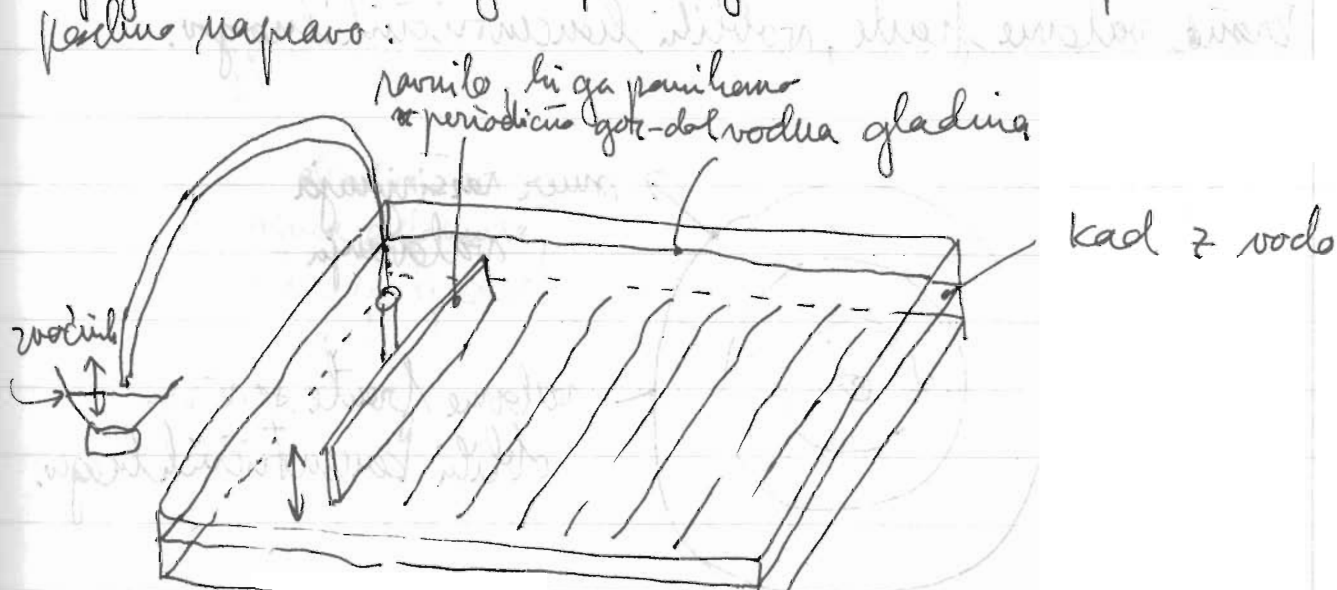
8. VALOVANJE V SNOVI

V naravi zelo pogosto vidimo valovanje, kot je naprimer valovanje na vodni površini:

Kamen vržemo v vodo: začnejo se širiti koncentrični valovi.

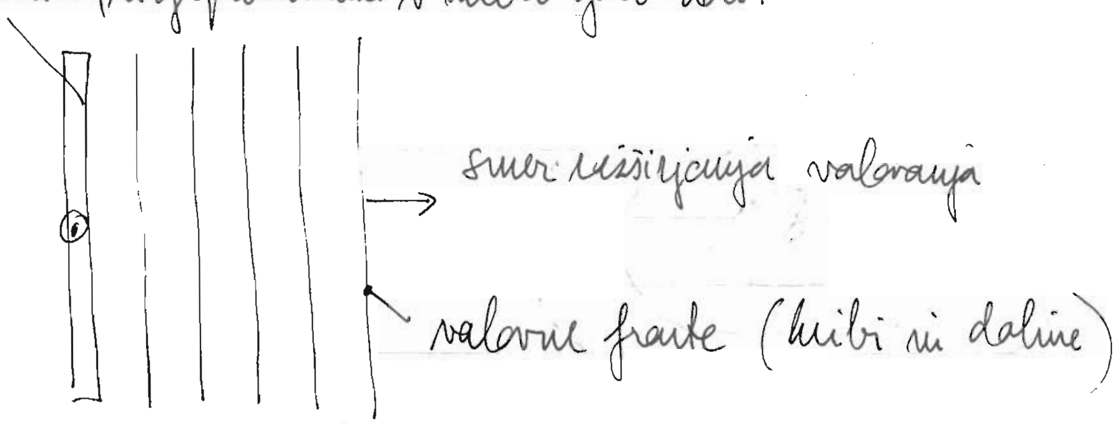


Primer valovanja na vodni površini je najbolj očiten, saj valove lahko vidimo s prostim očesom in so zato zlahka opazljivi. Kot primer valovanja na vodni površini si oglejmo valove, ki jih proizvajamo na vodni površini s posebno napravo:

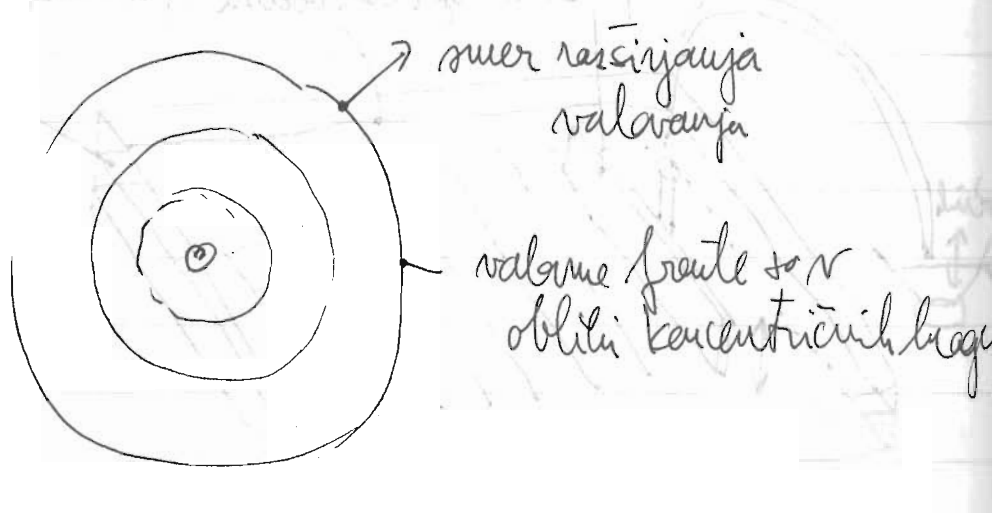


S pomočjo zvočnika pomikamo preko jeklene pletenice ravnilo, ki je pomočeno v vodo. Ravnilo se premika periodično v navpični smeri in ustvarja valove na vodni površini. Opazimo, da valovi potujejo. Če damo v vodo nek predmet, da plava na površini, ne potuje, temveč se samo premika v smeri gor-dol.

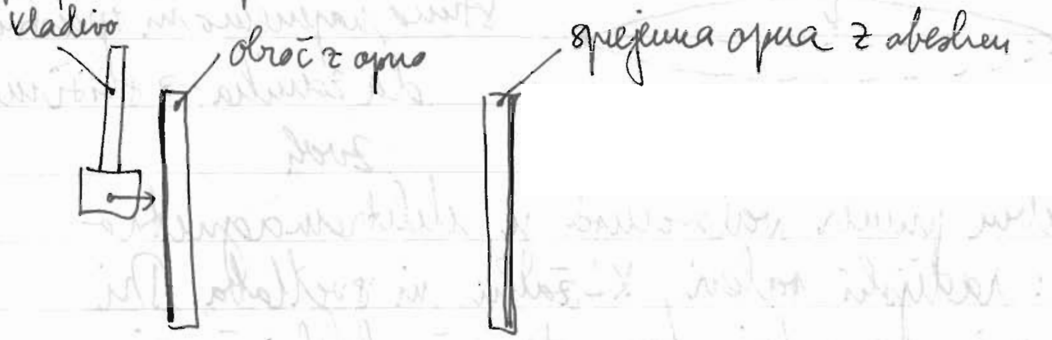
ravnilo, ki ga premikamo v smeri gori-doli.



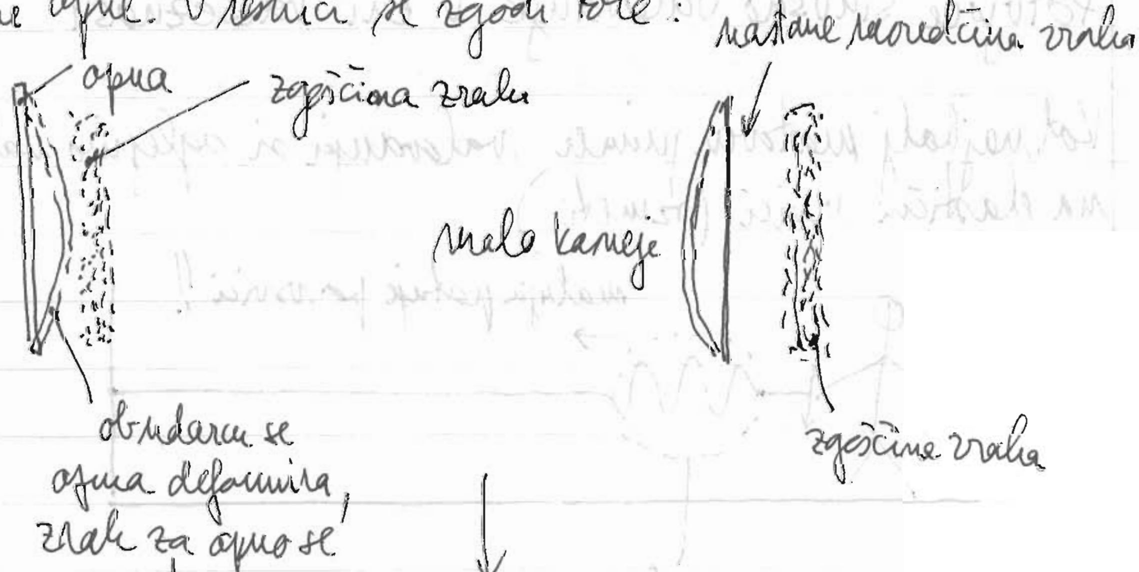
Takemu valovanju pravimo ravno valovanje. Pri ravnem valovanju so valovne fronte ravne črte.
Če namesto ravnila damo samo točkast izvor, dobimo krožne valovne fronte, v obliki koncentričnih krogov.

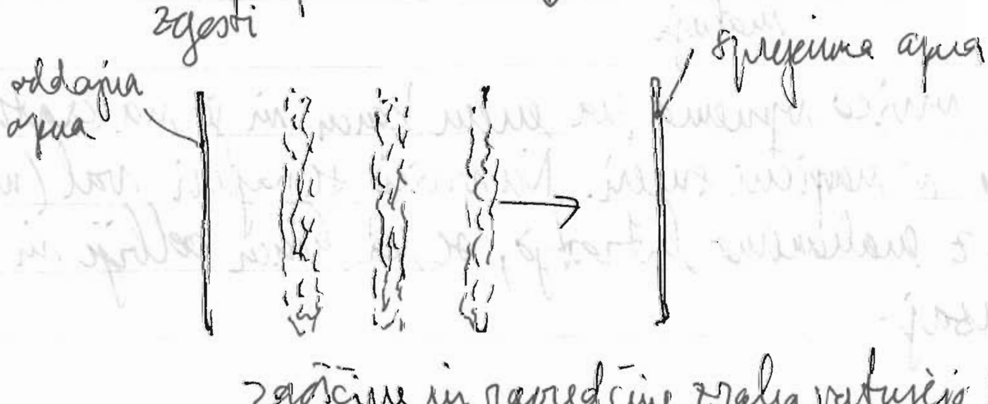


Na vodni površini se torej pojavijo hrbti in doline, ki potujejo v točno določeni smeri. Takega valovanja na vodni površini, je zelo podobno valovanje zraka, to je zvok. Zvok slišimo, princip zvoka pa si poglejmo na preprostem aparatu iz dveh open



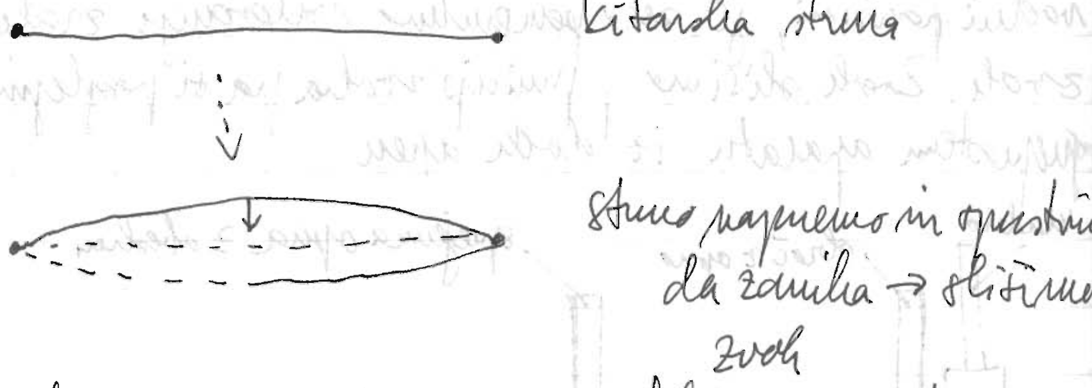
Ko udarim s kladivcem po prvi opni, se druga opna zatrese. Očitno med opnama potuje valovanje, ki vzbudi nihanje sprejemne opne. V resnici se zgodi tole:





zgoščine in razredčine zraka potujejo kot valovanje, ko zadenejo ob sprejemno opno, se le-ta zatrese.

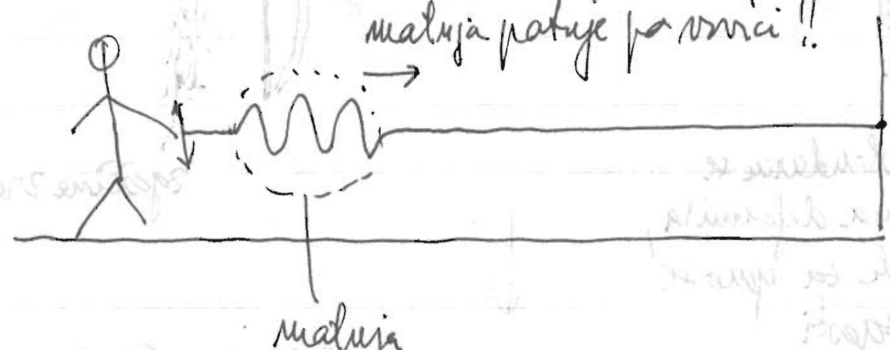
Tretji primer valovanja so nihanje strun pri glasbilih:



Še bolj poseben primer valovanja je elektromagnetno valovanje: radijski valovi, X-žarki in svetloba. Pri tem valovanju ne valuje snov temveč električno in magnetno polje v prostoru.

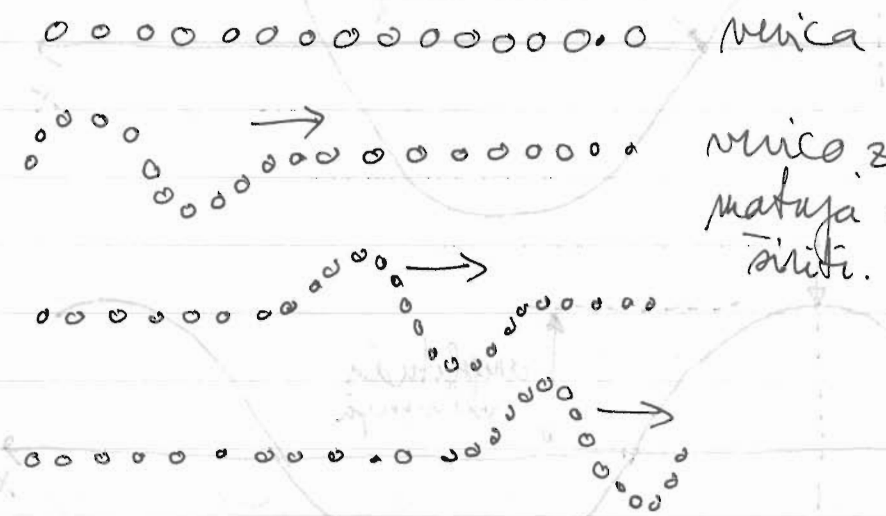
Potujoče sinusno valovanje v eni razsežnosti

Kot najbolj nazoren primer valovanja si ogledimo valovanje na elastični vrvici (vzmeti)



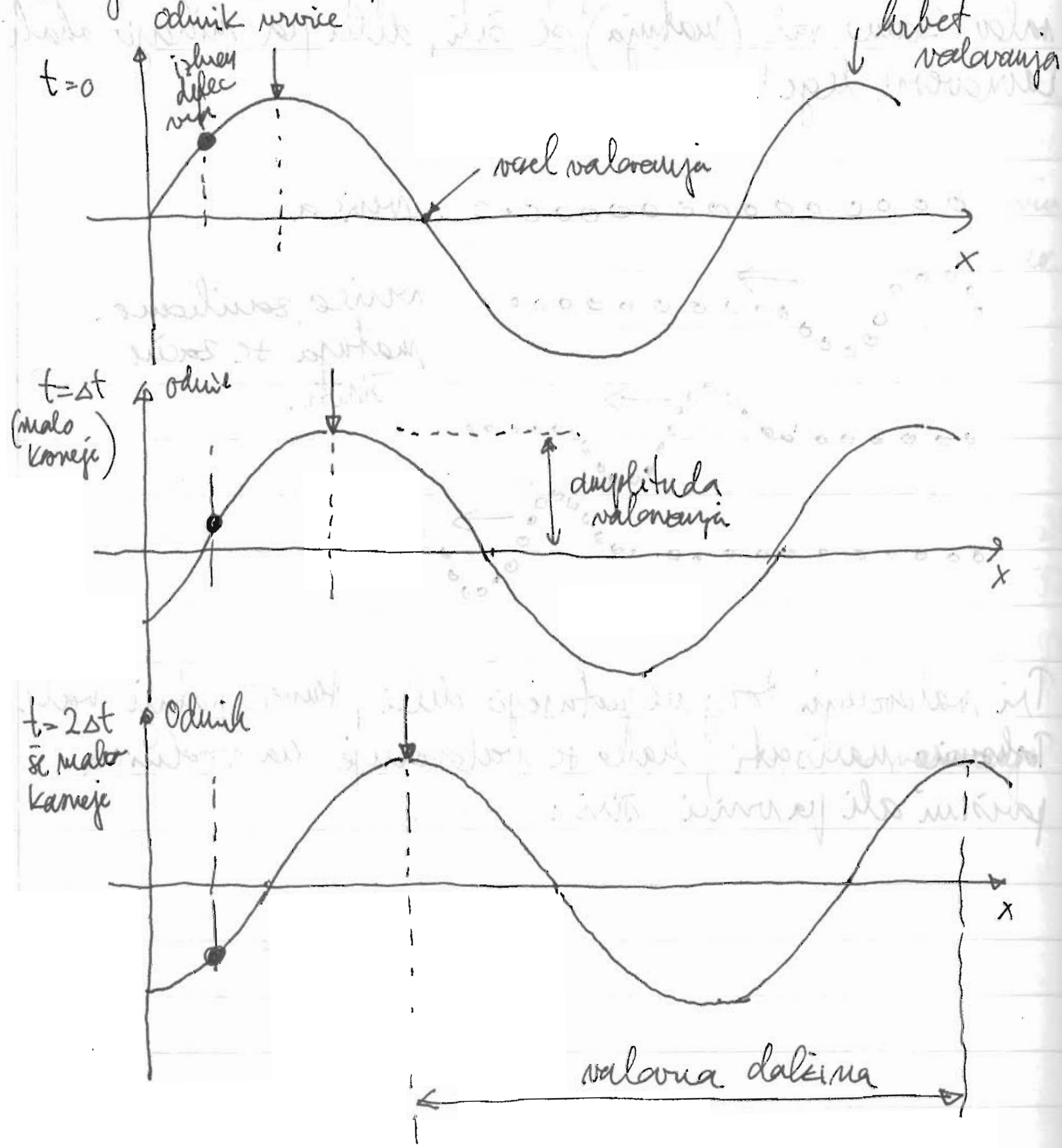
Elastično vrvico vpnemo na enem koncu in jo na kratko zanihamo v navpični smeri. Na vrvici se pojavi val (motnja), ki potuje z enakomerno hitrostjo, se na koncu odbije in vrne nazaj.

Pomembno pri nihanju je sledeče: delci na vrvici nihajo samo okoli ravnovesne lege, ne potujejo v smeri širjenja valov. Samo val (motnja) se širi, delci pa nihajo okoli ravnovesne lege!

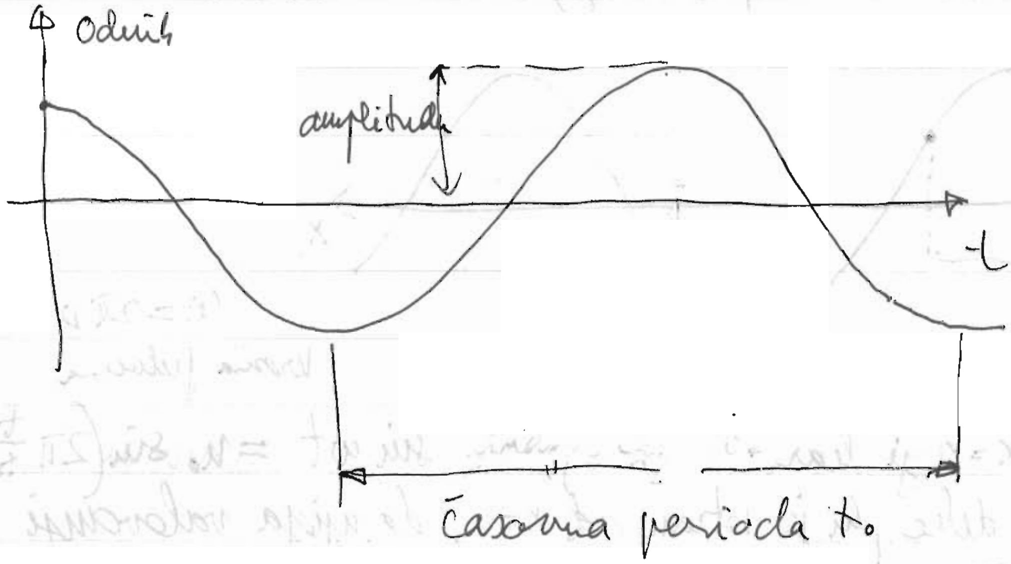


Pri valovanju torej ne potujejo delci, temveč potuje val! Poskusimo narisati, kako se valovanje na vodni površini ali pa vrvici širi:

Najprej narišimo krajevno odvisnost, to je sliko valovanja, kot jo vidimo ob različnih časih:



Čeprav se zdi da delci potujejo, v resnici le-ti nihajo v smeri gor-dol. Narišimo, kako je odvisna lega izbranega delca vrvi od časa:



a) Frekvenca valovanja: to je število nihajev na časovno enoto. V našem primeru je to en nihaj v časovni periodi t_0; $\nu = \frac{1}{t_0}$ ← število nihajev, ← čas za 1 nihaj

b) Amplituda valovanja: pove maksimalne odmike delcev v smeri glede na ~~rav~~ ravnovesno lego

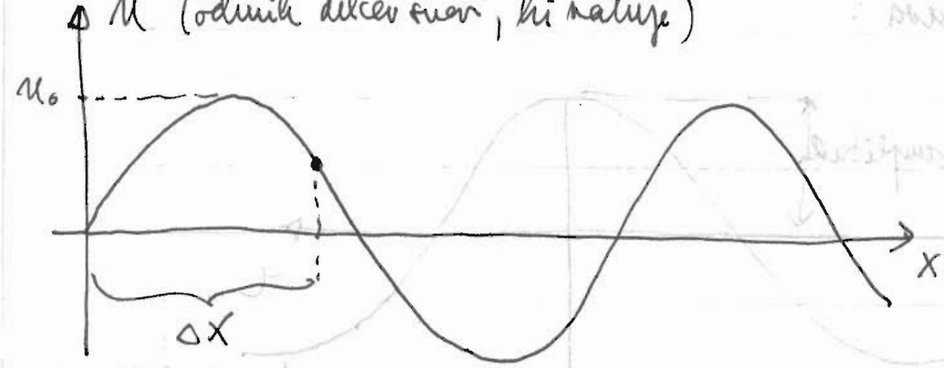
c) Valovna dolžina λ: to je razdalja med dvema hrbtoma valovanja

d) Hitrost razširjanja valovanja c: pove s kakšno hitrostjo se val premika. Vemo, da v času t_0 prepotuje valovno dolžino λ:

$c = \frac{\lambda}{t_0} = \nu \cdot \lambda$

$\boxed{c = \nu \cdot \lambda}$ To je znana zveza med hitrostjo, val. dolžino in frekvenco valovanja. Zelo pomembno!

Poskusimo matematično zapisati valovanje, ki se širi v smeri x s hitrostjo c:



$\omega = 2\pi\nu$
krožna frekvenca

Odmik pri $x=0$ je kar $u(x=0) = u_0 \cdot \sin \omega t = u_0 \sin\left(2\pi \frac{t}{t_0}\right)$
Če gledam delec, ki je stran od $x=0$, do njega valovanje potrebuje čas:

$$c = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{c}$$

Zaradi tega je tam valovanje zakasnjeno, torej lahko zapišemo:

$$u(x,t) = u_0 \sin(\omega t - \omega \cdot \Delta t) = u_0 \sin\left(\omega t - \omega \cdot \frac{\Delta x}{c}\right) =$$

$$= u_0 \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi\nu}{c} \cdot \Delta x\right) = u_0 \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x\right)$$

$$= u_0 \sin(\omega t - k\Delta x) \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$ valovni vektor valovanja

$$\boxed{u(x,t) = u_0 \cdot \sin(\omega t - k \cdot x)}$$ matematičen opis valovanja v eni razsežnosti.

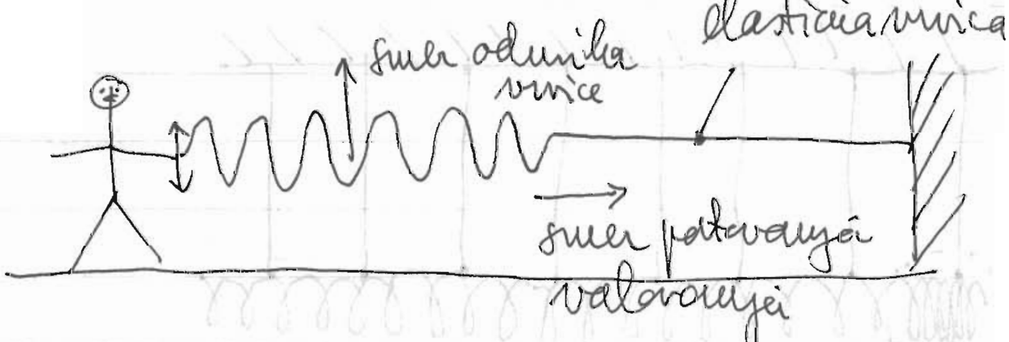
Pri valovanjih ločimo dva tipa valovanja:

a) transverzalno valovanje: odmik delcev je v smeri pravokotno na smer razširjanja valovanja

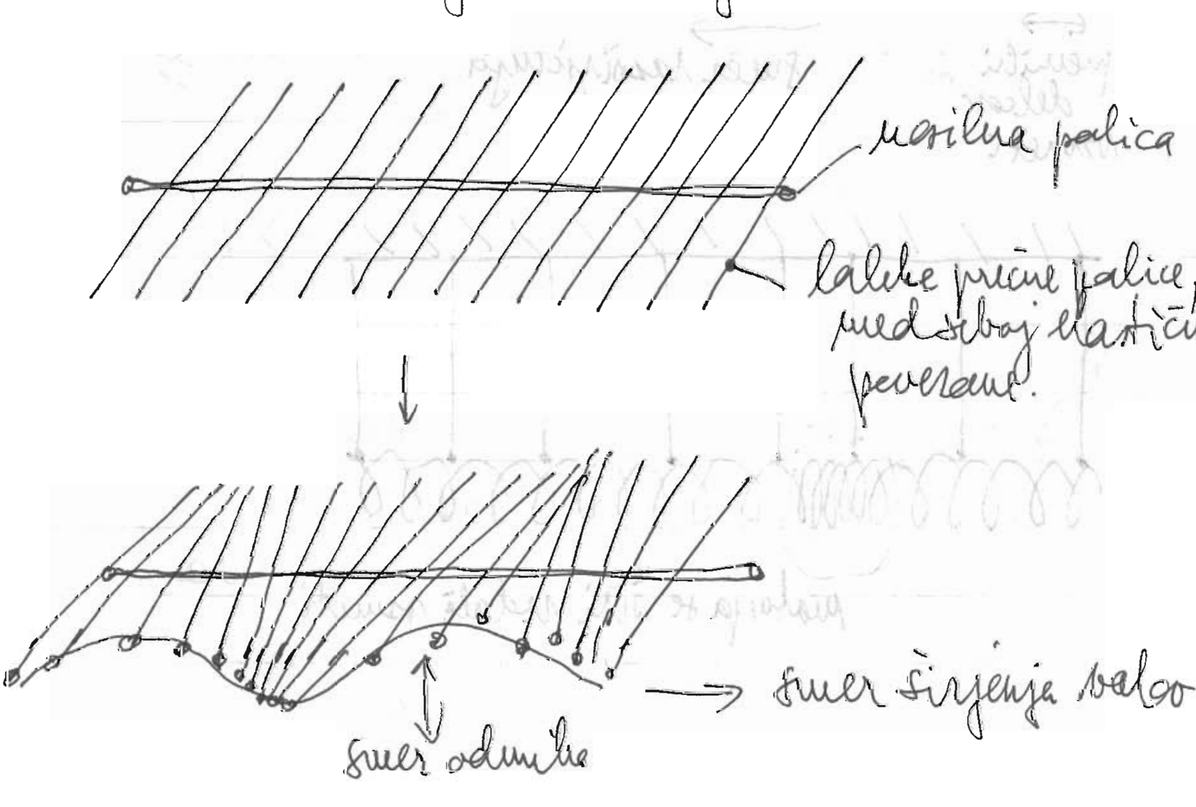
b) longitudinalno valovanje: odmik delcev je v smeri razširjanja valovanja.

Primeri:

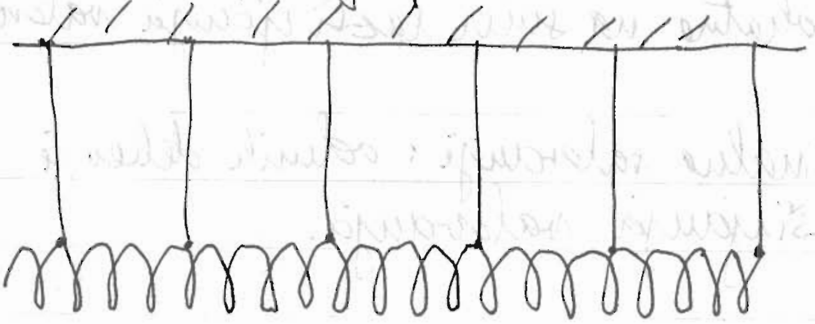
a) transverzalno valovanje: nihanje elastične vrvi



Model transverzalnega valovanja

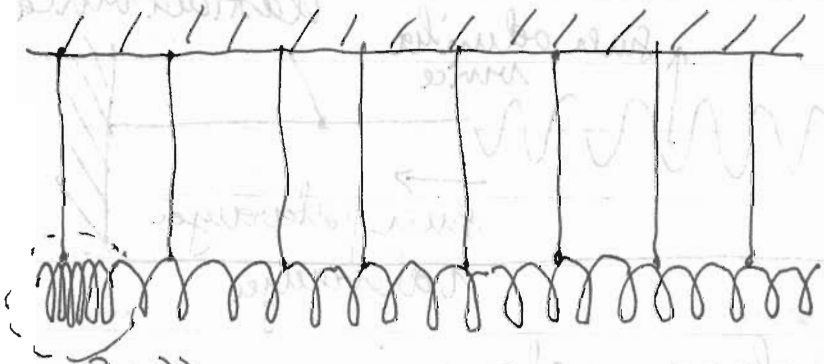


b) model longitudinalnega valovanja: vijačna vzmet obešena vodoravno. Vzmet sunemo → vidimo zgoščino, ki potuje po vzmeti in se na koncu odbije.



↓

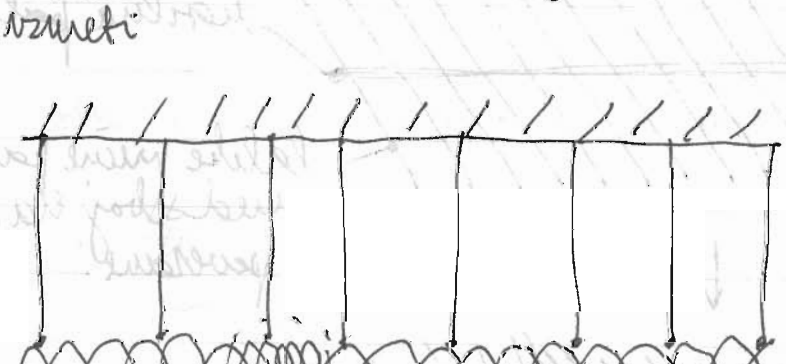
vzmet na kratko sunemo



zgoščina

↔ manjši delci vzmeti

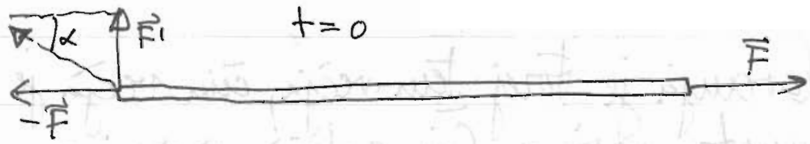
⟶ smer razširjanja

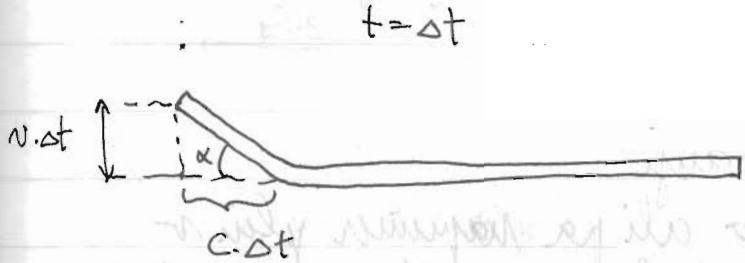


motnja se širi vzdolž vzmeti

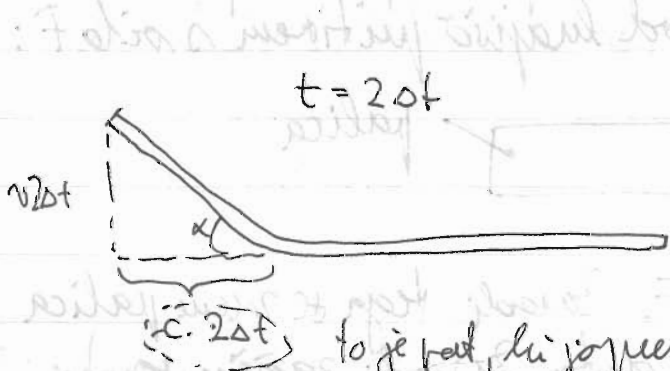
Hitrost razširjanja valovanja

a) Transverzalno valovanje: vzemimo vrvico, ki je napeta s silo $\vec{F}$. En konec vrvice začnemo popeševati s silo $\vec{F}'$ v prečni smeri. Gledamo, kako hitro se motnja širi po vrvici.





v... hitrost, s katero vlečemo vrvico v prečni smeri



to je pot, ki jo prepotuje motnja.

Velja: $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{F'}{F} = \dfrac{v\cdot\Delta t}{c\cdot\Delta t} = \dfrac{v}{c}$

Poleg tega velja zakon o ohranitvi gibalne količine. Ta pravi, da je sunek sile enak spremembi gib. količine

masa vrvice, ki se giblje

$$F'\cdot\Delta t = \Delta m\cdot v = \qquad \Delta m = c\cdot\Delta t\cdot S\cdot\rho$$

$$= v\cdot c\cdot\rho\cdot S\cdot\Delta t \Rightarrow F' = v\cdot c\cdot\rho\cdot S$$

Dobim enačbo:

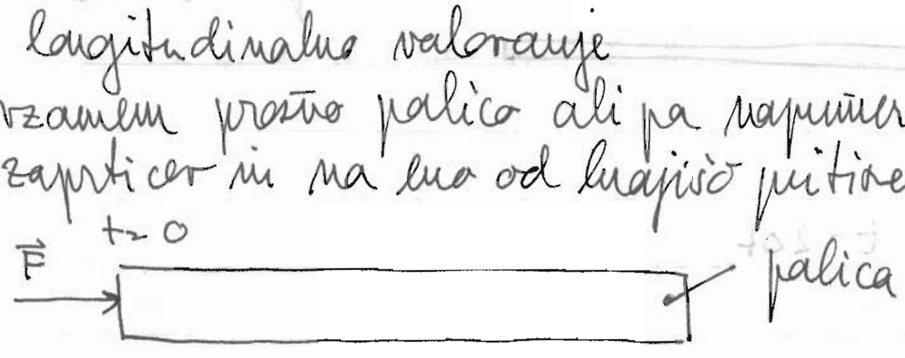
$$\frac{F'}{F} = \frac{v}{c} \qquad \frac{\cancel{v}\cdot c\cdot \rho\cdot S}{F} = \frac{\cancel{v}}{c}$$

$$c^2 = \frac{F}{\rho\cdot S} \Rightarrow \boxed{c = \sqrt{\frac{F}{\rho\cdot S}}}$$

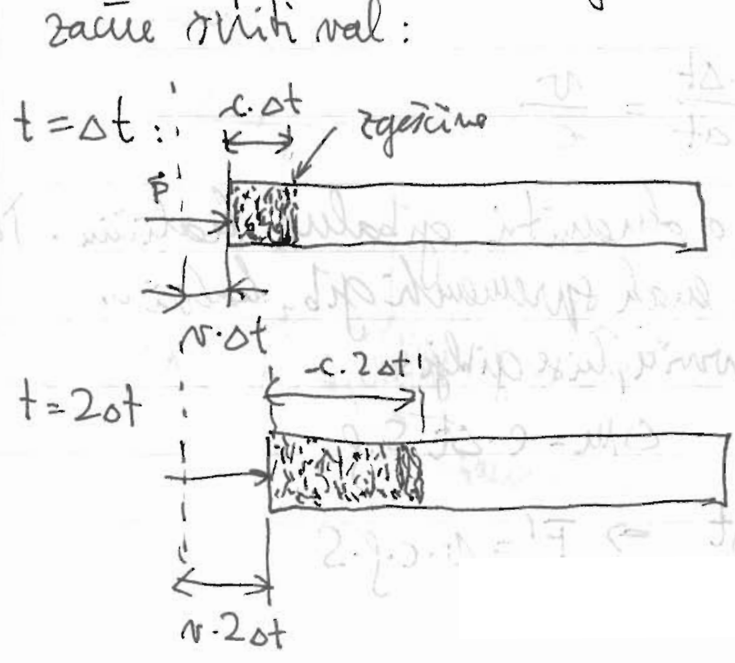
Hitrost širjenja valovanja je torej tem večja, čim večja je sila, s katero je napeta vrvica. Čim gostejša je vrvica, tem nižja je hitrost.

b) longitudinalno valovanje

vzamem prosto palico ali pa napumen plin v zaprtico in na eno od krajišč pritisnem s silo F:



Na palico delujem s silo F. Zaradi tega se začne palica krčiti in postane lokalno gosta. Zaradi zgoščin se začne širiti val:



Palica se je deformirala za $\Delta x = v \cdot \Delta t$ pri dolžini $c \cdot \Delta t$
Velja Hookov zakon za elastične snovi:

$$\Delta x = \frac{F}{S} \cdot \frac{l}{E}$$

E ... elast. modul
l .... dolžina palice
Δx ... skrček (deformacija)

$$v \cdot \Delta t = \frac{F}{S} \cdot \frac{c \cdot \Delta t}{E}$$

$$\boxed{\frac{F}{E \cdot S} = \frac{v}{c}}$$

Velja še zakon o ohranitvi gibalne količine: sunek sile je enak spremembi gibalne količine. Giblje se s hitrostjo v del palice dolžine $c \cdot \Delta t$

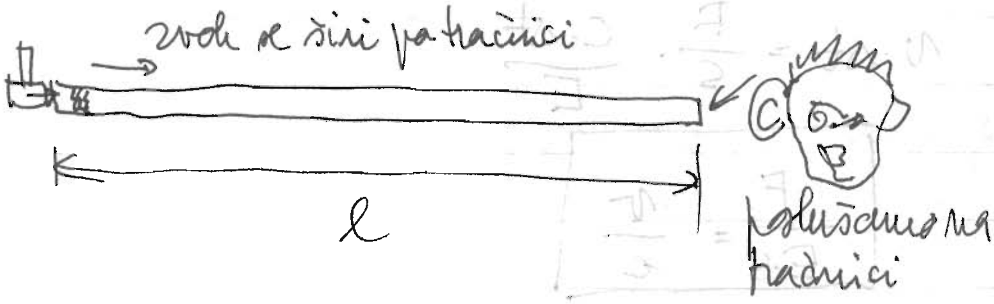
$$F \cdot \Delta t = \Delta m \cdot v = v \cdot S \cdot c \Delta t \rho$$

$$F = v \cdot c \cdot S \cdot \rho$$

To vstavim v zgornjo enačbo in dobim.

$$\frac{F}{ES} = \frac{\cancel{v} \cdot c \cdot \cancel{S} \cdot \rho}{E \cdot \cancel{S}} = \frac{\cancel{v}}{c} \Rightarrow c^2 = \frac{E}{\rho} \Rightarrow \boxed{c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}}$$

Primer: po železniškem tiru udarimo v smeri tračnice s kladivom. Po kolikšnem času zaslišimo na tračnici udarec v oddaljenosti 1 km. Tračnice so iz jekla z elast. modulom $2\cdot10^{11}\,N/m^2$ in gostoto $7{,}9\cdot10^3\,kg/m^3$



$l = 1000\,m$
$E = 2\cdot10^{11}\,N/m^2$
$\rho = 7{,}9\cdot10^3\,kg/m^3$
$\Delta t = ?$

$$l = c\cdot\Delta t \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{l}{c} = l\cdot\sqrt{\frac{\rho}{E}} =$$

$$= 10^3\,m\cdot\sqrt{\frac{7{,}9\cdot10^3\,kg/m^3}{2\cdot10^{11}\,N/m^2}} = 10^3\,\cancel{m}\cdot\sqrt{\frac{7{,}9}{2}\cdot10^{-8}\,\frac{\cancel{kg}\,s^2}{\cancel{m}\cdot \cancel{kg}\,m}} =$$

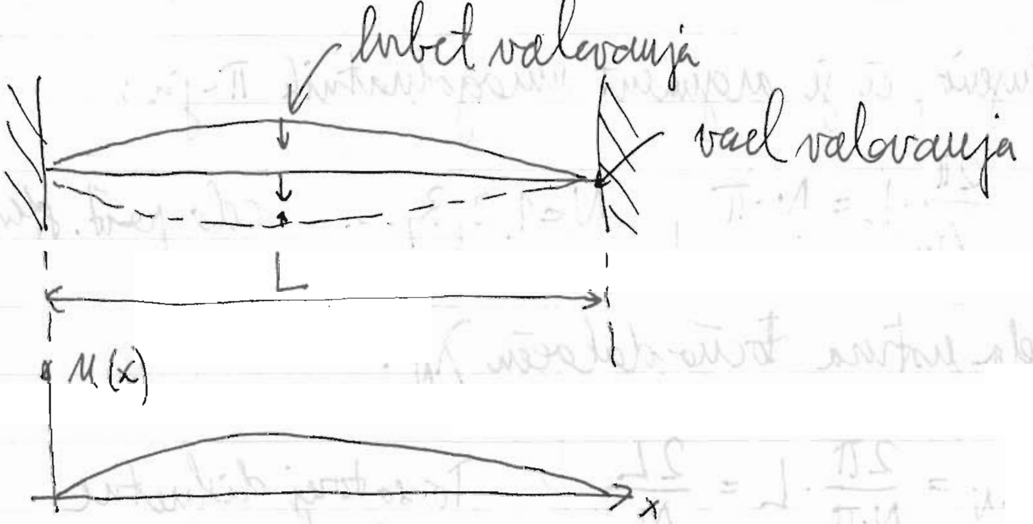
$$= 0{,}1\cdot\sqrt{\frac{7{,}9}{2}}\,s = 0{,}19\,s$$

Udarec zaslišimo po 0,19 s. Zvok po zraku rabi za isto razdaljo približno 3 s (330 m/s je hitrost zvoka v zraku pri normalnem tlaku).

Kako se zvok širi po trdni snovi: atomi se premaknejo iz mirovne lege in naredijo zgoščine in razredčine v kristalih.

Stoječe valovanje in lastna nihanja strun

Stoječe valovanje je prav poseben primer valovanja. Kot že samo ime pove, pri takem valovanju val ne potuje, temveč niha na določenem mestu. Kot če naj ne potuje, potem mora biti nekako ujet. To dosežemo naprimer tako, da struno vpnemo v dveh točkah:



Odmik pri takem nihanju lahko zapišemo kot:

$$u(x,t) = u_0 \sin\omega t \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

To je sedaj bistvena razlika od potujočega valovanja, kjer sta bila čas t in koordinata x povezana. Tukaj pa nastopata vsak v svojem faktorju. Vendar pa morajo za valovno dolžino veljati določene omejitve in sicer sta to dve: odmik strune pri $x=0$ in $x=L$ mora biti vedno 0 !!

$x=0$: $u(x=0) = u_0 \cdot \sin\omega t \cdot \sin 0 = 0$
to je izpolnjeno za $\forall t$, ker je $\sin 0 = 0$!

$x=L$: $u(x=L) = u_0 \cdot \sin\omega t \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} \cdot L = 0$
Ker mora to veljati za $\forall t$, mora biti

$$\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot L\right) = 0$$

To je izpolnjeno, če je argument mnogokratnik π-ja:

$$\frac{2\pi}{\lambda_N}\cdot L = N\cdot\pi \quad , \quad N = 1, 2, 3, \ldots \quad \text{celo pozit. število}$$

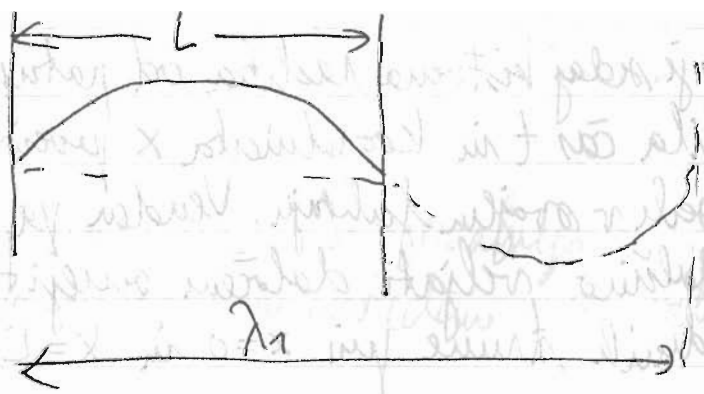
Tam seveda ustreza točno določen λ_N:

$$\lambda_N = \frac{2\pi}{N\cdot\pi}\cdot L = \frac{2L}{N}$$

To so torej diskretne vrednosti valovne dolžine, ki je določena z dolžino strune.

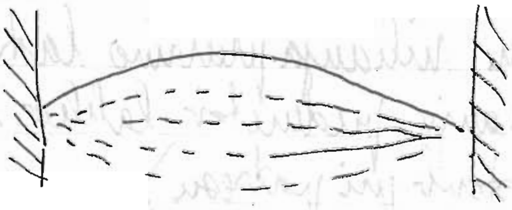
Poglejmo, kakšne so valovne dolžine:

$N = 1$: $\lambda_1 = 2L$



Temu pravimo osnovno nihanje strune oziroma osnovni harmonik

Osnovni harmonik $N=1$:

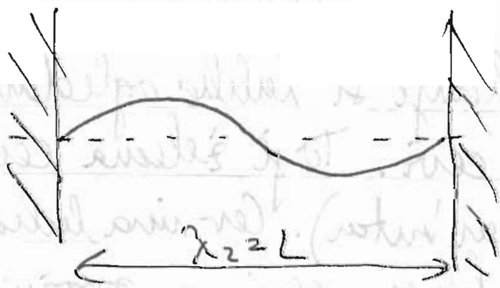


~~N=2~~ Poskusimo izračunati še ustrezno frekvenco. Sedaj velja zveza med valovno dolžino in frekvenco

$$\forall N: \quad c = \nu_N \cdot \lambda_N$$

$$c = \nu_1 \cdot \lambda_1 \Rightarrow \nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{2L}$$

$N=2$ $\quad \lambda_2 = \frac{2L}{2} = L$



$$c = \nu_2 \cdot \lambda_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{c}{L} \qquad \nu_2 = 2 \cdot \nu_1$$ 2x višja frekvenca

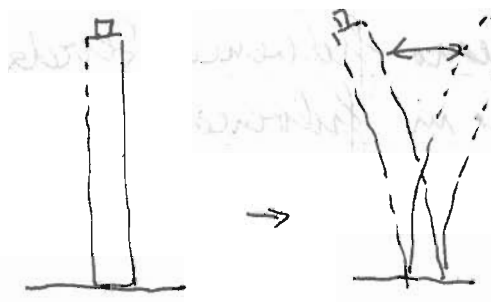
Torej je to nihanje z 2x višjo frekvenco. Struna daje ta drugi harmonik.

$N=3$: $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$, $\quad \nu_3 = \frac{c}{\lambda_3} = \frac{3c}{2L} = 3 \cdot \nu_1$ 3x višja frekvenca od osnovne

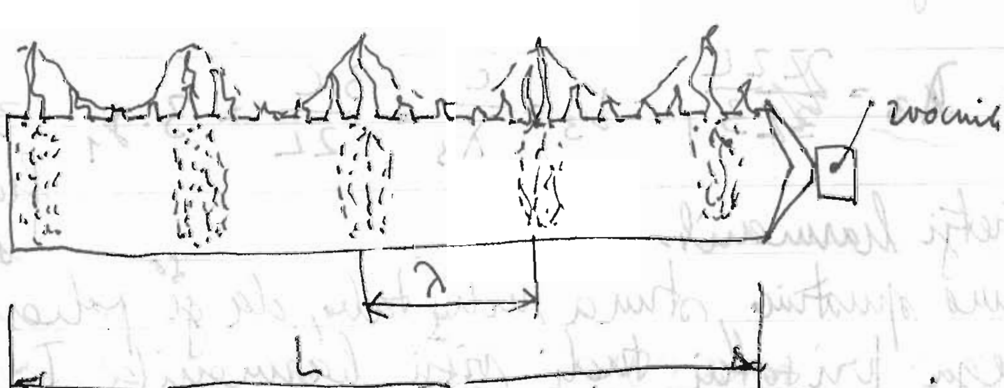
To je tretji harmonik.

Ko struno spustimo, struna niha tako, da so poleg osnovnega prisotni tudi višji harmoniki. To daje instrumentu barvo zvoka.

Tem načinom nihanja pravimo lastna nihanja strune. Lastna nihanja predmetov lahko vidimo v naravi (nihanje stavb pri potresu)



Stoječe nihanje si lahko ogledamo na primeru Kundtove cevi. To je železna cev, v katero spustimo plin (propan butan). Cev ima luknjice, skozi katere uhaja plin. Na koncu cevi je zvočnik, ki v cevi vzbuja stoječe valovanje plina. To valovanje se vidi po plamenu, ki izhaja iz luknjic. Tam kjer so hrbti valovanja je plamen največji, drugod pa je majhen.

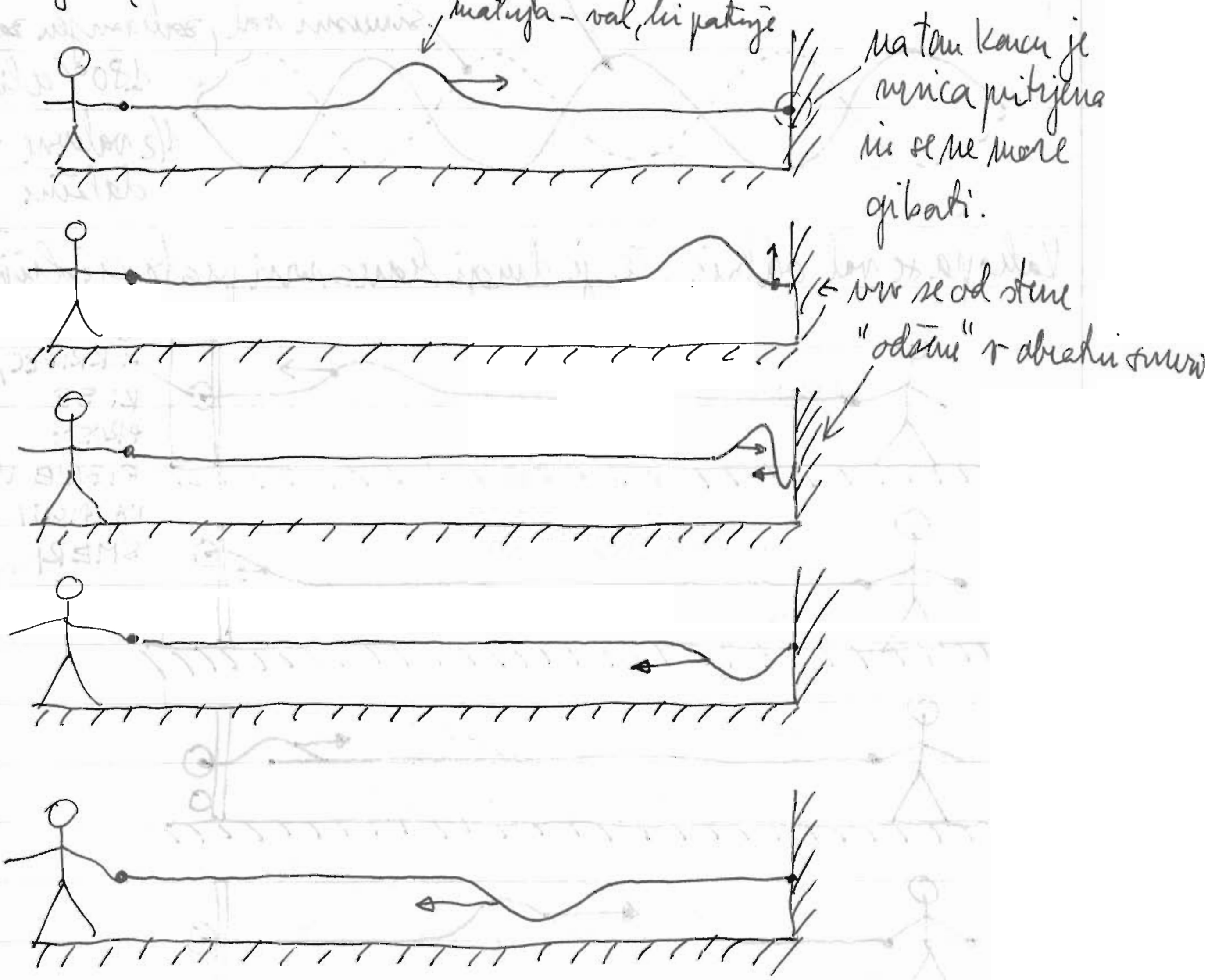


Ko je $2L$ mnogokratnik λ, dobimo stoječe valovanje

Odboj, lom in interferenca valovanja

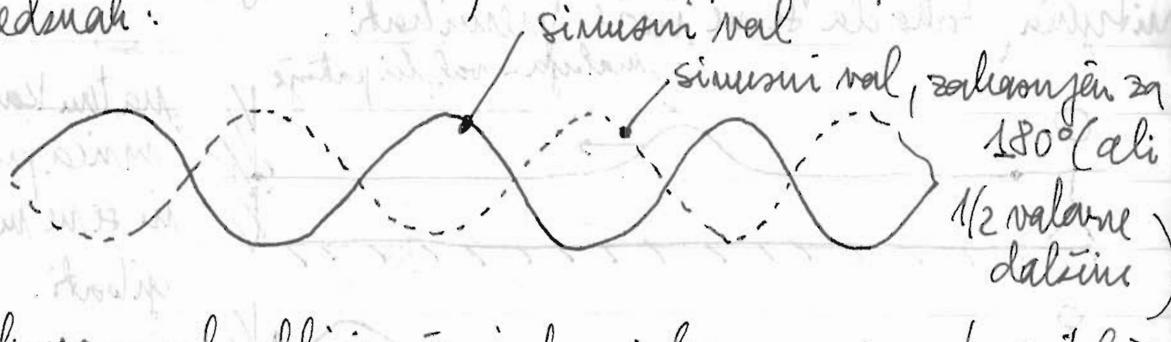
Odboj valovanja na vrvici in vodni gladini

Vzemimo najprej elastično vrvico in pošljimo po vrvici kratko motnjo, ki jo naredimo tako, da po vrvici udarimo zelo na kratko. V prvem primeru je vrvica na drugem koncu pritrjena, tako da se ne more premikati.

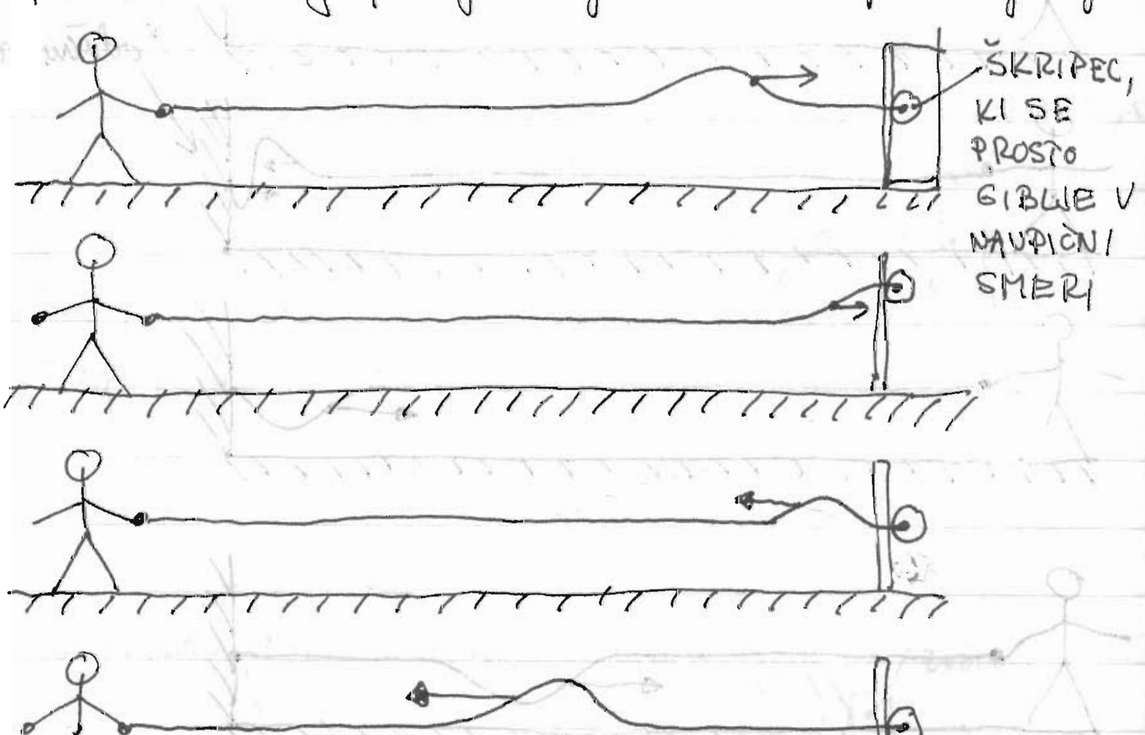


Ugotovimo, da se val vrača z obratnim predznakom, kot je do konca vrvice potoval!

Ugotovimo: potujoči val "trči" ob steno in se od nje odbije tako, da spremeni predznak. Prej je bil val nad vrvico, po odboju pa se giblje tako, da je pod vrvico. Pravimo, da se je val odbil z nasprotno fazo ali da je spremenil fazo za 180° pri odboju. To si lahko najlažje prikažemo na sinusnem valovanju. Če ga zakasnimo (zamaknemo) za 180°, potem spremeni predznak:

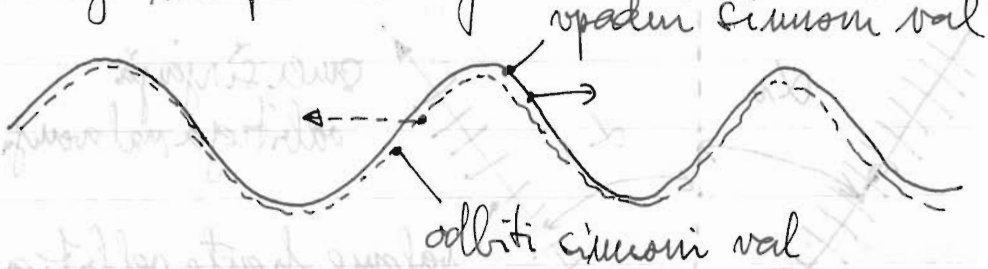


Kako pa se val odbije, če je drugi konec vrvi prosto gibljiv?



Ugotovimo, da se val odbije tako, da je odmik v isti smeri.

Pravimo, da se val odbije z isto fazo, ni faznega zamika pri odboju na prostem krajišču

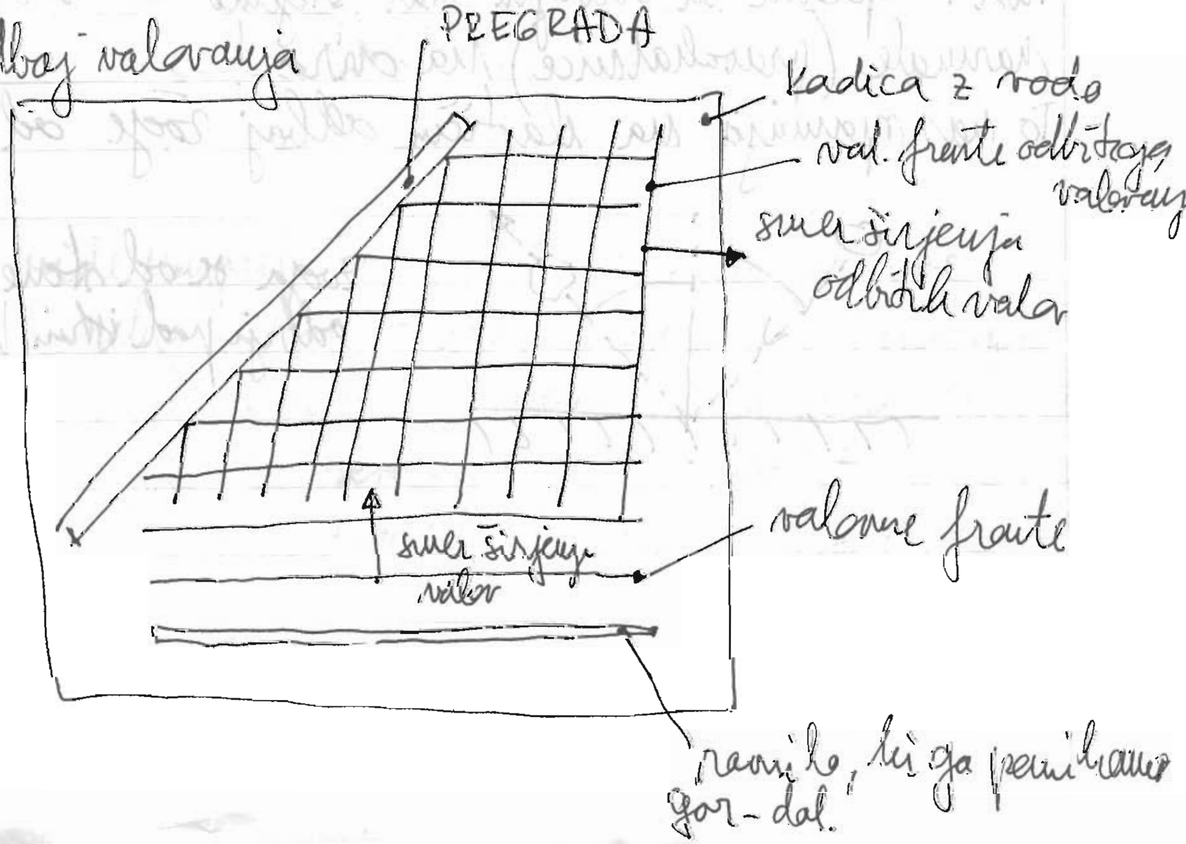


Iz teh dveh poskusov sledi posplošitev:

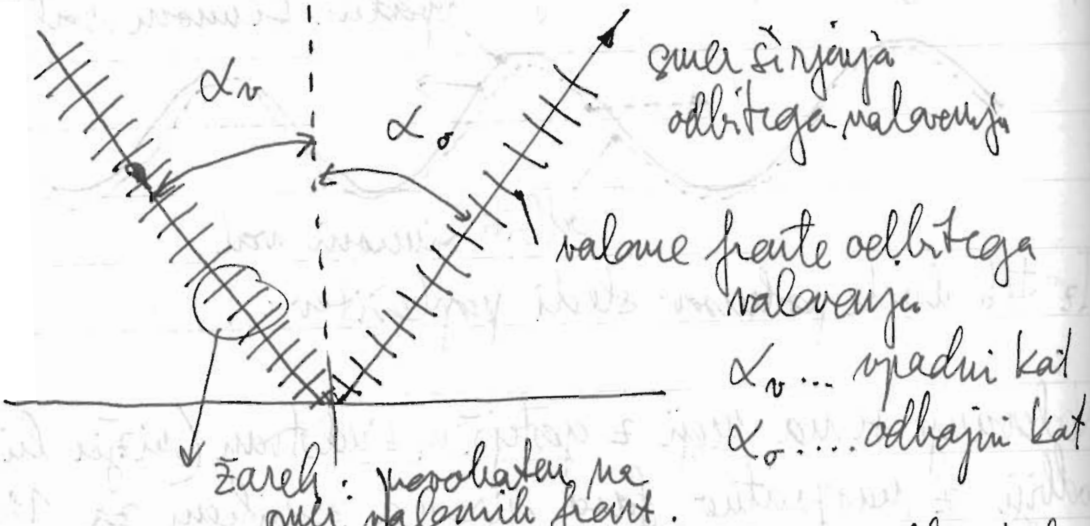
Valovanje se na meji z gostejšim sredstvom (nižja hitrost širjenja) odbije z nasprotno fazo oziroma zamikom za 180° ali polovico valovne dolžine. Valovanje se na meji z redkejšim sredstvom (višja hitrost razširjanja) odbije z isto fazo oziroma brez faznega zamika.

Poglejmo si sedaj poskus, pri katerem opazujemo odboj valov, ki potujejo po vodni gladini.

Poskus: odboj valovanja



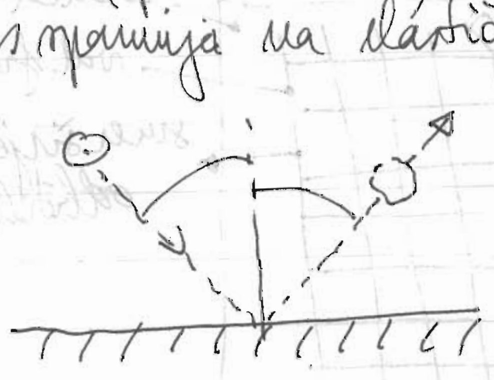
Ugotovimo: odbiti val se širi pod istim kotom, kot je vpadni kot na oviro



Ugotovimo: ravno valovanje se na ravni meji odbije tako, da je vpadni kot enak odbojnemu. Vpadni in odbiti žarek ležita v isti ravnini.

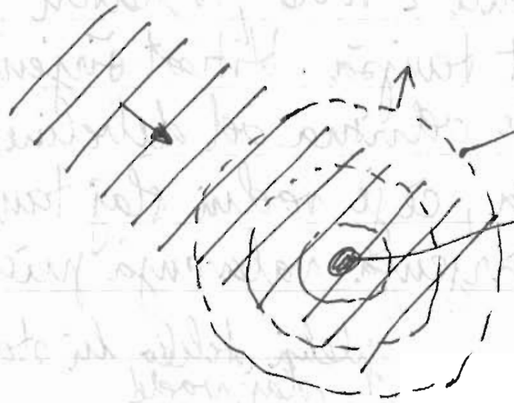
$$\boxed{\alpha_v = \alpha_o}$$

Pazi: vpadni in odbojni kot štejemo vedno od normale (pravokotnice) na oviro!
To nas spominja na elastični odboj žoge od tal:

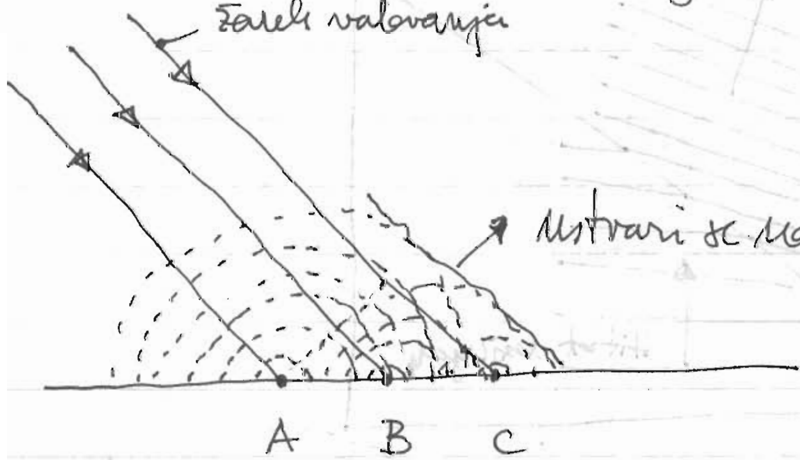


žoga se od stene ali tal odbije pod istim kotom.

Pojav odboja si lahko razložimo s Huygensovim principom: vsaka točka valovanja je izvir krožnega valovanja. To lahko vidimo na posnetku:



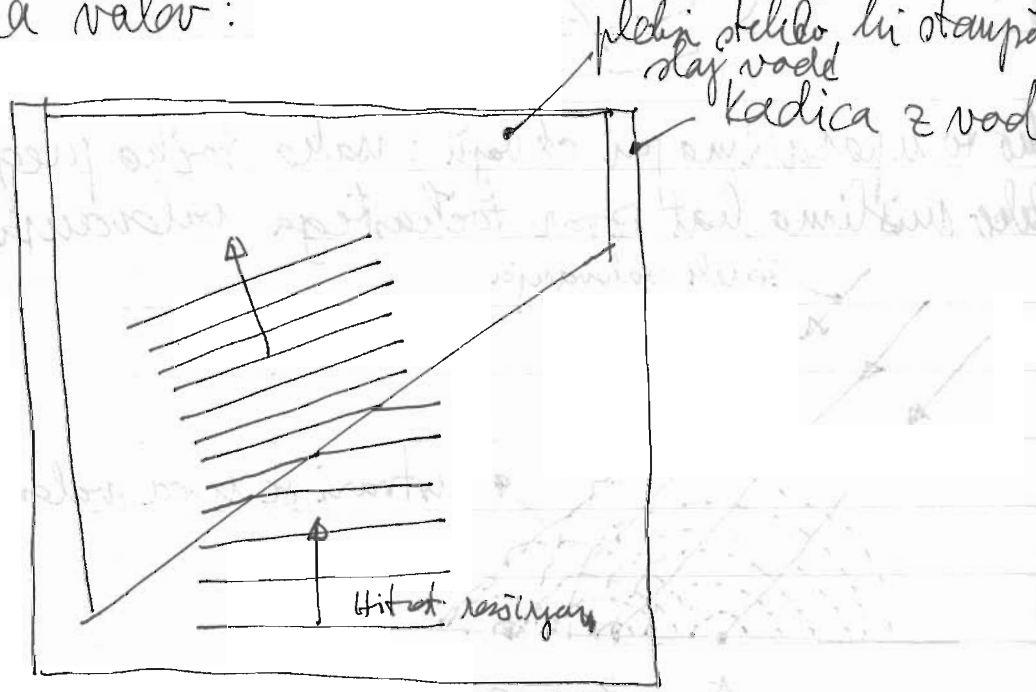
Kako to uporabimo pri odboju: vsako točko pregrade si lahko mislimo kot izvor točkastega valovanja:



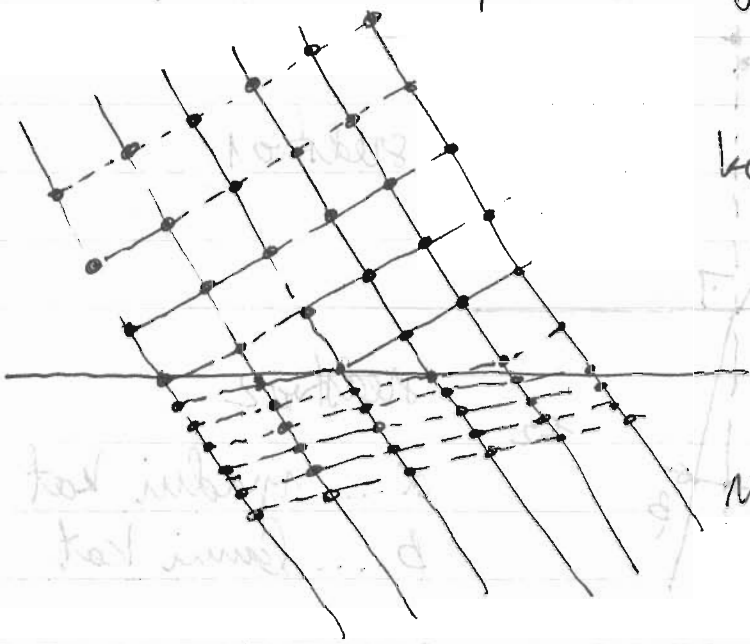
Valovanje pride najprej do točke A, ki začne od sebe pošiljati krogelne valove. Malo kasneje pride valovanje do točke B in še kasneje do točke C. Krogelna valovanja iz točk A, B in C se seštejejo v novo, odbito valovno fronto, ki se širi pod enakim kotom, kot je vpadni.

Lom valovanja na meji med dvema sredstvoma

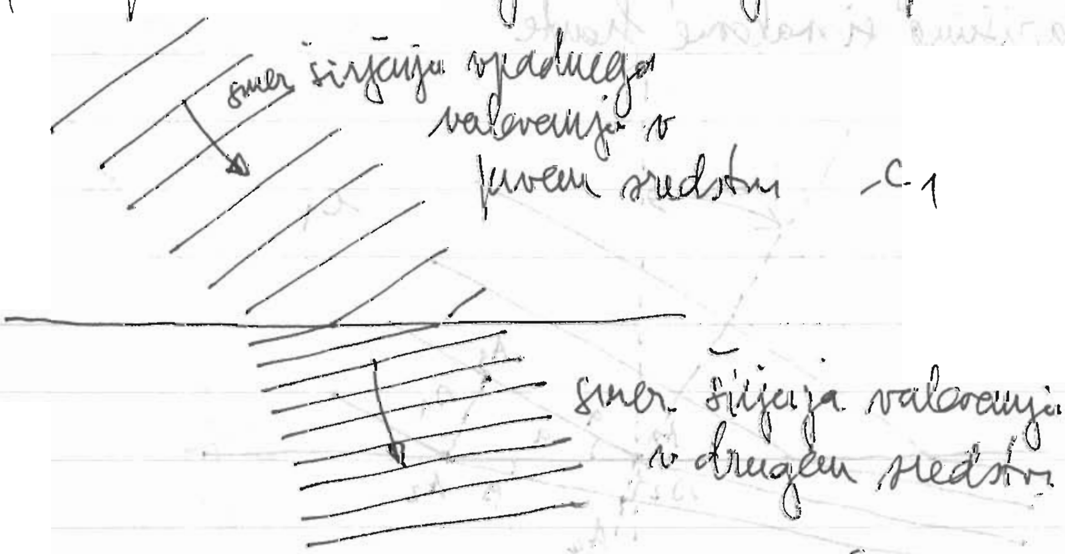
Kot primer loma valovanja med dvema sredstvoma si poglejmo eksperiment v kadici z vodo, v kateri je na enem delu vodna plast tanjša. Hitrost širjenja valov na vodni gladini je odvisna od debeline plasti vode in je počasnejša, če je vodni sloj tanjši. Zaradi različnih hitrosti širjenja valovanja pride do loma valov:



Ugotovimo: v predelu kadice s tanjšo plastjo vode so valovne fronte strnjene pod drugim kotom, kot valovanje, ki vpada na pošvno mejo. Kako si to razložimo. Poglejmo si nazoren primer: vzemimo ravno vrsto vojakov, ki s konstantno hitrostjo korakajo po betonski ploščadi. Vrsta se v tem primeru premika z enakomerno hitrostjo in je ravna. Vojaki pridejo do meje betona in močvirja. V močvirju si njih korak hitrost korakanja precej manjša, zato tam zaostajajo. Poglejmo, kaj se v takem primeru zgodi z črto vojakov:

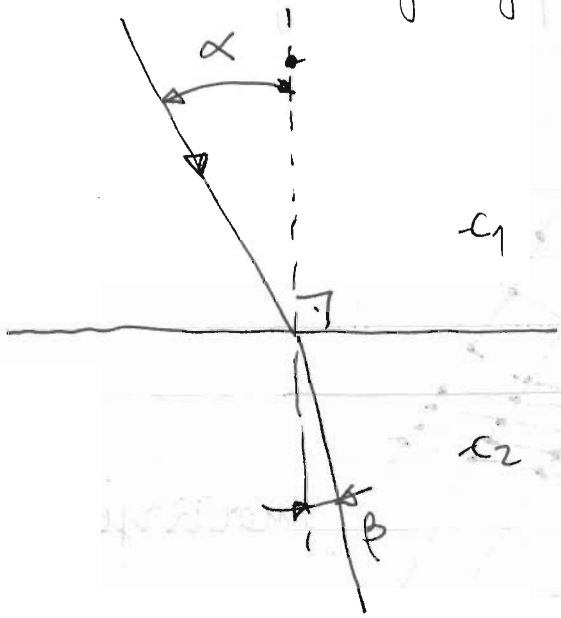


Vidimo, da postane v močvirju črta vojakov poševna:



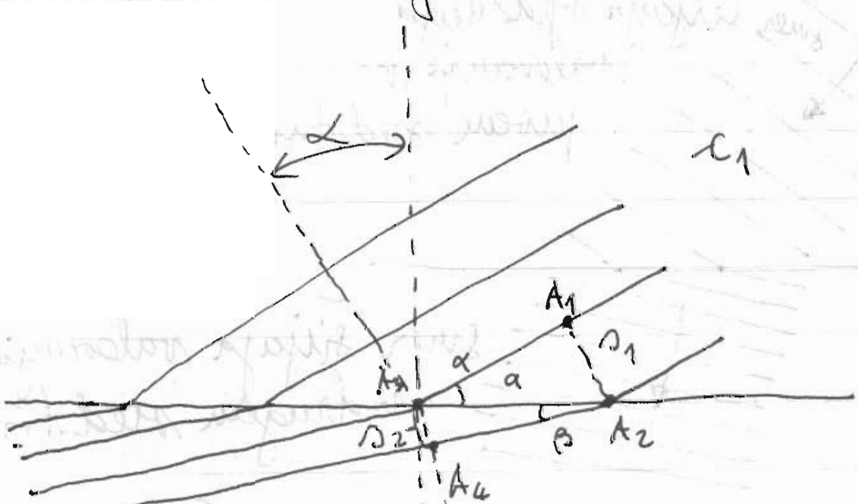
c_1, c_2 .... hitrosti širjenja valovanja v prvem in drugem sredstvu.

Izračunajmo kaj se zgodi s koti, t.j. vpadnim kotom in kotom lomljenega valovanja



α .... vpadni kot
β .... lomni kot

Ali obstaja kakšna povezava med tema dvema kotoma? Narišimo si valovne fronte



Valovno čelo najprej pride do točke A_3 in se v času Δt premakne do A_4. V istem času se čelo premakne iz točke A_1 v točko A_2.

Imamo: $\sin\alpha = \frac{s_1}{a} = \frac{c_1 \cdot \Delta t}{a}$

$\sin\beta = \frac{s_2}{a} = \frac{c_2 \cdot \Delta t}{a}$

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2}}$$

Lomni zakon

α .... vpadni kot v sredstvu 1

β .... lomni kot v sredstvu 2

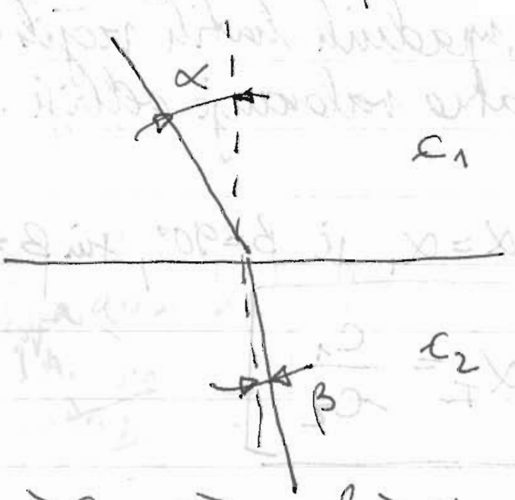
c_1 .... hitrost valov. v sr. 1

c_2 .... hitrost valov. v sr. 2.

Vidimo, da je $\alpha \neq \beta$, če se hitrosti c_1 in c_2 razlikujeta. Ločimo dva primera:

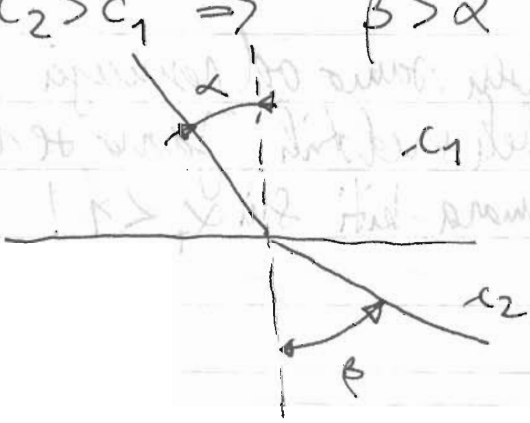
a) $c_2 < c_1 \Rightarrow \beta < \alpha$

Lom pri prehodu v gostejše sredstvo, kjer se žarek širi počasneje: žarek se lomi proti vpadnici

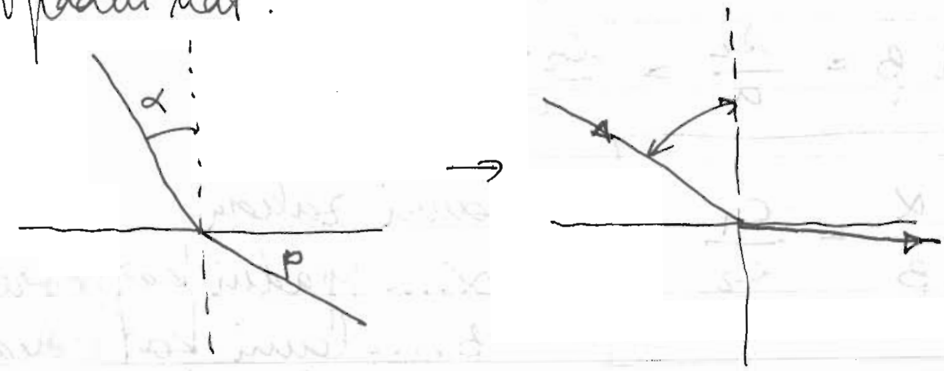


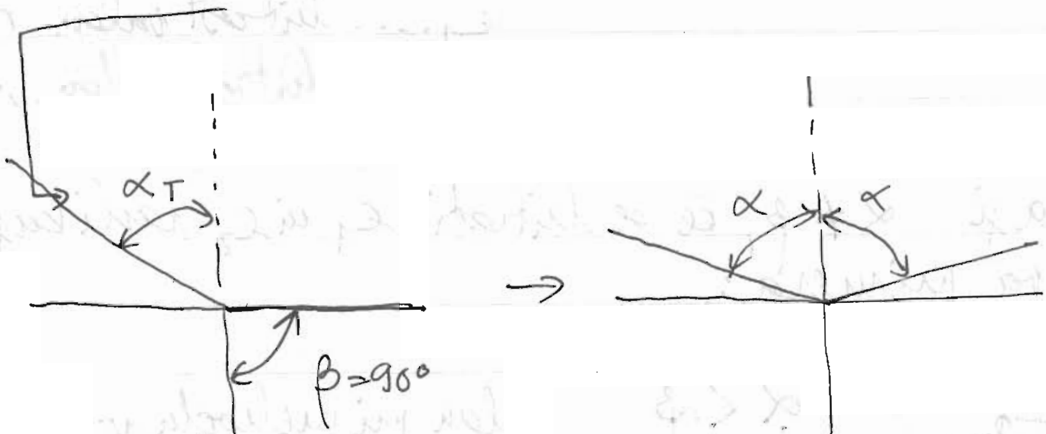
b) $c_2 > c_1 \Rightarrow \beta > \alpha$

Lom pri prehodu v ~~gost~~ redkejše sredstvo, kjer se žarek širi hitreje: žarek se lomi od vpadnice



V tem primeru pridemo do zanimivega pojava, če povečujemo vpadni kot:





Kot totalnega odboja: pri vpadnih kotih večjih od kota totalnega odboja se celotno valovanje odbije.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \text{pri } \alpha = \alpha_T \text{ je } \beta = 90°, \sin\beta = 1$$

$$\boxed{\sin\alpha_T = \frac{c_1}{c_2}}$$

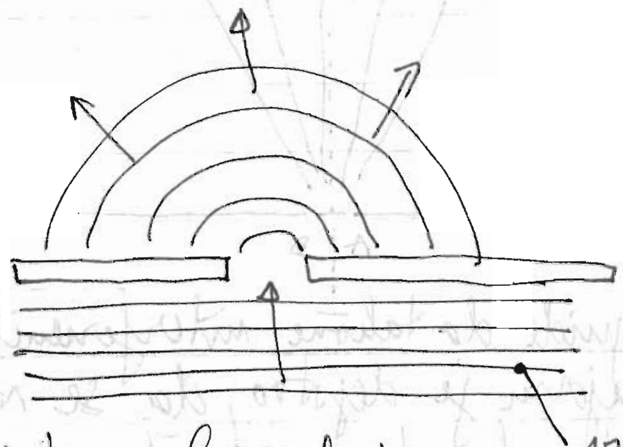
$\alpha \geq \alpha_{Tot}$
vsa svetloba se odbije

Kot totalnega odboja je odvisen samo od razmerja hitrosti širjenja valovanja v obeh sredstvih. Jasno se vidi, da mora biti $c_2 > c_1$, ker mora biti $\sin\alpha_T < 1$!

Interferenca valovanja

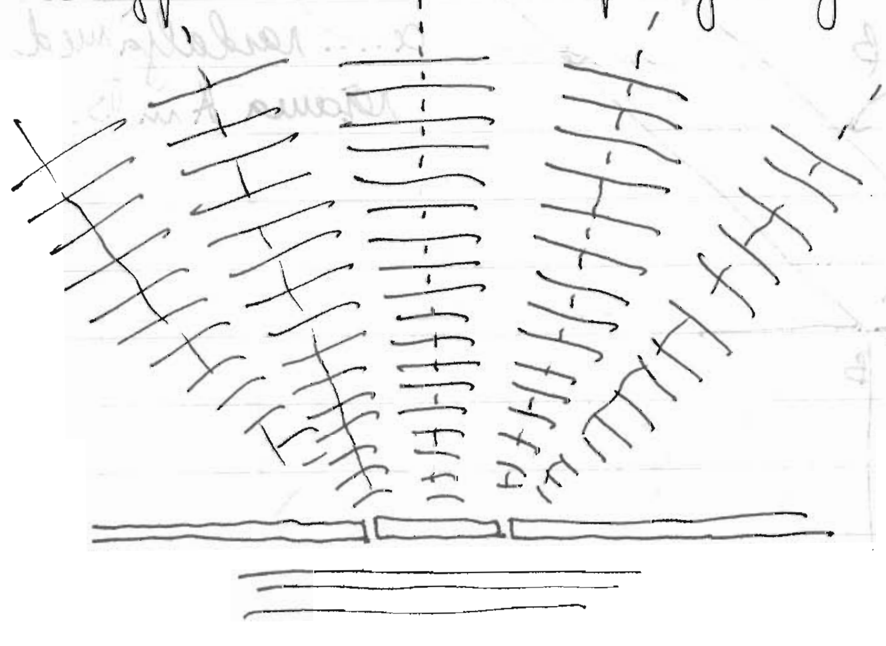
Interferenca valovanja je pojav, pri katerem se seštevajo valovanja iz več krajevno ločenih izvorov valovanj.
Kot primer interference valovanj si oglejmo interferenco valovanja na vodni površini, pri čemer valovanji izhajata iz dveh točkastih izvorov.

Poskus z 1 pregrado:



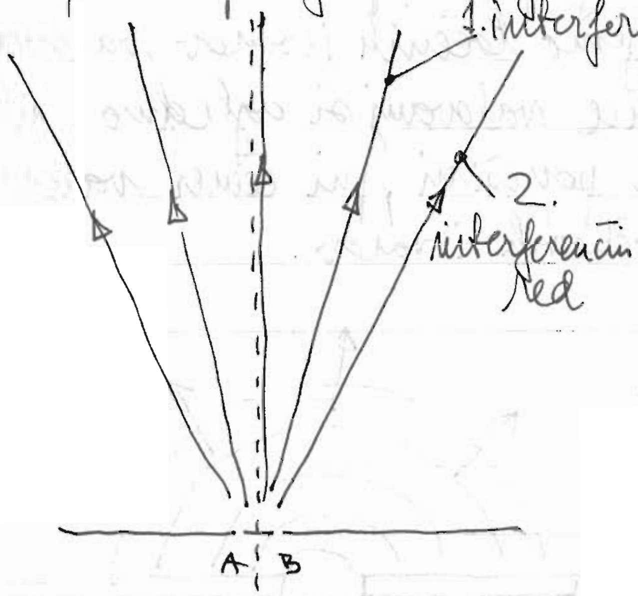
Za pregrado se pojavijo krogelni valovi, ki se širijo v smeri koncentričnih valov navzven. Tu sedaj vidimo Huygensov princip: vpadno valovanje je ravno

vsaka vrzel v pregradi je res izvor krožnega valovanja.
Sedaj pa dam dve reži eno poleg druge in dobim zanimivo sliko:



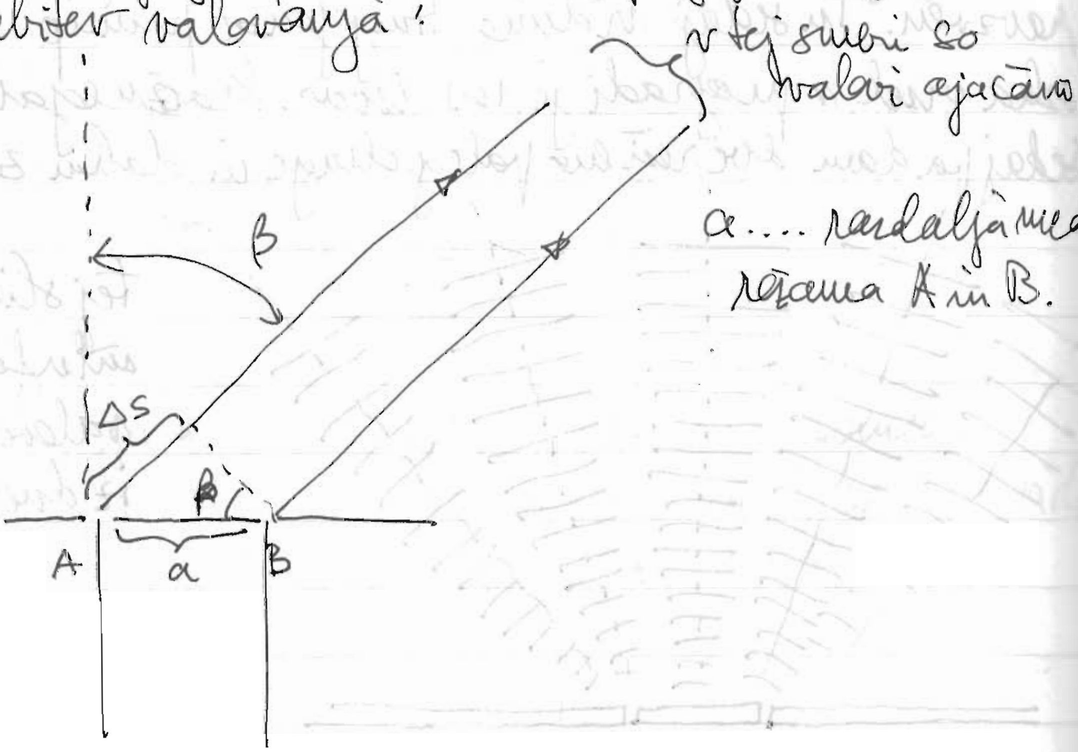
Tej sliki pravimo interferenčna slika valovanja, ki izvira iz dveh reži.

Na interferenčni sliki vidimo v veliki oddaljenosti naslednjo sliko: v določenih smereh je valovanje ojačano, vmes pa je oslabljeno:



Narišem smeri, v katerih se žarki ojačajo. Slika je simetrična.

Zakaj pride do takšne interferenčne slike? Osnovno pri tem pojavu je dejstvo, da se valovanji iz rež A in B seštevata torej se seštevajo odmiki delcev valovanj. Poglejmo, kako dobim pogoj za ojačitev ali oslabitev valovanja:



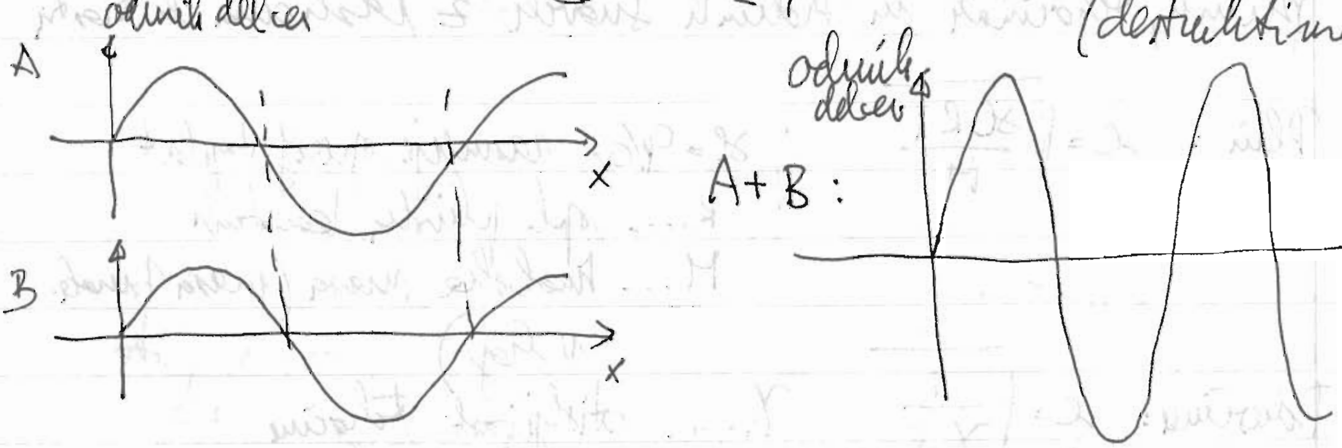
a .... razdalja med režama A in B.

Poglejmo, kolikšna je razlika poti valovanj, ki prihajata iz reže A in B. Valovanje iz točke A naredi za Δs daljšo pot, kot tisto iz točke B:

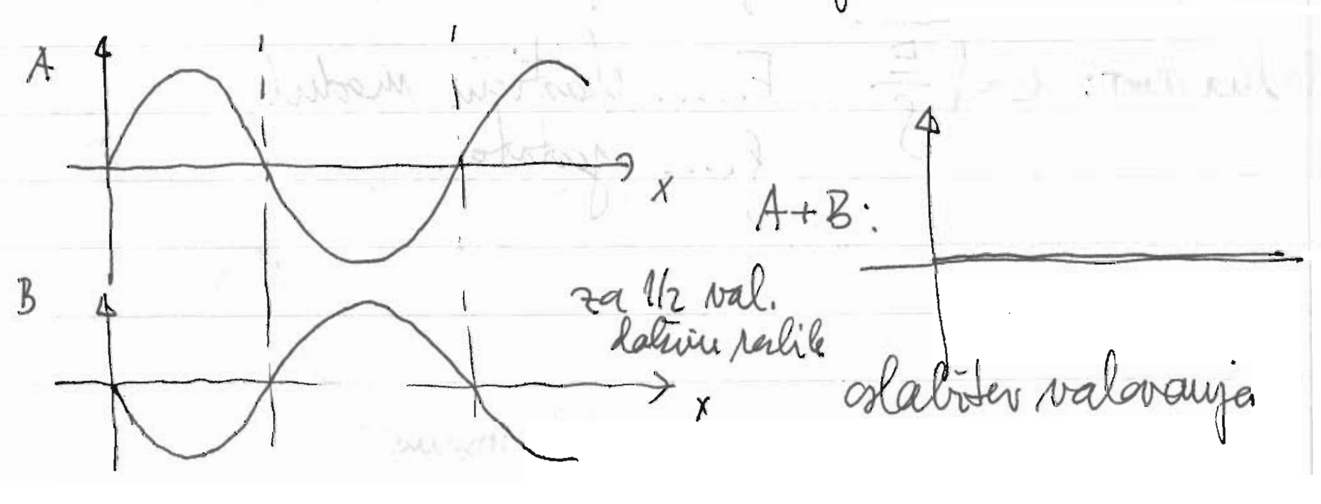
Razlika poti val. iz A in B: $\Delta s = a \cdot \sin \beta$

Če je ta razlika enaka mnogokratniku val. dolžine, se valovanje ojači, če pa je enaka lihemu mnogokratniku polovice val. dolžine, se valovanje oslabi:

$$\Delta s = a \cdot \sin \beta = \begin{cases} N \cdot \lambda, & N = 1, 2, 3, \ldots \text{ ojačitev valovanja (konstrukt. interf.)} \\ (2N+1)\frac{\lambda}{2}, & N = 0, 1, 2, 3 \ldots \text{ oslabitev valovanja (destruktivna interf.)} \end{cases}$$



ojačitev valovanja



oslabitev valovanja

Zvok in Dopplerjev pojav

Zvok ali zvočno valovanje imenujemo longitudinalno valovanje, katerega frekvenca je v območju slišnih frekvenc. Običajno so slišne frekvence v področju med 20Hz in 20kHz.

Primer zvoka: 20Hz, 200Hz, 2kHz, 20kHz. Iz generatorja preko zvočnika

Če ima zvok frekvenco višjo od 20kHz, govorimo o ultrazvoku. Ultrazvok ima frekvence med 20kHz in 100MHz.
Zvok se širi po snovi, saj je snovno valovanje. Širi se po plinih, tekočinah in trdnih snoveh z različnimi hitrostmi.

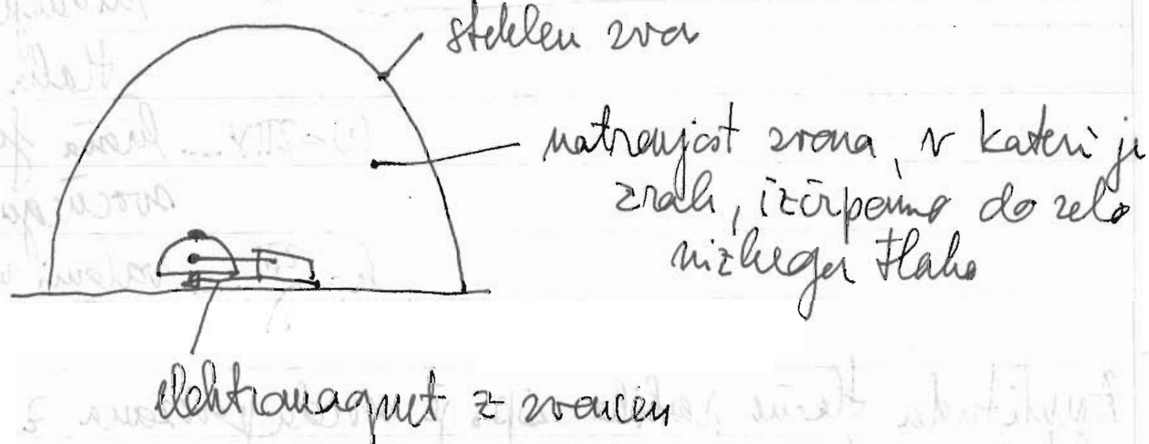
Plin: $c = \sqrt{\frac{\varkappa \cdot R T}{M}}$; $\varkappa = c_p / c_v$ razmerje specif. toplot
R .... spl. plinska konstanta
M ... molska masa (masa 1 mola v kg)

Tekočina: $c = \sqrt{\frac{1}{\chi \cdot \rho}}$ χ .... stisljivost tekočine
ρ .... gostota

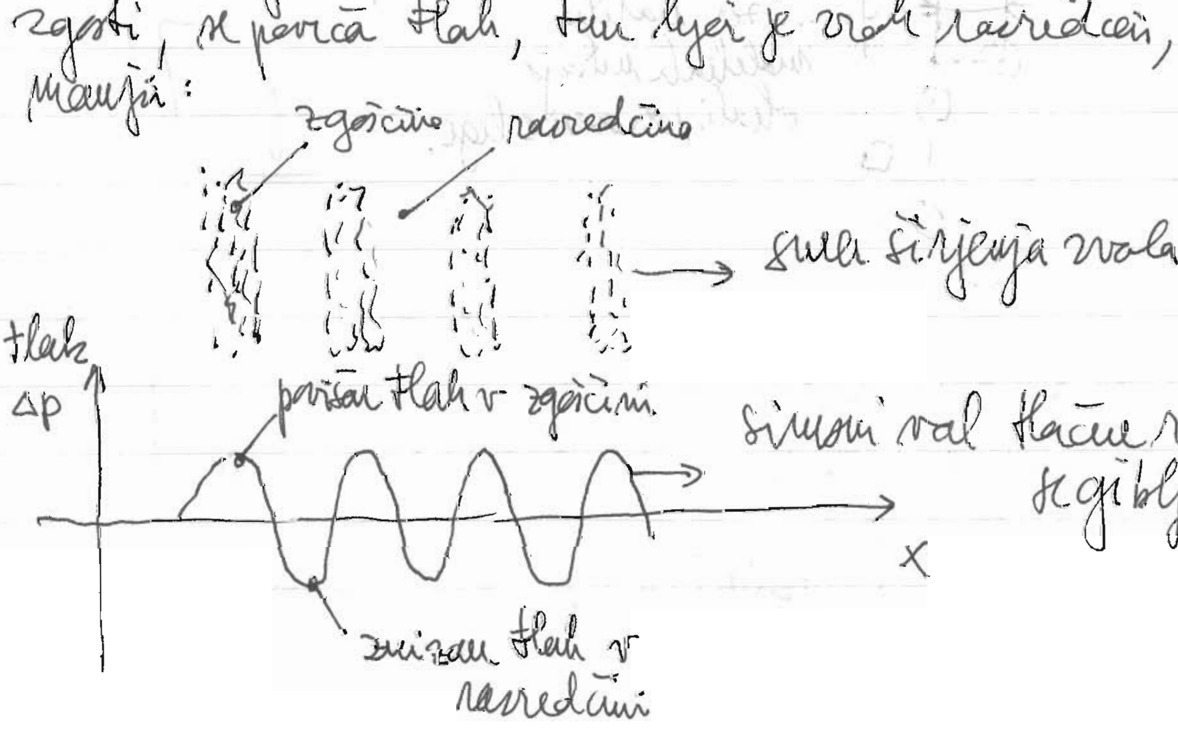
Trdna snov: $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ E .... elastični modul
ρ .... gostota

Tipične hitrosti zvoka: zrak 20°C : $c = 331\ m/s$
voda 25°C : $c = 1.500\ m/s$
jeklo 20°C : $c = 5.000\ m/s$

Dokažimo z eksperimentom, da se zvok ne širi po praznem prostoru. Vzemimo električni zvonec in ga damo v steklene posodo, ki jo izčrpamo z močno črpalko.



Zares zvoka ne slišimo več, ko posodo izčrpamo.
Kaj dejansko niha pri zvoku, napr. v zraku: vemo, da so to zgoščine in razredčine zraka. Tam kjer se zrak zgosti, se poveča tlak, tam kjer je zrak razredčen, je tlak manjši:



sinusni val tlačne razlike, ko se giblje.

Pomembno je to, da razumemo, da se zračne molekule dodatno premikajo, saj se na nekih mestih zbirajo, nato se razredčijo, torej nihajo okoli ravnovesne lege.

Nihanje tlaka zaradi zvočnega vala lahko zapišemo kot

$$\boxed{\Delta p(x,t) = \Delta p_0 \cdot \sin(\omega t - kx)}$$

Δp_0 .... amplituda nihanja zračnega tlaka

$\omega = 2\pi\nu$ .... krožna frekvenca zvočnega valovanja

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .... valovni vektor

Amplituda tlačne razlike Δp_0 je vedno povezana z odmikom delcev in je

$$\boxed{\Delta p_0 = \rho \cdot \omega \cdot c \cdot \Delta y_0}$$

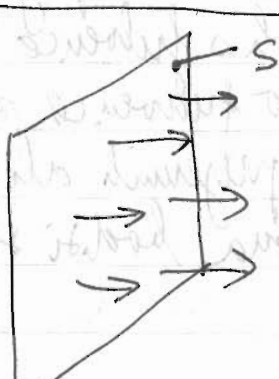
Δy_0 .... amplituda premika delcev

Δy_0 ... za koliko molekule nihajo okoli ravnovesne lege.

Jakost zvoka: zvok predstavlja mehansko valovanje, kjer se delci snovi gibljejo sem ter tja. Zaradi tega valovanja imajo delci dodatno energijo. Ker se zvok širi, lahko to energijo prenaša. Podobno kot smo pri toploti definirali ~~toplotni~~ gostoto toplotnega toka, pri zvoku definiramo gostoto energijskega toka, ki ga nosi zvok:

$$\boxed{j = \frac{P}{S} = \frac{1}{2}\rho \cdot c \cdot \omega^2 \cdot y_0^2}$$

P ... zvočna moč
S ... površina, skozi katero gre zvočna moč



Skozi ploskev S gre vsako sekundo P moči

~~Ena~~ Enota za gostoto energijskega toka je W/m^2. Človeško uho še zazna gostoto energijskega toka

$$\boxed{j_0 = 10^{-12}\ W/m^2}$$

to je najmanjša gostota energijskega toka, ki ga človek še sliši.

Jakost zvoka je definirana kot:

$$\boxed{J = 10 \cdot \log \frac{j}{j_0}}$$

log ... desetiški logaritem
enota: decibel dB.

Primer ~~$j = 10^{-3} W/m$~~ $j = 10^{-3}\ W/m^2 \Rightarrow J = 10 \cdot \log \frac{10^{-3}}{10^{-12}} = 10 \cdot \log 10^9 = 90\ dB$

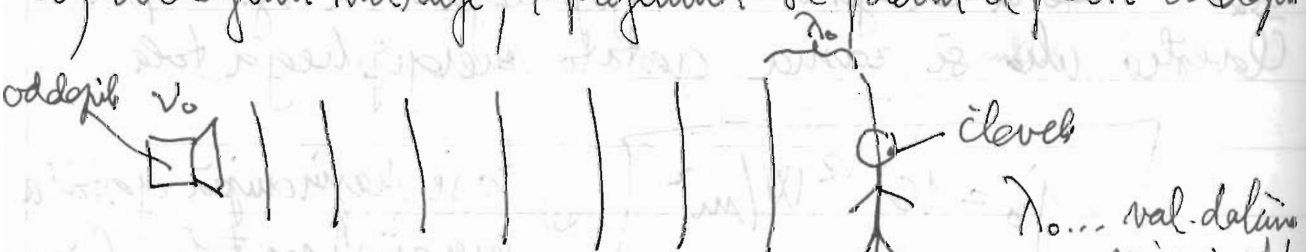
Primer: tiktakanje zapestne ure: 20db ali 10^{-10} W/m^2
tih govor 40db ali 10^{-8} W/m^2
prometna ulica 80db ali 10^{-4} W/m^2
reakt. letalo, 1m od mot. 120db ali 1W/m^2

Meja bolečine je 130db: ne slišimo več

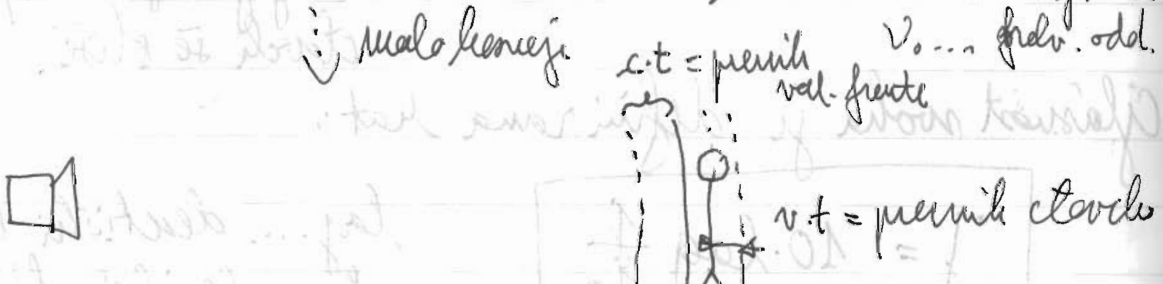
Dopplerjev pojav pri zvoku

Poglejmo primer, ko imamo izvor zvoka in sprejemnik zvoka. Izvor zvoka naj oddaja zvok s frekvenco ν_0. Izkaže se, da sprejemnik zazna z isto frekvenco samo če oba mirujeta. V primeru da se sprejemnik ali oddajnik premikata, sprejemnik zazna bodisi že povišano ali znižano frekvenco.

a) oddajnik miruje, sprejemnik se premika proti oddajn.



malo kasneje



Človek bo zaznal naslednji val, ko bo

$$c\cdot t_1 + v\cdot t_1 = \lambda_0$$

$$(c+v)\,t_1 = \lambda_0$$

t_1.... nihajni čas, ki ga zazna človek

$$\frac{c+v}{\lambda_0} = \frac{1}{t_1} = \nu_1$$

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_0}\left(1+\frac{v}{c}\right) = \nu_0\left(1+\frac{v}{c}\right)$$

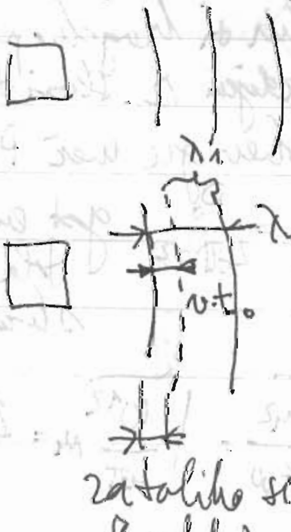
Če se sprejemnik približuje: $\nu_1 = \nu_0\left(1+\frac{v}{c}\right)$

frekvenca se poveča

Če se sprejemnik oddaljuje: $\nu_1 = \nu_0\left(1-\frac{v}{c}\right)$

frekvenca se zniža

b) oddajnik se giblje proti sprejemniku



za toliko se je odd. premaknil, ko odda naslednji val

$\nu = \frac{c}{\lambda_1}$

Velja $\lambda_0 = \lambda_1 + v\cdot t_0$

$\Rightarrow \lambda_1 = \lambda_0 - v\cdot t_0$

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c}{\lambda_0 - v t_0} = \frac{c}{\lambda_0}\cdot\frac{1}{1-\frac{v t_0}{\lambda_0}} = \frac{c}{\lambda_0}\,\frac{1}{1-\frac{v}{c}}$$

$$\boxed{\nu_1 = \nu_0\,\frac{1}{1-\frac{v}{c}}}$$

Če se oddajnik približuje, zazna sprejemnik povišano frekvenco:

$$\boxed{\nu_1 = \nu_0 \frac{1}{1-\frac{v}{c}}}$$

v .... hitrost gibanja oddajnika

Če se oddajnik oddaljuje, zazna sprejemnik znižano frekvenco:

$$\boxed{\nu_1 = \nu_0 \frac{1}{1+\frac{v}{c}}}$$

Poskus: vrtenje glasbenih vilic in pa vrtenje zvočnika

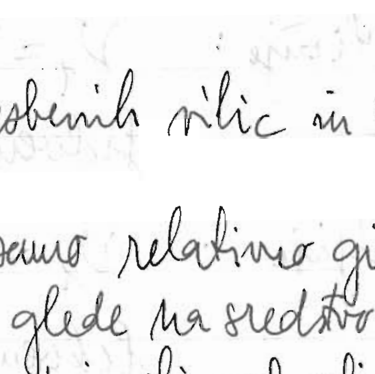
Pomembno: važno je samo relativno gibanje izvira in oddajnika glede na sredstvo, po katerem se zvok širi, to je ali zrak ali tekočina ali trdna snov

Primer: zvočnik oddaja enakomerno na vse strani moč 1W. V kakšni oddaljenosti še lahko slišimo zvok?

$P_0 = 1W$

$j_0 = 10^{-12}\ W/m^2$

$r_{max} = ?$



mislim si krogelno ploskev z radijem r. Skozi to ploskev gre moč P_0

$j(r) = \frac{P_0}{4\pi r^2}$ gost. energ. toka pada s kvadr. r

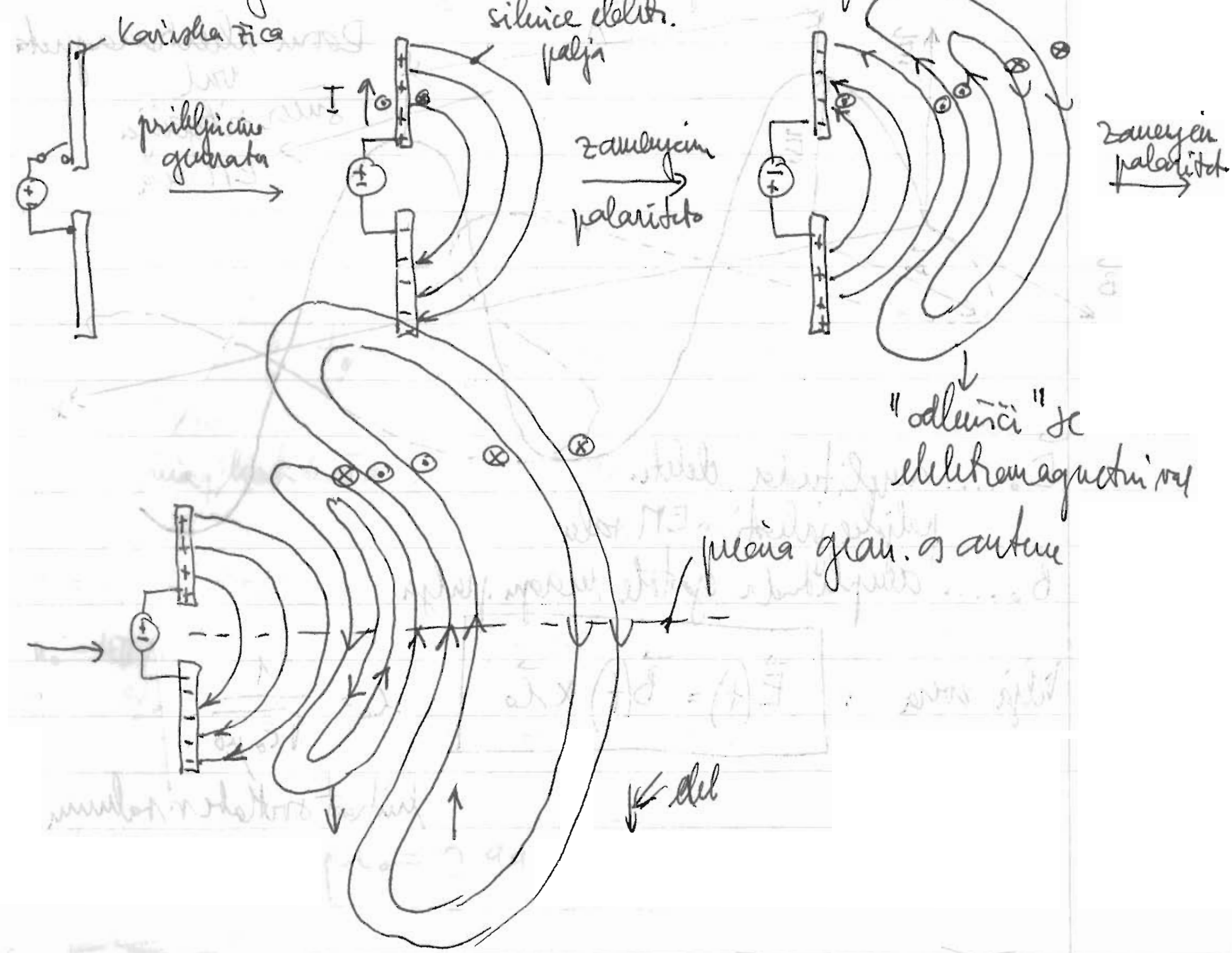
$$j(r_{max}) = j_0 = \frac{P_0}{4\pi r_{max}^2} \Rightarrow r_{max} = \sqrt{\frac{P_0}{4\pi j_0}} = \sqrt{\frac{1W\ m^2}{4\pi \cdot 10^{-12}\ W}} = \sqrt{\frac{10^{12}}{4\pi}}\ m = \underline{10^5\ m}$$

$$= 2{,}8 \cdot 10^5\ m = \underline{280\ km}$$

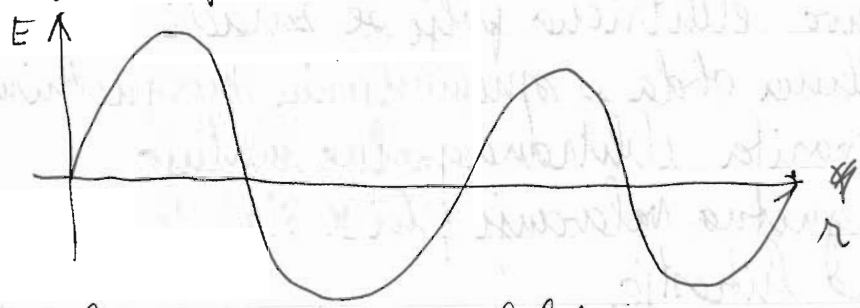
9. ELEKTROMAGNETNO VALOVANJE

Časovno spremenljivo električno polje se zaradi indukcijskega zakona obda s spremenljivim magnetnim poljem. Skupaj tvorita elektromagnetno motnjo oziroma elektromagnetno valovanje, ki se širi v prostoru s svetlobno hitrostjo.

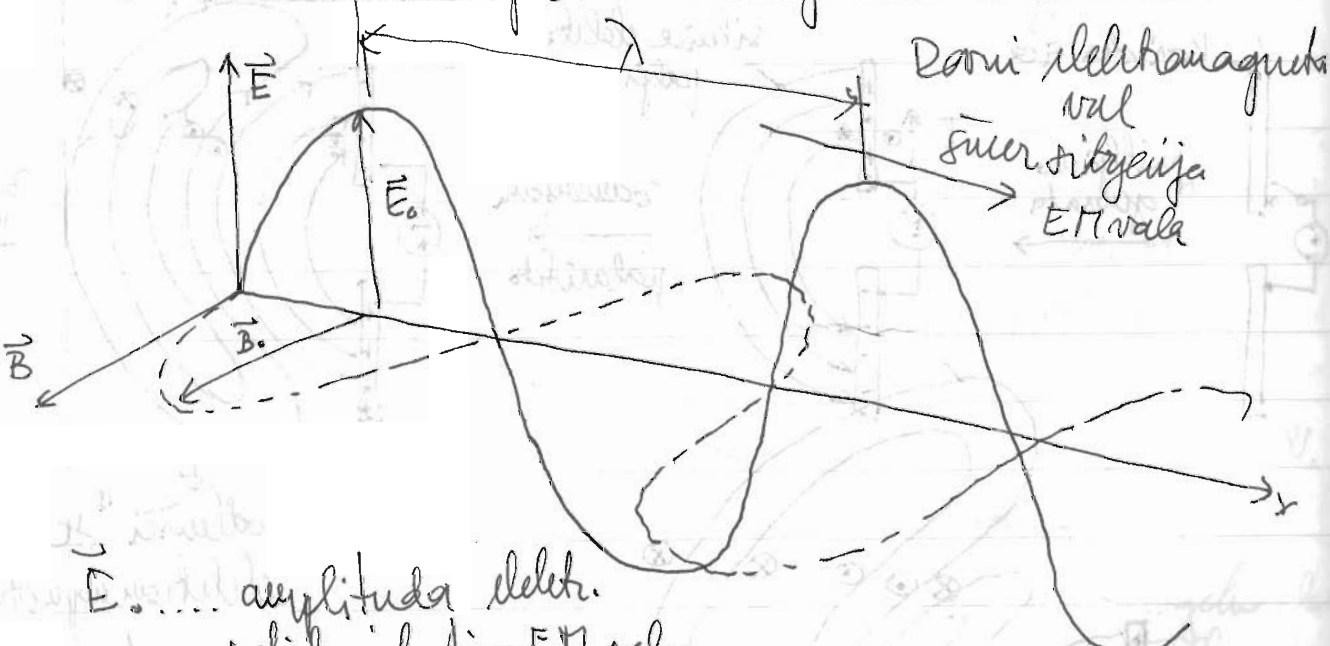
Primer izvora elektromagnetnega valovanja je navadna radijska oddajna antena:
Radijska antena je sestavljena iz dveh kovinskih prevodnikov, med katera je nameščen izvor električne napetosti.



Sedaj pa narišem, kako poteka električno polje v prečni geometrijski osi antene:



Dobimo sinusni val električnega polja. Kaj pa magnetno polje $\vec{B}$? Po anteni teče el. tok, zaradi tega se pojavi tudi spremenljivo magnetno polje. Očitno je smer magnetnega polja prečna na smer električnega polja, tako da elektromagnetni val izgleda takole:



$\vec{E}_0$ ..... amplituda elektr. poljske jakosti v EM valu

$\vec{B}_0$ ..... amplituda gostote magn. polja

Velja zveza: $\boxed{\vec{E}(t) = \vec{B}(t) \times \vec{c}_0}$ $\qquad c_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

hitrost svetlobe v vakuumu

Električno in magnetno polje v ravnem EM valovanju zapišem kot

$$E_x = E_0 \cdot \cos(\omega t - k \cdot z) \qquad \omega = 2\pi\nu \text{ ... krožna frekvenca}$$
$$B_y = B_0 \cdot \cos(\omega t - k \cdot z) \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ ... valovni vektor}$$

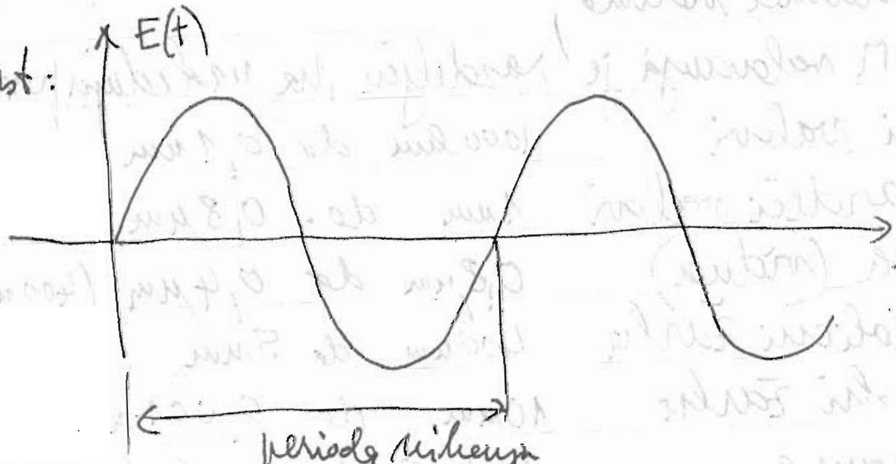
Podobno kot pri valovanju v snovi, velja zveza:

$$\boxed{c = \nu \cdot \lambda}$$

ν ... frekvenca EM valovanja
λ ... valovna dolžina EM val.

Če merim E na določenem mestu, $E(t)$ oscilira s časom:

$z = \text{konst.}$:



t_0 in $\nu = \frac{1}{t_0}$ frekvenca EM valovanja

Izračunajmo, kolikšna je hitrost svetlobe v vakuumu:

$\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}\ As/Vm$

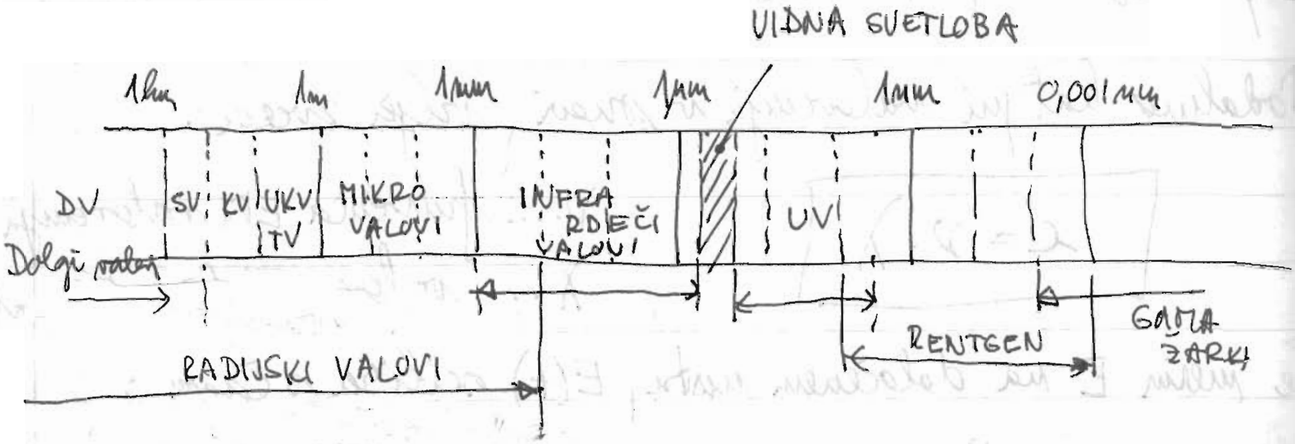
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Vs/Am$

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8{,}9 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{8{,}9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-19}}}\ m/s = 2{,}99 \cdot 10^{8}\ m/s$$

Prava vrednost: $\boxed{c_0 = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}\ m/s}$

Iz enačbe $c = \nu \cdot \lambda$ vidimo, da je EM valovanje določeno bodisi z valovno dolžino ali s frekvenco valovanja. Poglejmo si spekter EM valovanja



Spekter EM valovanja je razdeljen na naslednja področja

- radijski valovi 1000 km do 0,1 mm
- ~~top~~ infrardeči valovi 1 mm do 0,8 μm
- svetloba (vidna) 0,8 μm do 0,4 μm (400 nm)
- ultravijolični žarki 400 nm do 5 nm
- rentgenski žarki 10 nm do 0,001 nm
- žarki gama pod 0,01 nm (jedrske reakcije)

Iz razpredelnice vidimo, da je spekter EM valovanja zelo širok. Prav tako vidimo, da so radijski valovi, vidna svetloba ali rentgenski žarki po naravi istega izvora, torej predstavljajo valovanje električnega in magnetnega polja. Pomembno si je zavedati, da EM za svoje razširjanje potrebuje samo prostor in ne snovi. Zaradi tega se EM valovanje širi tudi v vakuumu, vesolju.

Primer EM valovanja

a) val 202, frekvenca 89 MHz. Kolikšna je valovna dolžina teh UKV valov?

$\nu = 89 \cdot 10^6\ Hz$, velja $c_0 = \nu \cdot \lambda$

$$\lambda = \frac{c_0}{\nu} = \frac{2{,}9 \cdot 10^8\ m/s}{89 \cdot 10^6\ s^{-1}} = \frac{290}{89}\ m = \underline{\underline{3{,}4\ m}}$$

b) vzemimo rdečo svetlobo iz He-Ne laserja z valovno dolžino $\lambda = 0{,}6328\ \mu m$. Kolikšna je frekvenca tega valovanja?

$$c_0 = \nu \cdot \lambda \Rightarrow \nu = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{2{,}9 \cdot 10^8\ m/s}{0{,}6328 \cdot 10^{-6}\ m} = \frac{2{,}9}{0{,}632} 10^{14}\ Hz = 4{,}7 \cdot 10^{14}\ Hz$$

Povejmo si, kaj so izvori posameznih valovanj:

a) radijski valovi: antene = kovinski prevodniki, skozi katere pošiljamo el. tokove

b) infrardeči valovi: segreta telesa

c) vidna svetloba: atomi. Npr. natrijevi pare, če jih segrejemo, oddajo rumeno svetlobo. Če kuhinjsko sol vržemo v plamen, da značilen rumeno-zeleno svetlobo.

d) UV svetloba: atomi

e) rentgen: rentgenske cevi, pospešeni elektroni z velikimi energijami

f) gama žarki: nastajajo pri jedrskih reakcijah.

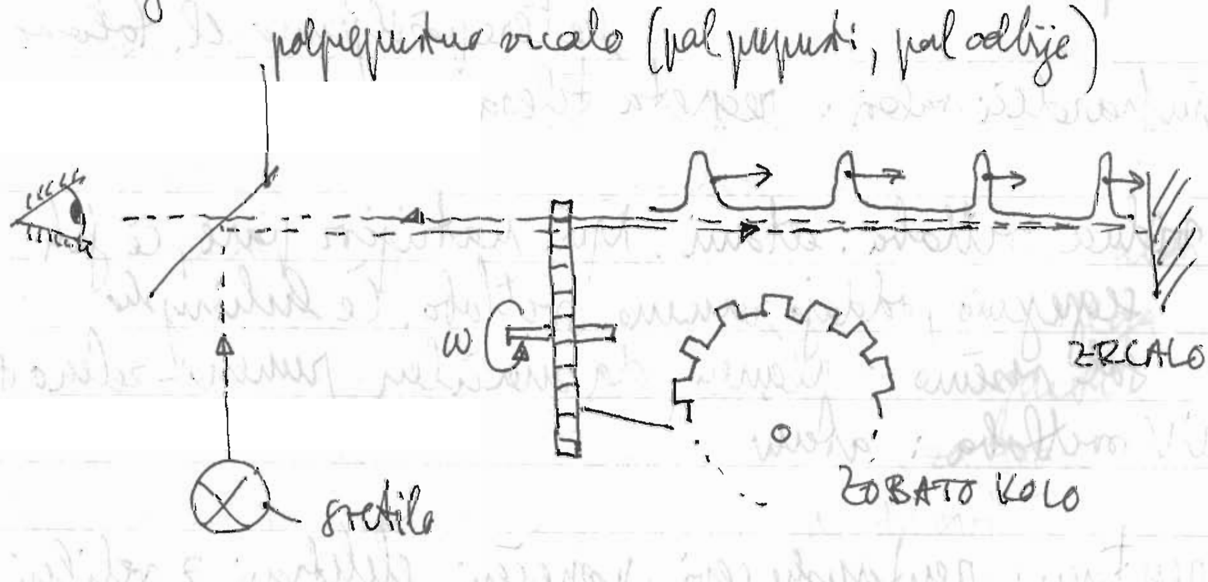
Hitrost svetlobe

Svetloba se po praznem prostoru (vakuum) giblje s hitrostjo

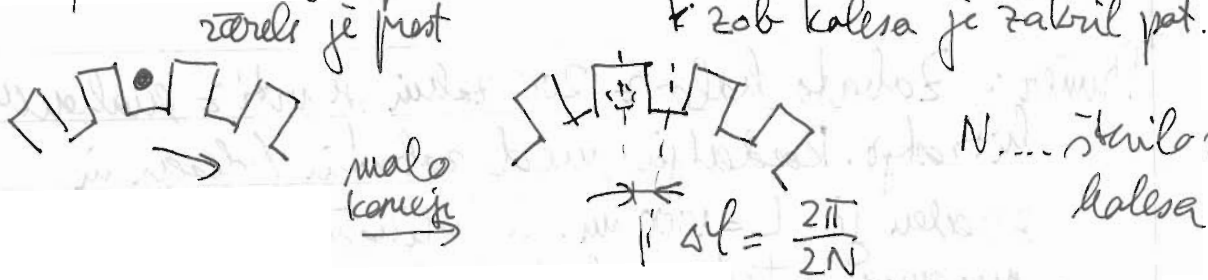
$$c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8 \, m/s$$

Nobeno snovno telo se ne more gibati s hitrostjo, ki bi bila višja od te hitrosti. To je eden od temeljev sodobne fizike. Hitrost svetlobe v snovi je manjša od hitrosti svetlobe v vakuumu.

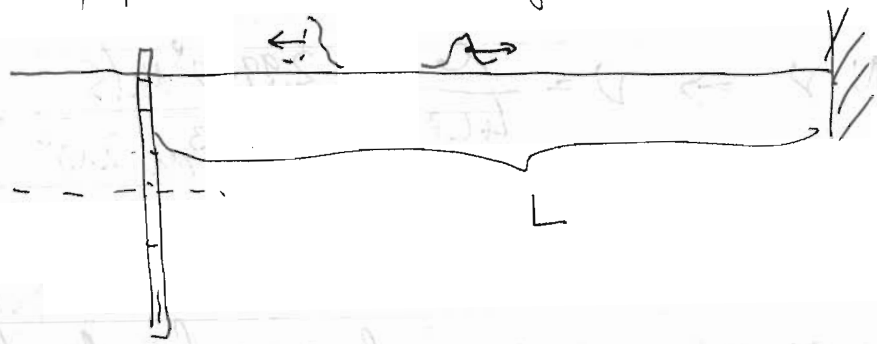
Hitrost svetlobe lahko izmerimo na ta način, da merimo čas, ki ga svetloba potrebuje, da prepotuje znano razdaljo. Primer načina meritve hitrosti svetlobe je Fizeau-jev poskus. Fizeaujev eksperiment je sestavljen iz svetlobnega vira, polprepustnega zrcala, vrtečega se zobatega kolesa in zrcala v ~~ablikli~~ veliki oddaljenosti:



Poglejmo, kaj se dogaja s svetlobo, ko se zobato kolo vrti. Najprej preleti žarek, nato pa za določen čas spusti svetlobo skozi rezo, tako da dobimo zaporedje svetlobnih sunkov, ki se s svetlobno hitrostjo gibljejo proti zrcalu. Od zrcala se sunki odbijejo in potujejo nazaj po isti poti. Medtem se zavrti kolo. Ko sunek pride nazaj do zobatega kolesa, se lahko zgodi, da je kolo ravno za toliko zasukano, da zakrije pot svetlobi do opazovalčevega očesa



Poglejmo, pri kateri krožni frekvenci ω se to zgodi.



Sunek opravi pot $2L$ v času Δt. Ker gre za enakomerno gibanje, velja zveza $s = v \cdot t$ ali $s = c_0 \cdot t$

$$2L = c_0 \cdot \Delta t$$

V času Δt se kolo zavrti za $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{2N} = \frac{\pi}{N}$

od tu dobimo, da je $\Delta t = \frac{\pi}{N \cdot 2\pi\nu} = \frac{1}{2N \cdot \nu}$

To vstavim v enačbo za pot in dobim

$$2L = c_0 \cdot \frac{1}{2N \cdot \nu} \Rightarrow \boxed{c_0 = 4L \cdot N \cdot \nu}$$

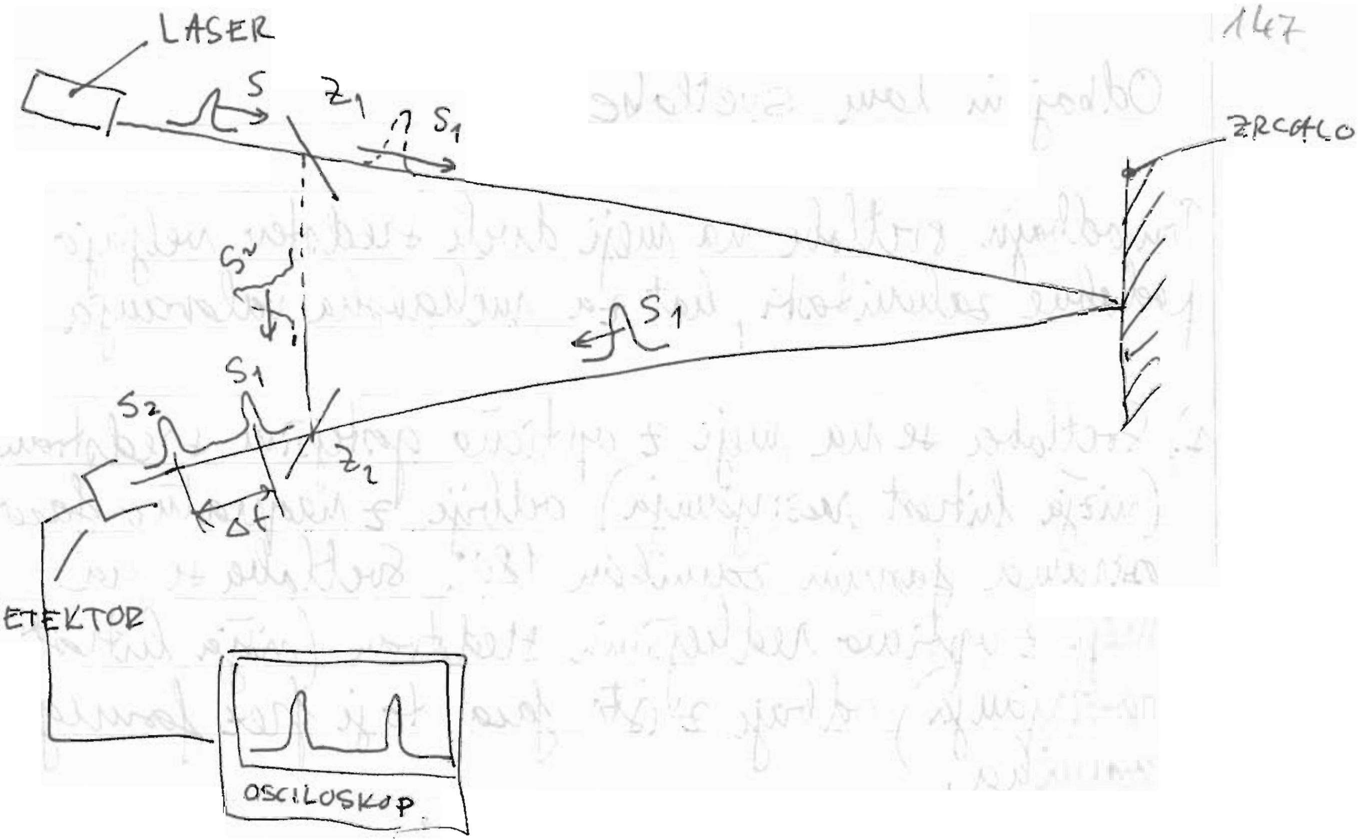
L ..... razdalja kolo - zrcalo
N ..... število zob kolesa
ν ..... frekvenca pri kateri žarek ne pride več skozi zobe vrtečega se kolesa.

Primer: Zobato kolo z 200 zobmi se vrti z enakomerno hitrostjo. Razdalja med zobatim kolesom in zrcalom je $L = 1000\,m$. S kolikšno frekvenco moramo vrteti zobato kolo, da skozi zobe kolesa ne vidimo od zrcala odbite svetlobe?

$$c_0 = 4L \cdot N \cdot \nu \Rightarrow \nu = \frac{c_0}{4LN} = \frac{2{,}99 \cdot 10^8\,m/s}{4 \cdot 10^3\,m \cdot 2 \cdot 10^2} =$$

$$= 375\,Hz$$

Te frekvence so sorazmerno visoke za mehanska kolesa, se znižajo, če vzamemo daljšo razdaljo.
Pri modernih poskusih uporabljamo gibljivih koles, temveč generiramo svetlobne sunke z močnimi laserskimi diodami:



Svetloba se na polprepustnem zrcalu z_1 razdeli na dva sunka S_1 in S_2. Sunek S_1 opravi daljšo pot kot sunek S_2 in pride do detektorja kasneje. Zaradi tega vidimo na detektorju dva zakasnjena sunka. Z znanih poti, ki jih prepotujeta sunka in izmerjenega časa zakasnitve drugega sunka lahko izračunamo hitrost potovanja svetlobe. Za pot 10 m svetloba potrebuje čas:

$$s = c_0 \cdot t \rightarrow t = \frac{s}{c_0} = \frac{10\,m\; s}{3 \cdot 10^8\, m} = \underline{3 \cdot 10^{-8}\, s}$$

Tako kratke čase pa lahko merimo.
Hitrost svetlobe v snovi je manjša od hitrosti v vakuumu, razmerji $\frac{c_0}{c} = n$ imenujemo lomni količnik snovi.

Ponavi se zaradi tega tudi spremeni val. dolžina, ker je frekvenca valovanja ista $\nu_1 = \nu_0 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{c_0}{\lambda_0} \Rightarrow \frac{c_0}{c} = \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = n_0 \Rightarrow \boxed{\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_0}}$

Odboj in lom svetlobe

Pri odboju svetlobe na meji dveh sredstev veljajo podobne zakonitosti, kot za mehanska valovanja:

1.) Svetloba se na meji z optično gostejšim sredstvom (nižja hitrost razširjanja) odbije z nasprotno faso oziroma faznim zamikom 180°. Svetloba se na meji z optično redkejšim sredstvom (višja hitrost razširjanja) odbije z isto faso, to je brez faznega zamika.

2) Ravni svetlobni val se na ravni meji odbije tako, da je vpadni kot enak odbojnemu. $\alpha_v = \alpha_o$

3) Del ~~se~~ svetlobe se na meji odbije, drugi del pa se lomi in širi v notranjosti drugega sredstva po lomnem zakonu

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c_1/c_0}{c_2/c_0} = \frac{n_2}{n_1}$$

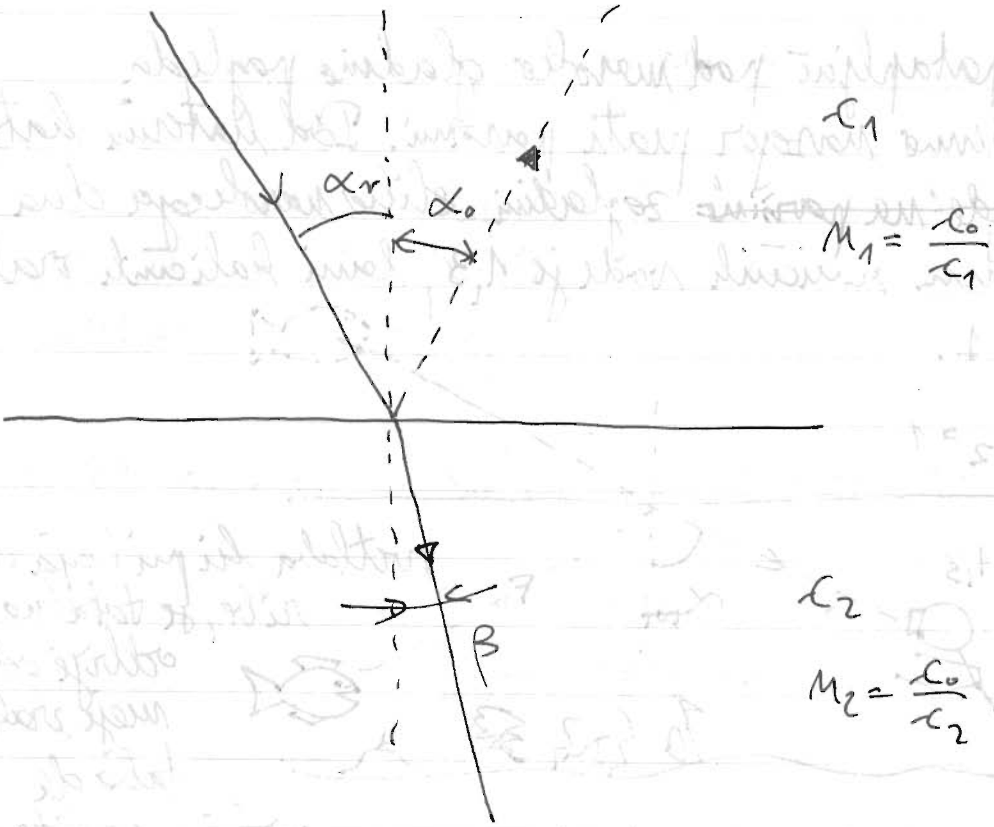
Hitrost svetlobe v snovi:

lomni količnik $n_1 = \frac{c_0}{c_1}$, $n_2 = \frac{c_0}{c_2}$

Hitrost svetlobe se zmanjša, $c_1 = \frac{c_0}{n_1} < c_0$

Kaj pa valovna dolžina: frekv. ostane ista $\nu_0 = \nu_1$

$\frac{c_0}{\lambda_0} = \frac{c_1}{\lambda_1} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_0 \frac{c_1}{c_0} = \frac{\lambda_0}{n_1}$, $\boxed{\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_1}}$ val. dolžina se skrajša.

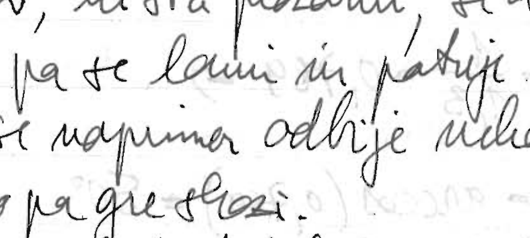


Na meji dveh sredstev, ki sta prozorni, se del svetlobe odbije, del svetlobe pa se lomi in potuje v drugem sredstvu. Na steklu se na primer odbije nekaj %. vpadne svetlobe, ostalo pa gre skozi.
Pridemo zopet do pojava kota totalnega odboja, če je $n_2 < n_1$

$n_2 < n_1$, lom v optično redkejše sredstvo:

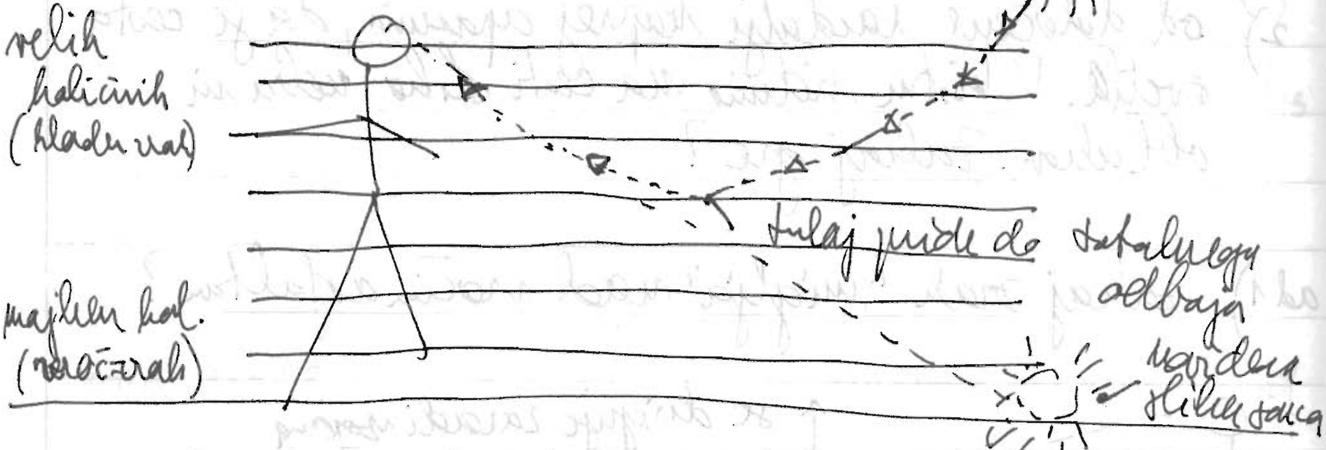
$\beta = 90°$ kot tot. odboja, vsa svetloba se na steni odbije

$$\boxed{\sin \alpha_{TOT} = \frac{n_2}{n_1}}$$



lomni koeficienti:
voda: $n = 1{,}33$
steklo: $n = 1{,}5$
diamant: $n = 2{,}4$
plini: $n \approx 1.001$

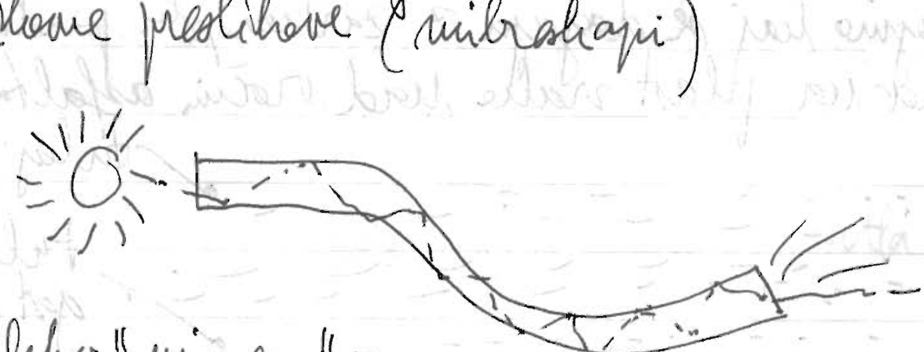
To si lahko predstavljamo po plasteh zraka z različnimi lomnimi količniki



Pride torej do ukrivljanja poti žarka na poti skozi ozračje, ki ima nehomogeno temperaturo. Na ta način tudi lahko razložimo pojav fatamorgane v puščavi.

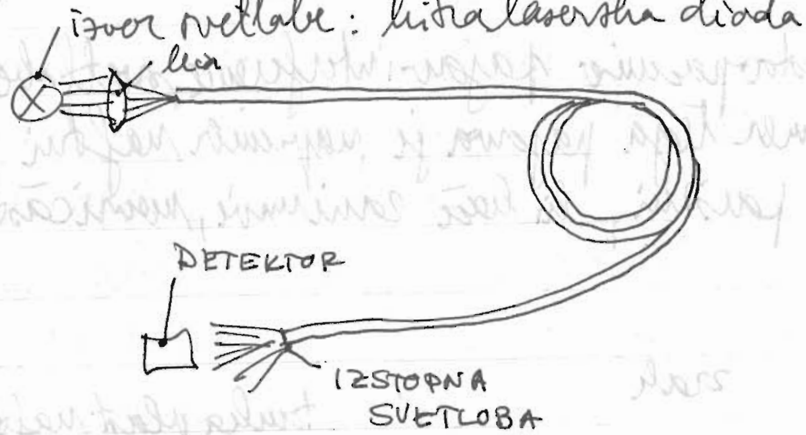
Pojav totalnega odboja uporabljamo zelo pogosto v vsakdanjem življenju. Tak primer uporabe so optična vlakna, ki jih uporabljamo za
1) svetilke
2) optične komunikacije
3) slikovne preiskave (mikroskopi)

ad1)



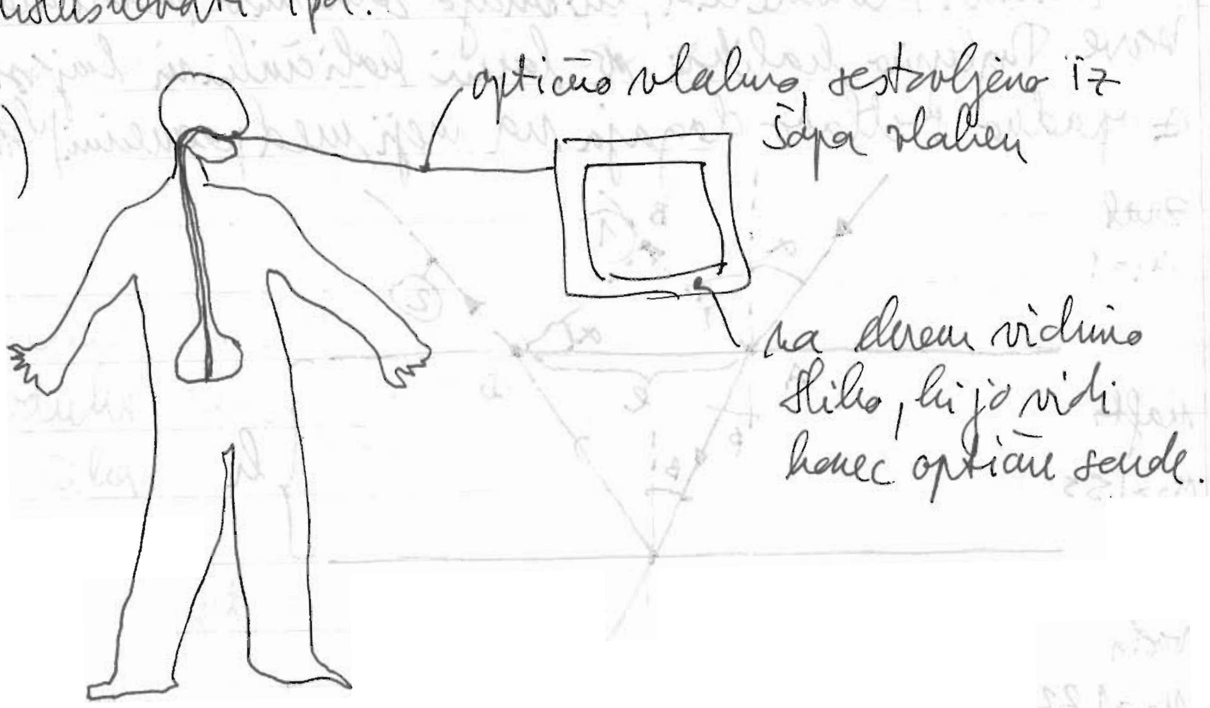
Svetlobo "ujamemo" v vlakno, ki svetlobo vodi. Takšna vlakna uporabljamo pri zobozdravstvu za optično polimerizacijo zobnih zalivk.

ad2) optična vlakna v optičnih komunikacijah (telefonija)

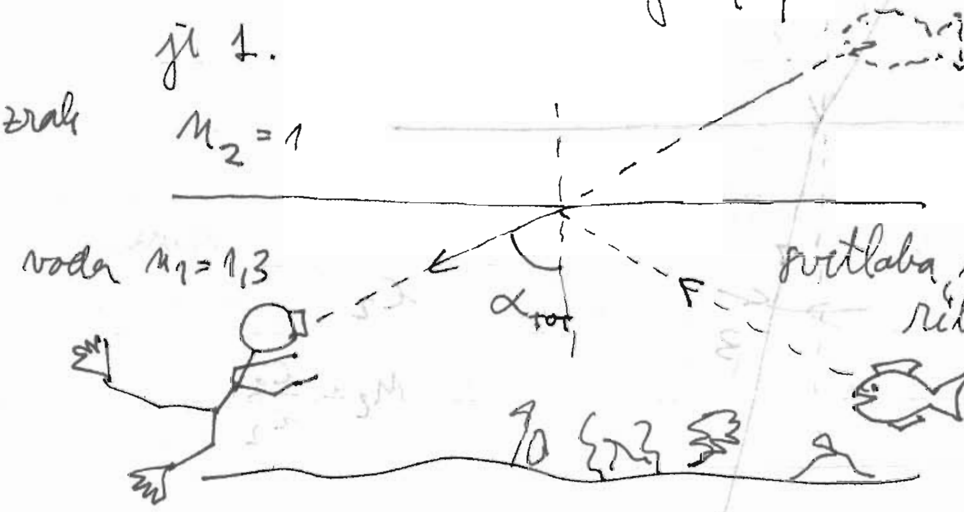


Po optičnih kablih pošiljamo namesto električnih impulzov optične impulze. Prednosti so precej višje prepustnosti, neobčutljivost na električne motnje, nemogoče je prisluškovati ipd.

ad3)



Primer: potapljač pod mirno gladino pogleda poševno navzgor proti površini. Pod katerim kotom zagleda na vodni gladini sliko mirnega dna? Lomni količnik vode je 1,3, lomni količnik zraka je 1.



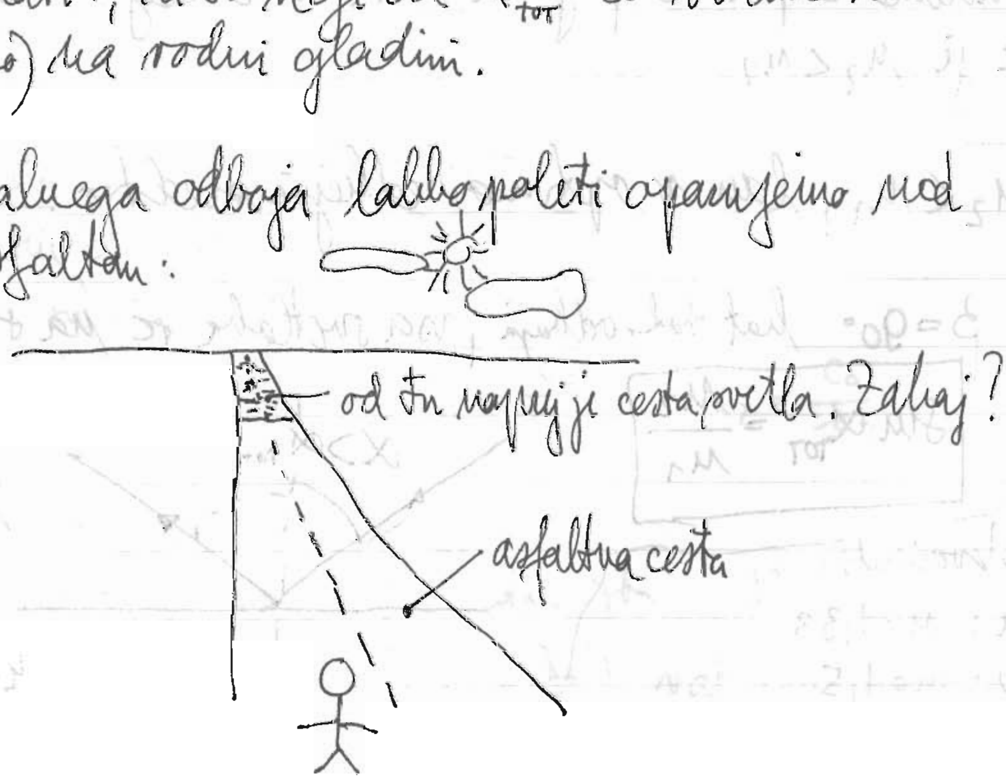
svetloba, ki prihaja od ribe, se totalno odbije od meje zrak-voda, tako da vidimo navidezno sliko dna.

$$\sin\alpha_{TOT} = \frac{1}{1,3} = 0,769 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{TOT} = \arccos(0,769) = 50°$$

Pri večjih kotih, ki so večji od $\alpha_{TOT} = 50°$ vidimo vodno dno (sliko) na vodni gladini.

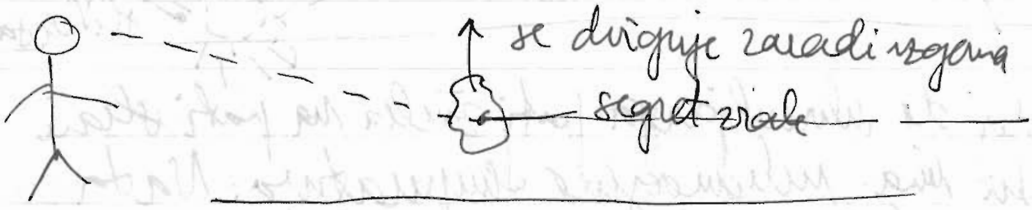
Pojav totalnega odboja lahko poleti opazimo nad vročim asfaltom:



Nad vročim asfaltom opazimo dva pojava:

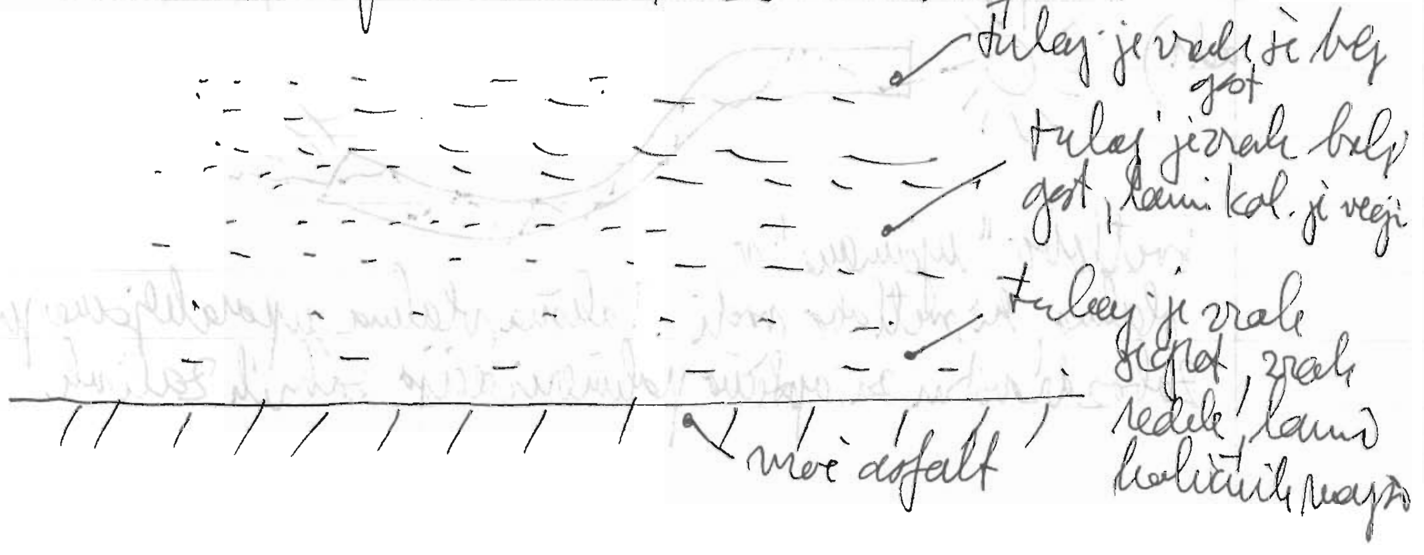
1) vidimo, da zrak "miglja"
2) od določene razdalje naprej opazimo, da je cesta svetla. V bistvu vidimo na cesti sliko neba in oblakov. Zakaj gre?

ad 1) zakaj zrak "miglja" nad vročim asfaltom?



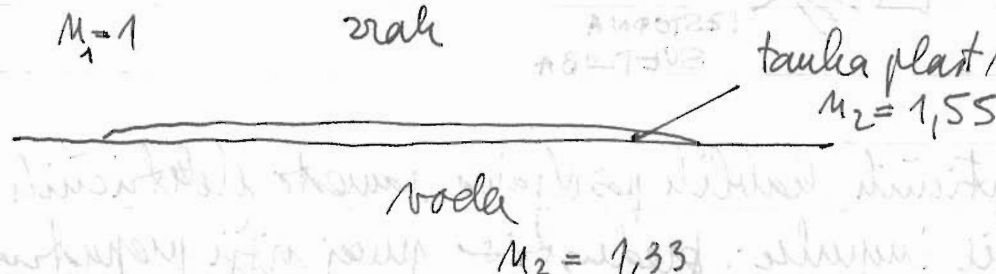
Segret zrak je redkejši in ima manjši lomni količnik od hladnejšega zraka. Žarek, ki gre skozi tak zrak, se odkloni. Ko se zrak umiri, se žarek ne odkloni. Zato navidez zrak nad asfaltom miglja, ker se pred nami stalno pojavljajo predeli vročega zraka, ki odklanjo svetlobo in tako naprej.

ad 2) Poglejmo kaj se dogaja z žarkom, ki prihaja od oblakov na plast zraka nad vročim asfaltom

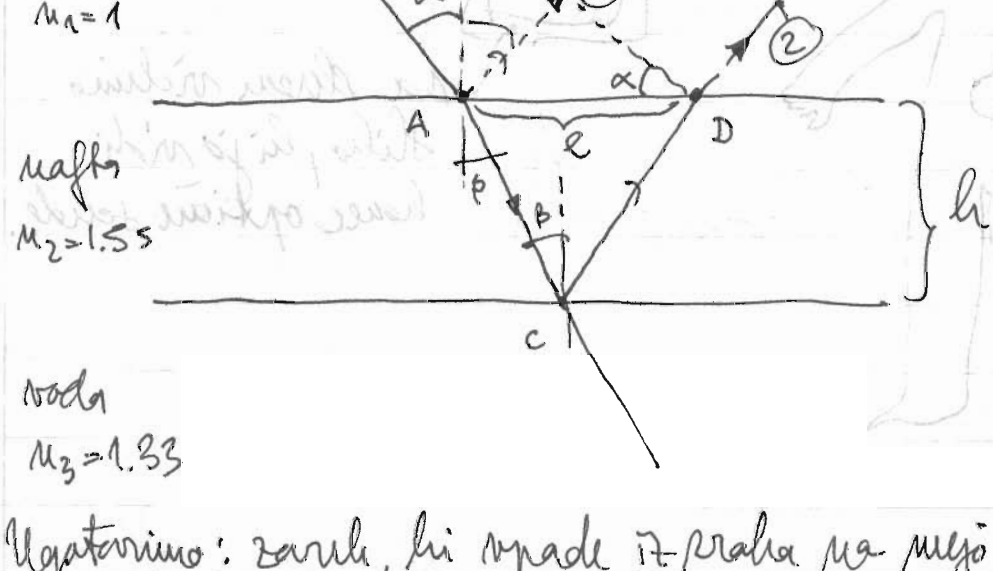


Interferenca in uklon svetlobe

V naravi zelo pogosto opazimo pojav interference svetlobe na tanki plasti. Primer tega pojava je naprimer naftni madež na vodni površini, ki kaže zanimive, mavričaste barve.



Zakaj pride do tega pojava? Podoben pojav vidimo tudi na milnih mehurčkih, ki imajo zanimive mavrične barve. Poglejmo kakšni so lomni količniki kaj se z vpadno svetlobo dogaja na meji med posameznimi plastmi:



Ugotovimo: žarek, ki vpade iz zraka na mejo z nafto v točki A, se deloma odbije kot žarek (1), deloma pa gre v nafto. Na meji z vodo se zopet deloma odbije pa žarek ② deloma pa gre naprej v vodo. Vidimo, da sta odbita žarka ① in ② med seboj vzporedna, torej lahko interferirata, se seštejeta. Izračunati moramo torej, za koliko se razlikujeta poti obeh žarkov ① in ② in potem dobimo konstruktivno interferenco (svetlo), če je razlika poti enaka valovni dolžini ~~ali pa~~ in destruktivno interferenco, če je razlika poti enaka lihemu mnogokratniku valovne dolžine.

Definir. $\Delta d = N \cdot \lambda$ konstrukt. interferenca

Paziti moramo, ker je λ val. dolžina v sredstvu, to pa vemo da je $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, tako da dobimo

$$\Delta d = N \cdot \frac{\lambda_0}{n} \Rightarrow n \cdot \Delta d = N \cdot \lambda.$$

Količino $n \cdot \Delta d$ imenujemo optična pot. To je produkt dolžine poti svetlobe v sredstvu in lomnega količnika.

$$\boxed{\text{Optična pot} = n \cdot d}$$

Poglejmo sedaj, kolikšna je razlika optičnih poti žarkov 1 in 2:

$$S = \overline{ACD} - \overline{AB} = 2 \cdot \overline{AC} - \overline{AB} =$$

$\cos\beta = \frac{h}{\overline{AC}} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{h}{\cos\beta}$

$$= 2 \cdot \frac{h}{\cos\beta} n_2 - n_1 l \cdot \sin\alpha =$$

$\sin\beta = \frac{l}{2\overline{AC}} \Rightarrow l = 2\overline{AC} \cdot \sin\beta$

$$= 2\frac{h \cdot n_2}{\cos\beta} - n_1 \cdot \sin\alpha \cdot 2 \cdot \overline{AC} \cdot \sin\beta =$$

velja $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$

$\sin\alpha = \sin\beta \cdot \frac{n_2}{n_1}$

$$= 2\frac{h n_2}{\cos\beta} - 2 n_1 \frac{h}{\cos\beta} \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta =$$

$$= 2\frac{h n_2}{\cos\beta} - \frac{2 \cancel{n_1} h}{\cos\beta} \cdot \frac{n_2}{\cancel{n_1}} \cdot \sin^2\beta =$$

$$= \frac{2 h n_2}{\cos\beta}\left(1 - \sin^2\beta\right) = \frac{2 h n_2}{\cos\beta} \cdot \cos^2\beta = 2 h n_2 \cdot \cos\beta$$

Razlika optičnih poti je torej $\boxed{S = 2h \cdot n_2 \cdot \cos\beta}$

Upoštevati moramo še, da se pri posameznem odboju spremeni faza valovanja! V točki A se valovanje odbije na optično gost. sredstvu in dobi se dodatno fazno razliko 180°, kar pa ustreza ravno 1/2 valovne dolžine v valovanju. V točki C se val. odbije na opt. redkejšem sredstvu in ni dodatne fazne razlike.

Celotna razlika poti S_1 in S_2 =

$$S_2 - S_1 = 2h\, n_2 \cdot \cos\beta - \frac{\lambda_0}{2}$$

Ojačan žarek dobimo, ko je $2hn_2\cos\beta - \frac{\lambda_0}{2} = N\cdot\lambda_0$

$$2h\, n_2\cos\beta = N\cdot\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2} =$$

$$= (2N+1)\cdot\frac{\lambda_0}{2}$$

Oslabljen žarek dobimo, ko je $2hn_2\cos\beta - \frac{\lambda_0}{2} = (2N+1)\frac{\lambda_0}{2}$

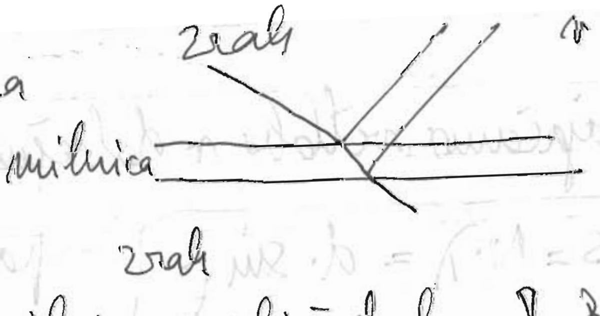
$$2h\, n_2\cos\beta = (N+1)\,\lambda_0 = N\cdot\lambda_0$$

Pri interferenci na tanki plasti, ko je $n_1 < n_2 > n_3$ dobimo pogoje:

ojačitev: $2h n_2 \cdot \cos\beta = (2N+1)\frac{\lambda_0}{2}$ ojačitev $N=1,2,3.$

oslabitev $2h\, n_2 \cdot \cos\beta = N\cdot\lambda_0$ $N=1,2,3,\dots$

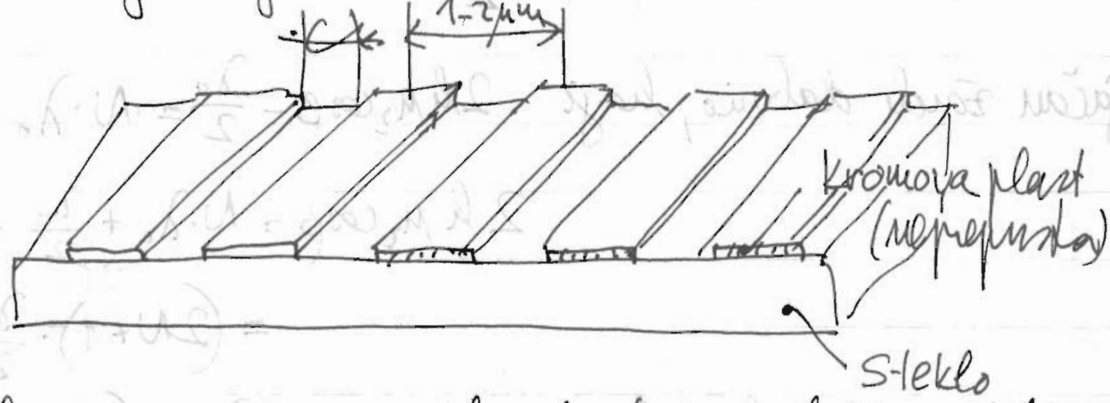
Zgled: milnična opna



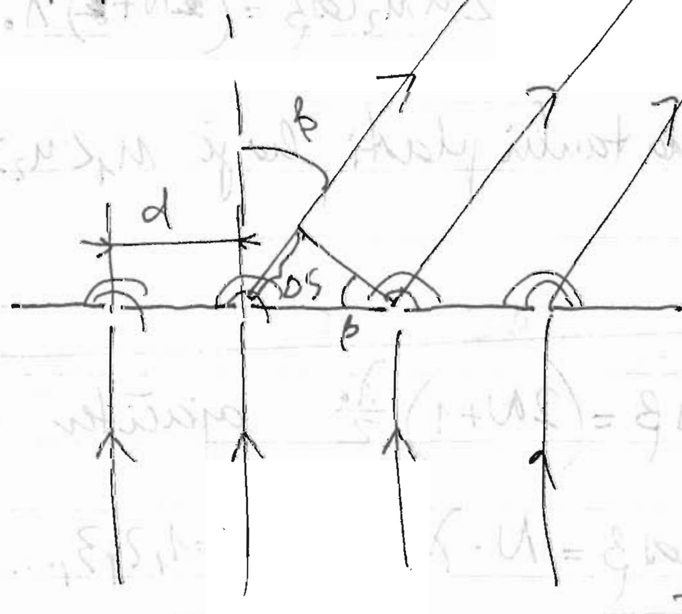
v odbiti svetlobi opazimo svetle in temne proge.

Pojasni, zakaj je milnica različnih barv? Bela svetloba.

Poglejmo še na kratko uklon svetlobe na uklonski mrežici.
Vzemimo enobarvni izvir svetlobe (laser) in pa mrežica, ki je narejena na steklu:



Uklonska mrežica ima periodo d, to je razdalja med dvema prepustnima deloma. Mrežico narišemo:



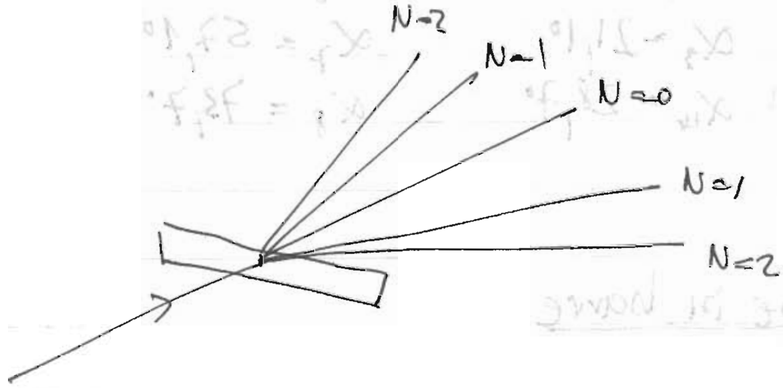
Reže v mrežici so izvor valovanja (spomni se valovanja na vodi glej). To valovanje med seboj interferira v veliki razdalji.

Dobimo ojačano svetlobo v določenih smereh.

$$\boxed{\Delta S = N\cdot\lambda = d\cdot\sin\beta}$$ pogoj za ojačanje,

$$\boxed{d \cdot \sin\beta_N = N \cdot \lambda} \qquad N = 0, \pm1, \pm2, \pm3$$

Dobim različne uklonske rede, ki so simetrični,



Pojasni, kaj se zgodi, če na tako mrežico posvetiš z belo svetlobo !!

Primer: uklonska mrežica z 200 režami na milimeter svetlimo s pravokotni smeri z enobarvno svetlobo valovne dolžine 600 nm. V katerih smereh glede na vpadno smer žarka dobimo maksimume svetlobe?

$d = \frac{1000\,\mu m}{200} = 5\,\mu m$

$d \cdot \sin\alpha_N = N \cdot \lambda \quad , \quad N = 0, \pm1, \pm2, \pm \dots \pm N_{max}$

Maksimum najvišjega reda N_{max} nastane pri največjem kotu α_N, ki je še manjši od 90°: $\sin\alpha_N = N \cdot \frac{\lambda}{d} \leq 1 \Rightarrow \boxed{N_{max} \leq \frac{d}{\lambda}}$

$$N_{max} \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{5\,\mu m}{0{,}6\,\mu m} = 8{,}3 \Rightarrow \underline{\underline{N_{max} = 8}}$$

Opazimo 8 interferenčnih maksimov, ki se pojavijo simetrično glede na vpadno smer pri kotih:

$\sin\alpha_1 = \frac{\lambda_1}{d}$ $\quad \alpha_1 = 6{,}9°$ $\quad \alpha_5 = 36{,}9°$

$\sin\alpha_2 = 2 \cdot \frac{\lambda_1}{d}$ $\quad \alpha_2 = 13{,}9°$ $\quad \alpha_6 = 46{,}0°$

$\alpha_3 = 21{,}1°$ $\quad \alpha_7 = 57{,}1°$

$\alpha_4 = 28{,}7°$ $\quad \alpha_8 = 73{,}7°$

Spekter svetlobe in barve

Vidna svetloba je EM valovanje z valovno dolžino v območju

$$400\,nm \leq \lambda \leq 800\,nm$$

Vidna svetloba se sestoji iz naslednjih barv:

Rdeča: λ: 780 – 640 nm

Oranžna: λ: 640 – 600 nm

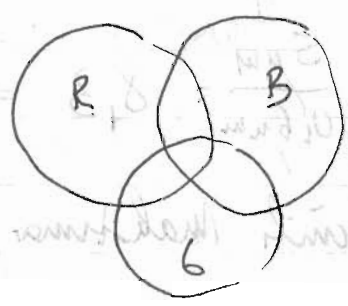
Rumena: λ: 600 – 580 nm

Zelena: λ: 580 – 520 nm

Modra: λ: 520 – 460 nm

Vijolična: λ: 460 – 380 nm

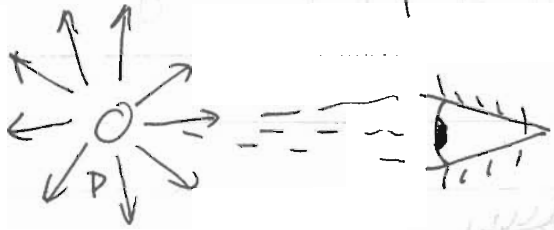
Mešanje barv: pokaži aditivno mešanje barv



Iz osnovnih barv rdeče, modre in zelene lahko sestavimo celo paleto barv.

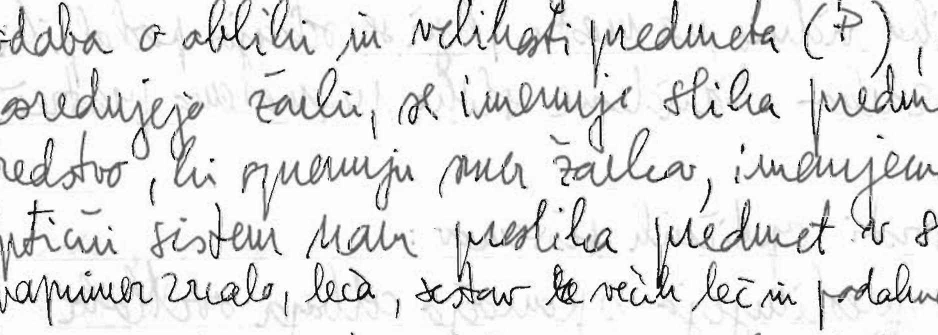
10. GEOMETRIJSKA OPTIKA

Optično preslikavanje in dajemanje slike:
Predmet vidimo, če od predmeta prihaja svetloba do naših oči. Predmet vidimo v pravi podobi in na pravem mestu, če se smer žarkov na poti od predmeta do nas ne spremeni.



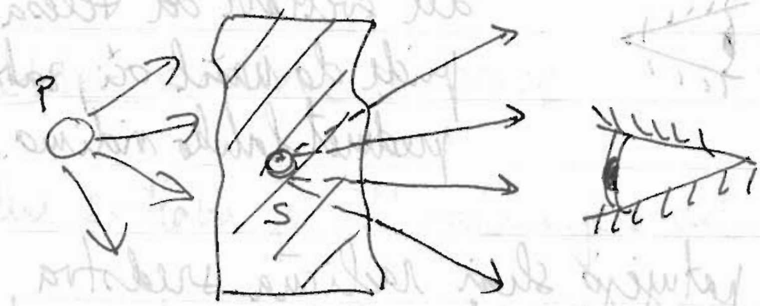
del svetlobe od telesa pride do naših oči, zato predmet lahko vidimo.

Če žarki od predmeta potujejo skozi različna sredstva, ki spremenijo njihovo smer (odboj ali lom), se naša predstava o velikosti, legi in obliki predmeta spremeni. Podoba o obliki in velikosti predmeta (P), ki nam jo posredujejo žarki, se imenuje slika predmeta (S). Sredstvo, ki spremeni smer žarkov, imenujemo optični sistem. Optični sistem nam preslika predmet v sliko. Optični sistem je naprimer zrcalo, leča, sestav več leč in podobno.
Poznamo dve vrsti slik: pravo (realno) sliko in navidezno (virtualno) sliko.
<u>Pravo (realno) sliko</u> predmeta daje optični sistem, ki žarke zbira, tako da izhajajo konvergentni žarki!



Slike posameznih točk predmeta nastanejo na mestih, kjer se žarki sekajo. Realno sliko vedno lahko prestrežemo na zaslon, ki ga postavimo na mesto, kjer nastane slika.

Navidezno (virtualno) sliko predmeta dobimo iz optičnega sistema, iz katerega izhajajo divergentni žarki:



navidezna slika

Navidezno sliko vidimo na mestu, kjer se sekajo podaljški izstopajočih žarkov. Navidezne slike ne moremo prestreči na zaslon.

Ločimo dve vrsti optičnih sistemov:

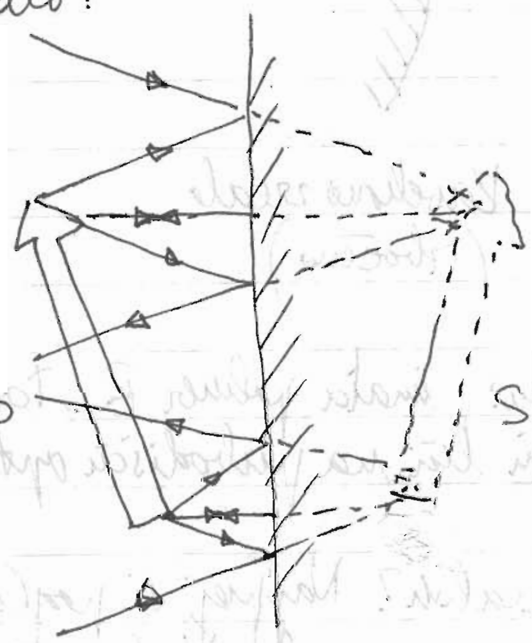
a) sistemi, ki preslikujejo s pomočjo odboja svetlobe (zrcala)

b) sistemi, ki preslikujejo s pomočjo loma svetlobe (leče)

Ravno in krogelno zrcalo

Zrcalo je ravna površina, ki odbija svetlobo. Žarki, ki padajo pod nekim kotom glede na pravokotnico na zrcalo, se odbijejo pod enakim kotom.

Ravno zrcalo:

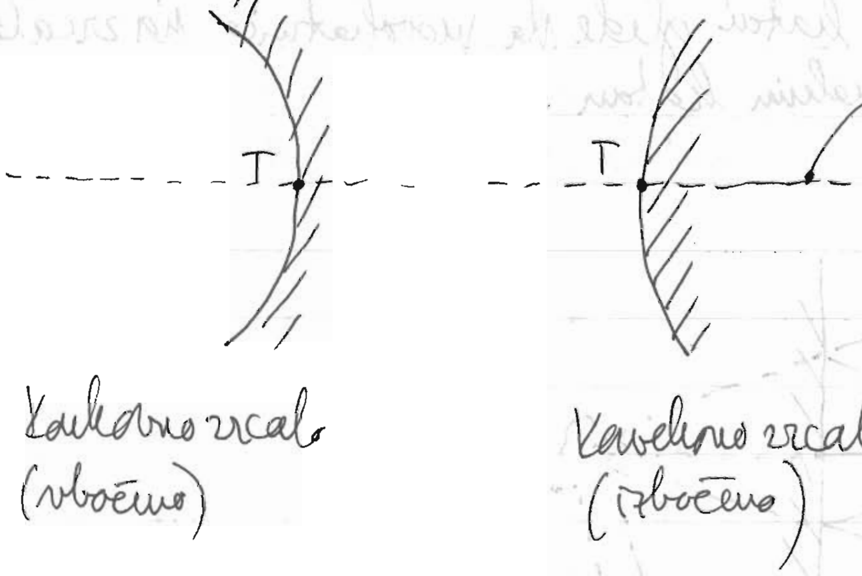


Slika posameznih točk predmeta nastanejo v presečiščih podaljškov odbitih žarkov. Slika je navidezna in pokončna, nastane na na drugi strani zrcala. Je enako velika, enako usmerjena in enako oddaljena od zrcala kot predmet.

Primer: človek v zrcalu

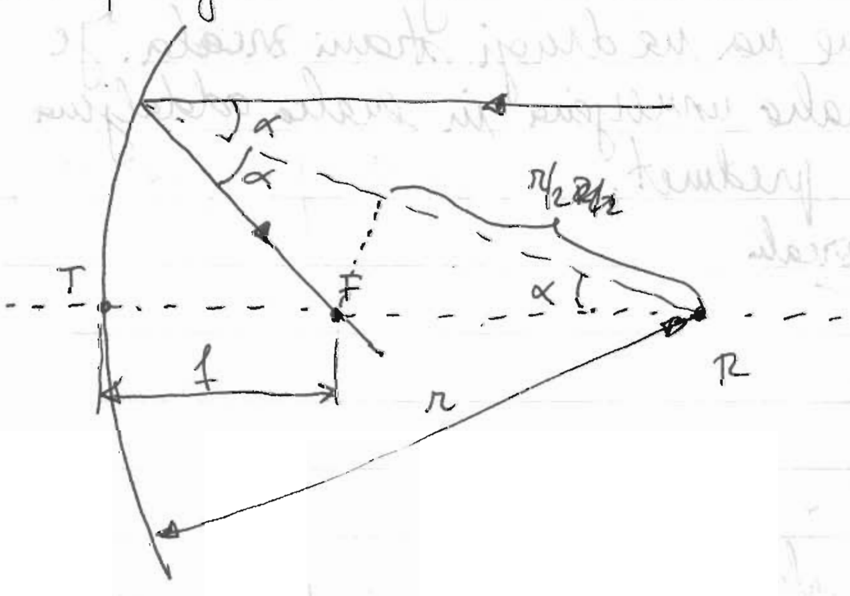
Človek vidi sebe v zrcalu pod kotom α. Slika je navidezna. Pod istim kotom bi videl sam sebe 18
zrcala

Krogelno zrcalo je oblikovano po krogelni površini ki odbija žarke. Ločimo konkavna (vbočena) in konveksna (izbočena) zrcala



Ker sta obe zrcali krogelni imata polmer R. Točka T predstavlja teme zrcala in leži na presečišču optične osi z zrcalom.

Kako nastane slika pri zrcalih? Najprej si poglejmo potek žarkov pri konkavnem zrcalu. Vedno rišemo potek dveh žarkov: (a) žarki vzporedni z optično osjo in (b) žarki, ki gredo skozi teme zrcala.

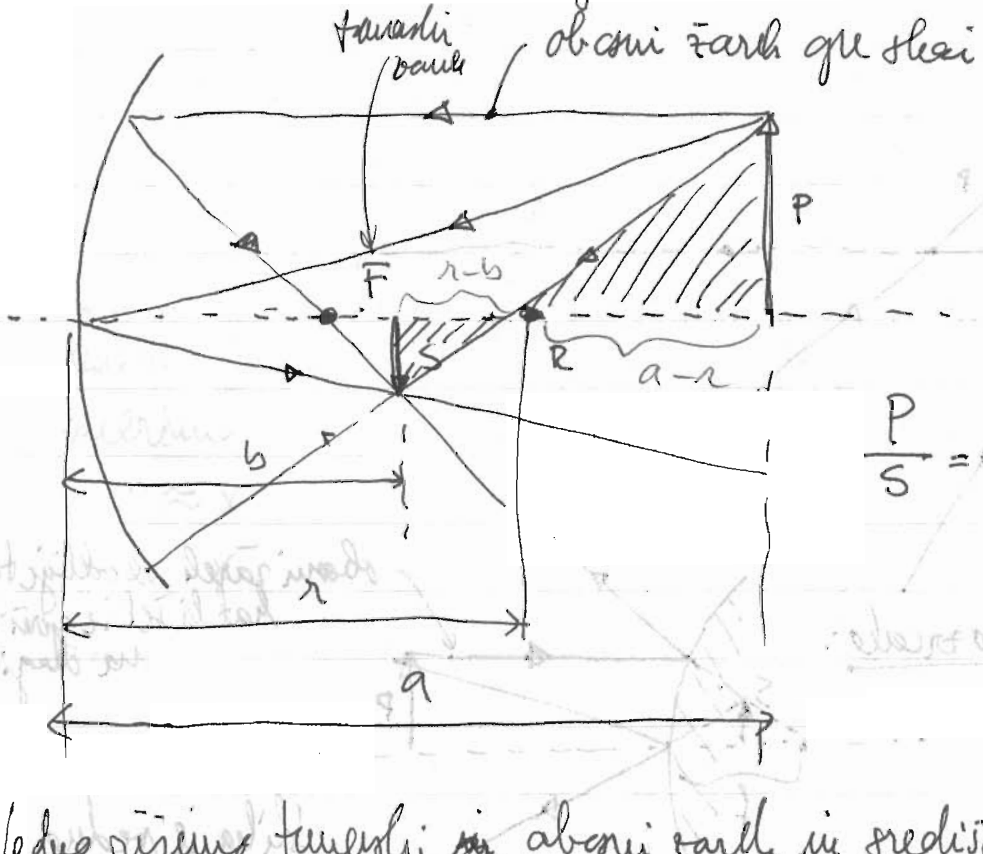


Velja $\dfrac{\frac{r}{2}}{r-f} = \cos\alpha$ ali $f = r\left(1 - \dfrac{1}{2\cdot\cos\alpha}\right)$

Če se omejimo na zelo majhne kote, $\alpha \approx 0$, $\Rightarrow \cos\alpha \approx 1$ in dobimo:

$$\boxed{f = \frac{r}{2}}$$

Gorišče konkavnega krogelnega zrcala je na polovici krivinskega radija zrcala. V tej točki se sekajo vsi žarki, ki se širijo vzporedno z optično osjo.
Poglejmo, kakšno sliko daje konkavno zrcalo.
Predmet P postavimo v razdaljo a od temena zrcala.
Slika S nastane v razdalji b od temena:



$$\frac{P}{S} = \frac{a}{b} = \frac{a-r}{r-b}$$

Vedno rišemo temenski ~~in~~, obsevni žarek in središčni žarek!

ali $ab - br = ar - ab$

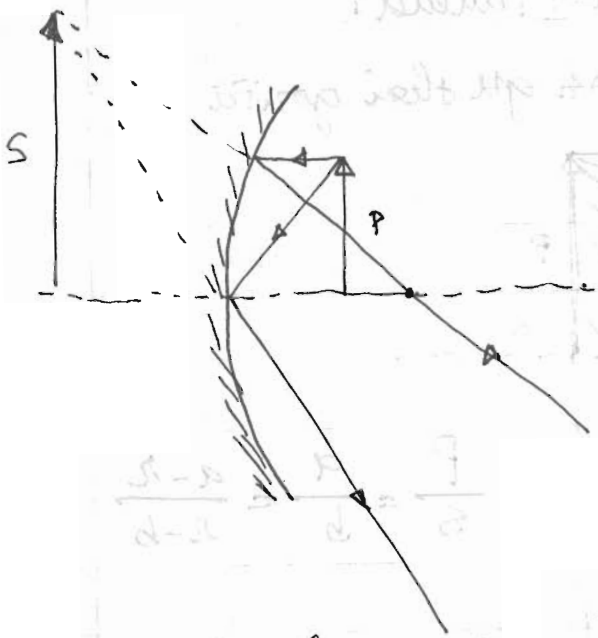
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$$

$$\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}}$$

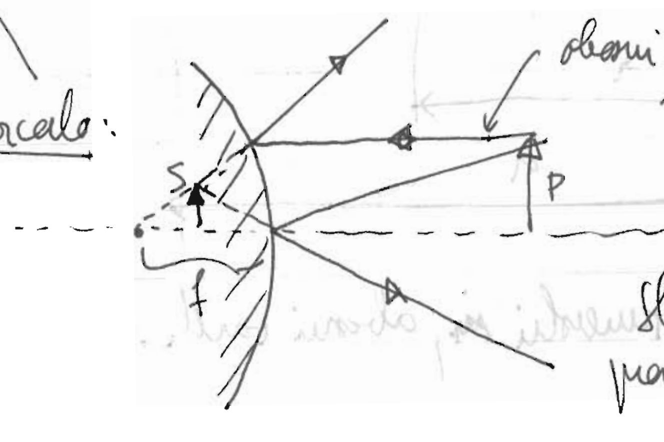
enačba konkavnega krogelnega zrcala.

Povečavo definiramo kot $M = \frac{S}{P} = \frac{b}{a}$

Konkavno zrcalo nam torej da pravo sliko, ki je obrnjena na glavo, če je $a > f$. Če je $a < f$, je slika pravilno obrnjena in navidezna:



Kaj pa konveksno zrcalo:

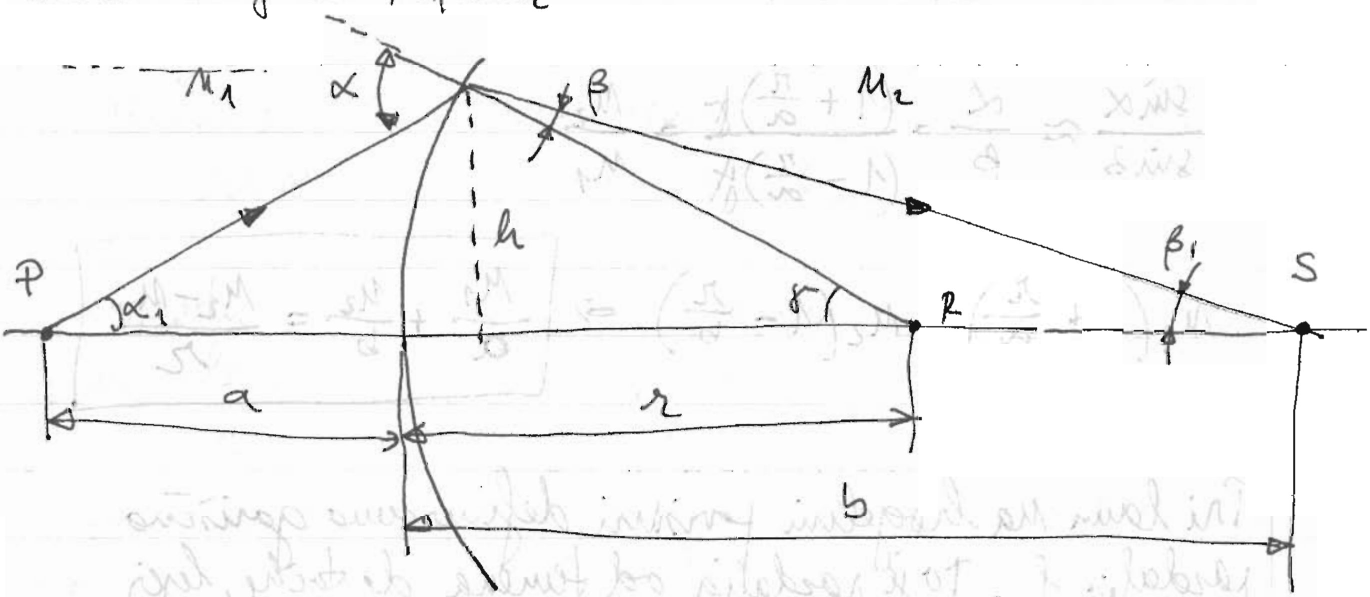


obomi žarek se odbije tako, kot bi šel iz gorišča na drugi str.

Slika je vedno pravilno obrnjena.

Lom na krogelni površini leče

Vzemimo krogelno površino leče iz stekla z lomnim količnikom n_2. Radij krogelne leče naj bo r. Poglejmo, kako se lomijo žarki. Naj bo $n_1 < n_2$:



Žarki, ki izhajajo iz predmeta P se na krogelni površini lomijo tako, da se na drugi strani zberejo v točki S. Vzemimo, da je kot α_1, pod katerim padejo žarki na krogelno površino majhen, tako da pri merjenju oddaljenosti predmeta (a) in slike (b) ukrivljenost površine zanemarimo in merimo vse od temena zrcala. Pri majhnih kotih velja

$\sin x \approx x$

$\operatorname{tg} x \approx x$

Veljajo zveze: $$h \approx a \cdot \operatorname{tg}\alpha_1 = r \cdot \operatorname{tg}\gamma \approx b \cdot \operatorname{tg}\beta_1$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha_1 = \frac{r}{a}\cdot\gamma \quad \text{in} \quad \beta_1 = \frac{r}{b}\cdot\gamma$$

Velja še: $$\alpha = \alpha_1 + \gamma = \frac{r}{a}\cdot\gamma + \gamma = \left(1 + \frac{r}{a}\right)\cdot\gamma$$

in $\quad \gamma = \beta_1 + \beta \Rightarrow \beta = \gamma - \beta_1 = \left(1 - \frac{r}{b}\right)\cdot\gamma$

Velja lomni zakon:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \approx \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\left(1+\frac{r}{a}\right)\cancel{\gamma}}{\left(1-\frac{r}{a}\right)\cancel{\gamma}} = \frac{n_2}{n_1}$$

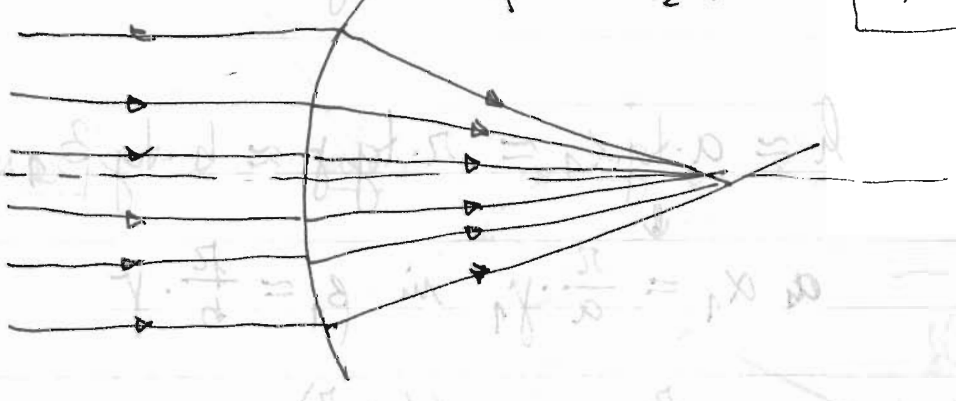
$$n_1\left(1+\frac{r}{a}\right) = n_2\left(1-\frac{r}{b}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2-n_1}{r}}$$

Tri lomu na krogelni ploskvi definiramo goriščno razdaljo f. To je razdalja od temena do točke, kjer nastane slika neskončno oddaljenega predmeta: $a\to\infty$

Če je $a\to\infty \Rightarrow \frac{n_1}{a}\to 0$ in imamo

$$\frac{n_2}{b} = \frac{n_2-n_1}{r} \qquad b \equiv f$$

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2-n_1}{n_2\cdot r} \Rightarrow \boxed{f = \frac{n_2}{n_2-n_1}\cdot r}$$

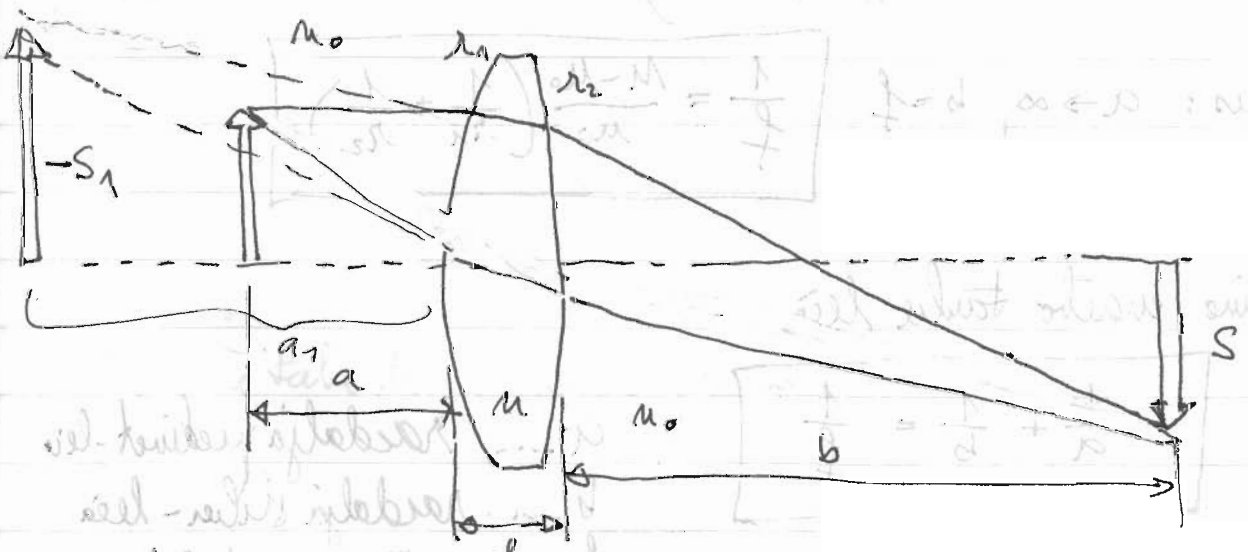


$$\frac{1.5}{1.5-1}\cdot r = \frac{1.5}{0.5}\,r = \underline{\underline{3r}}$$

Tanke leče

Z izrazom leča razumemo prozorno snov, ki jo omejujeta dve ukrivljeni (npr. krogelni) ploskvi. Leča je tanka, če lahko njeno debelino zanemarimo v primerjavi s krivinskima polmeroma obeh mejnih ploskev ter v primerjavi z razdaljami predmetov in slik. Zaradi tega je vseeno, ali razdalje merimo od sredine leče ali od njenih teme.

Pri prehodu skozi lečo se žarek dvakrat lomi. Najprej opišemo lečo, ki je na obeh straneh izbočena, imenujemo jo bikonveksno lečo. Naj bo r_1 polmer prve ploskve, r_2 druge, n pa lomni količnik leče, n_0 pa lomni količnik okolice leče.



Lom na prvi ploskvi preslika predmet P v virtualno sliko S_1, ki je za a_1 oddaljena od temena prve ploskve

$$\frac{n_0}{a} + \frac{n}{a_1} = \frac{n - n_0}{r_1}$$

Slika S_1 služi kot predmet za lom na drugi površini leče. Če lom na prvi površini da pozitivni a_1, moramo za lom na drugi površini vstaviti $a=-a_1$, saj v tem primeru padajo na površino konvergentni žarki. Tudi drugi krivinski radij je negativen $(-r_2)$.

$$\frac{n}{-a_1} + \frac{n_0}{b} = \frac{n_0 - n}{(-r_2)} \qquad (a = -a_1)$$

Enačbi seštejemo:

$$\left.\begin{aligned} \frac{n_0}{a} - \frac{n}{a} &= \frac{n - n_0}{r_1} \\ \frac{n}{a} + \frac{n_0}{b} &= \frac{n - n_0}{r_2} \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{n_0}{a} + \frac{n_0}{b} = (n - n_0)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{n - n_0}{n_0}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

fokus: $a \to \infty$, $b = f$ $\quad \boxed{\frac{1}{f} = \frac{n - n_0}{n_0}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}$

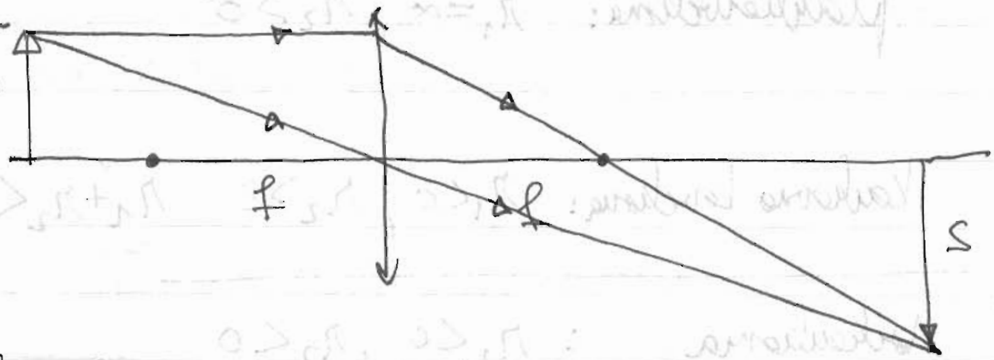
Dobimo enačbo tanke leče:

$$\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}}$$

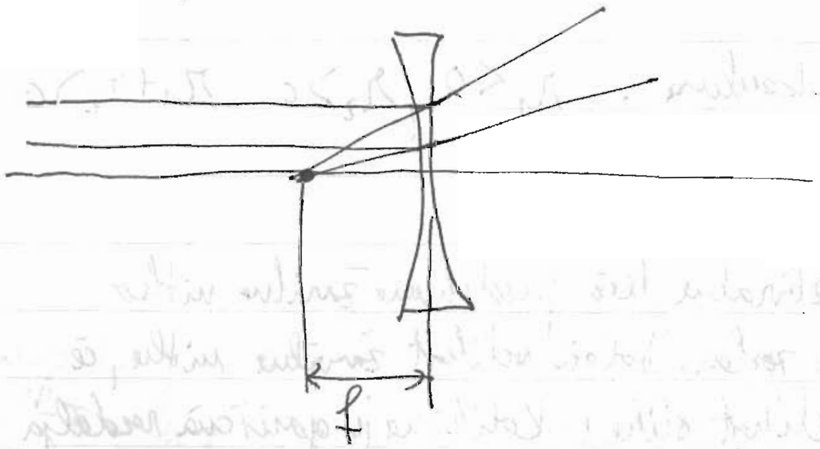
a .... razdalja predmet-leča
b .... razdalja slika-leča
f .... goriščna razdalja

Goriščna razdalja f je razdalja od leče do mesta, v katerem nastane slika neskončno oddaljenega predmeta.

Pri načrtovanju slike vedno rišemo aberni in temeolni žarek.



Pri konveksni leči torej nastane realna in obrnjena slika, če je $a > f$. Taka leča je zbiralna leča.
Primer razpršilne leče: bikonkavna leča (dvakrat vbočena)



Gorišče take leče je na nasprotni strani.

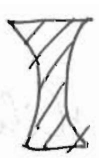
Vrste leč:

bikonveksna: $r_1>0$, $r_2>0$

ZBIRALNE

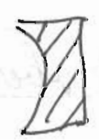
plankonveksna: $r_1=\infty$, $r_2>0$

konkavno konveksna: $r_1<0$, $r_2>0$ $\quad r_1+r_2<0$



bikonkavna: $r_1<0$, $r_2<0$

RAZPRŠILNE



plankonkavna: $r_1<0$, $r_2=\infty$

konveksno-konkavna: $r_1<0$, $r_2>0$ $\quad r_1+r_2>0$

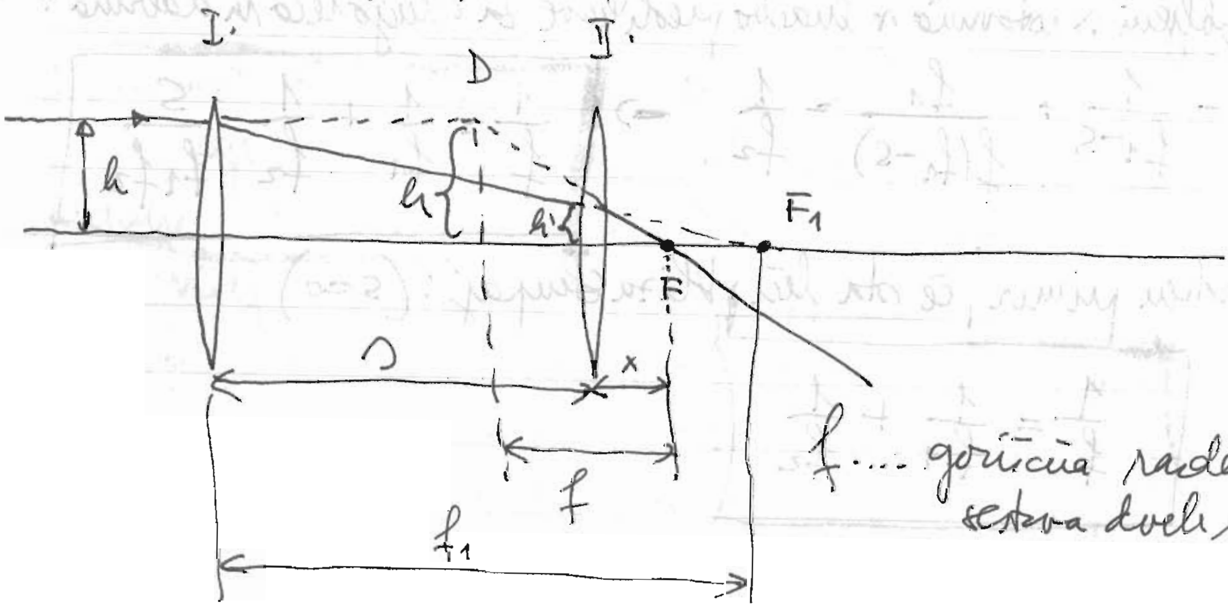
Primer: S pomočjo zbiralne leče preslikamo žarilno nitko žarnice na prosojen zaslon. Določi velikost žarilne nitke, če poznaš a, b, in velikost slike! Kolikšna je goriščna razdalja leče, ki si jo uporabil?

$$\frac{P}{S}=\frac{a}{b} \Rightarrow \boxed{P=S\cdot\frac{a}{b}}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow \boxed{f=\frac{ab}{a+b}}$$

Sestavi tankih leč

Sestavi leč so sestavljeni iz dveh ali več leč. Poglejmo, kako je z goriščno razdaljo takega sestava na primeru dveh leč, ki sta zelo blizu skupaj. Leči naj imata goriščno razdaljo f_1 in f_2.



f ... goriščna razdalja sestava dveh leč

Na prvo lečo pošljemo vzporedni žarek. Po lomu v prvi leči se žarek usmeri k točki F_1, ki je gorišče prve leče. Žarek naleti na drugo lečo in se na njej lomi, tako da preseka optično os v točki F, ki je gorišče sistema dveh leč. Iskana goriščna razdalja f je razdalja od F do glavne ravnine D.
Točka F_1 služi kot navidezni predmet za lom na drugi leči.
Enačba $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ za preslikavo z drugo lečo je

$$-\frac{1}{(f_1 - s)} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f_2}$$

Točka F_1 služi kot navidezni predmet za lom na drugi leči. x je oddaljenost gorišča F od desne leče, predznak (−) v prvem členu postavimo, ker je navidezni predmet na isti strani leče kot slika.

Zvezo med x in f dobimo s pomočjo podobnih trikotnikov:

$$\frac{h}{f_1} = \frac{h'}{f_1 - s} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{f_1}{f_1 - s}$$

$$\frac{h}{f} = \frac{h'}{x} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{f}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{f(f_1 - s)}{f_1}$$

Dobljeni x vstavimo v enačbo preslikave za drugo lečo in dobimo:

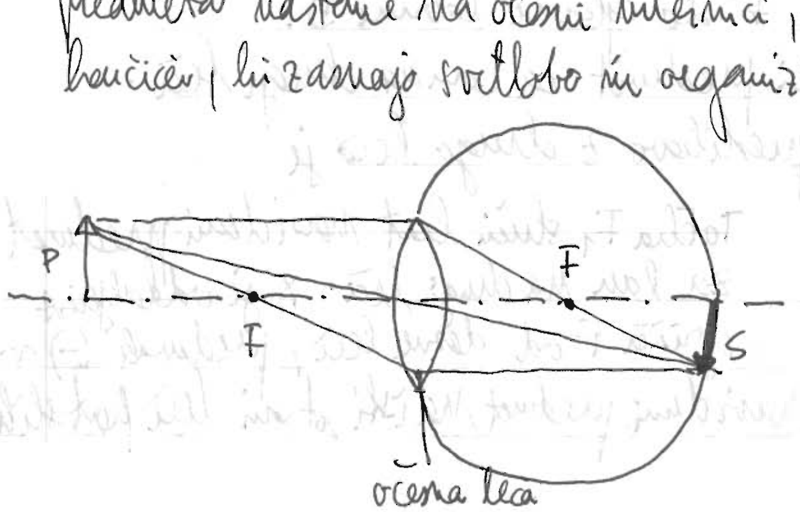
$$-\frac{1}{f_1 - s} + \frac{f_1}{f(f_1 - s)} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{s}{f_1 f_2}}$$

Poseben primer, če sta leči blizu skupaj: $(s=0)$

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$

Oko in očala

Človeško oko ima dva zelo pomembna dela: očesno lečo in mrežnico. Očesna leča služi za preslikavo predmetov. Slika predmeta nastane na očesni mrežnici, kjer je sistem živčnih končičev, ki zaznajo svetlobo in organizirajo sliko.



Slika S je obrnjena na glavo.

Premer očesa ~23 mm

Leča je prožna in ji je mogoče spreminjati goriščno razdaljo, tako da sliko izostrimo na mrežnico. Velja tudi enačba

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b_0}=\frac{1}{f}$$

b_0 .... razdalja med lečo in mrežnico. To je stalna razdalja ~20 mm

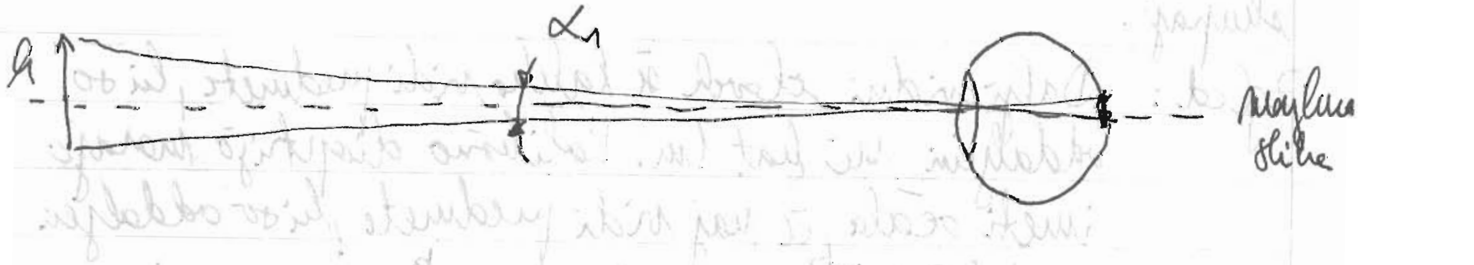
a .... razdalja predmet - oko

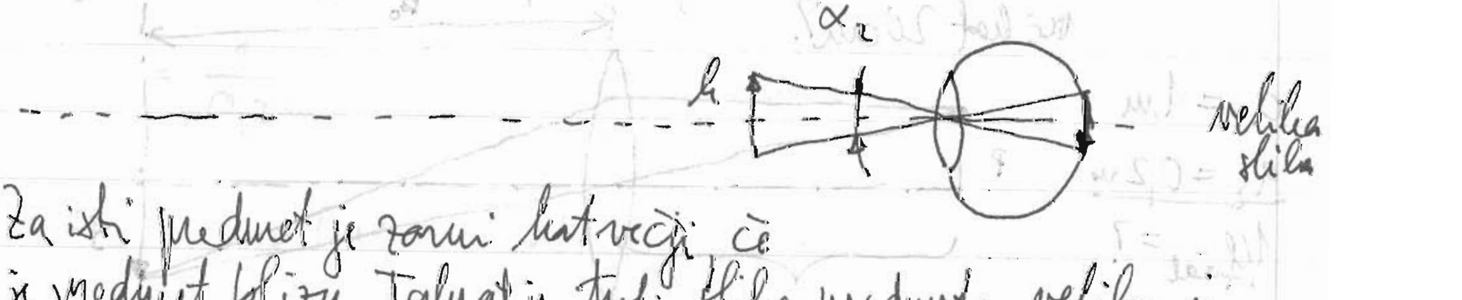
f .... goriščna razdalja

Če je predmet blizu (majhen a), mora biti tudi f majhen, zato se leča „napihne". To je mogoče do neke minimalne razdalje $a_0 \simeq 25$ cm pri odraslem človeku. Če je predmet bližje, ga ni mogoče razločno videti.

Zorni kot očesa je kot, pod katerim vidimo predmete. Za oddaljene predmete je ta kot majhen, za bližje predmete pa je ta kot lahko velik,

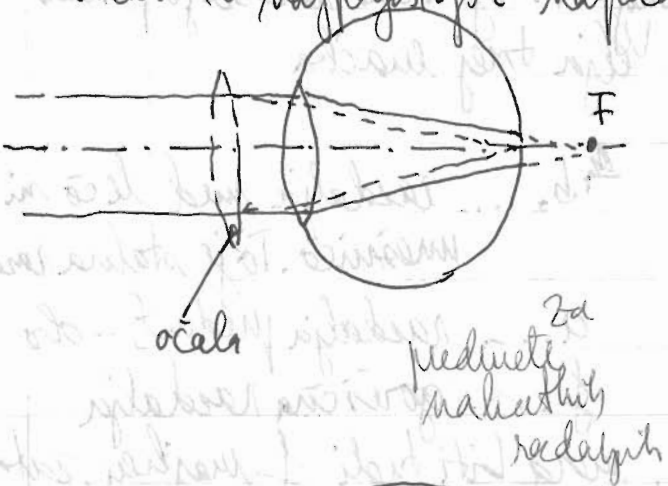
α_1 ... zorni kot



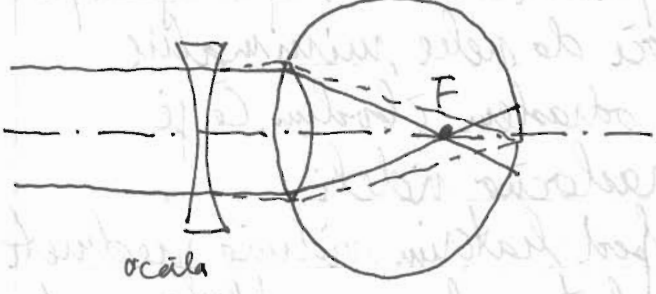


Za isti predmet je zorni kot večji če je predmet blizu. Takrat je tudi slika predmeta velika in predmet dobro razločimo.

Pri očesu so najpogostejše napake daljnovidnost in kratkovidnost



Pri daljnovidnem očesu se leča ne more zbočiti, zato nastane slika za očesno mrežnico. To se pojavi s starostjo, ko leča ni več tako prožna. Napako popravimo z zbiralno lečo, ki malo skrajša goriščno razdaljo.

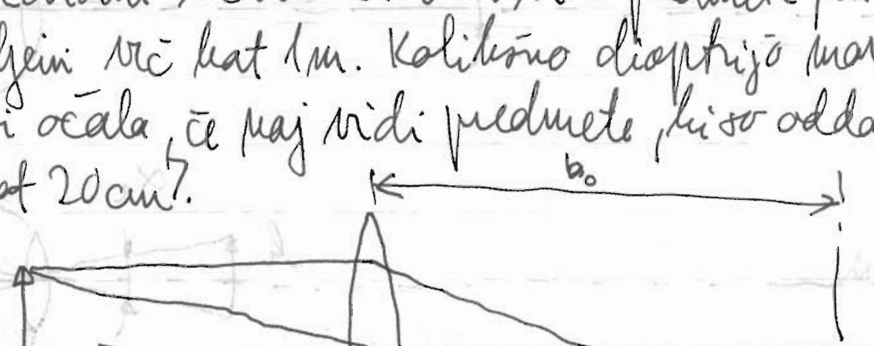


Pri kratkovidnem očesu ne vidimo ostro oddaljenih predmetov zaradi tega, ker se leča ne more sploščiti. Napako popravimo z razpršilno lečo.

Očala in oko obravnavamo kot sistem leč, ki sta zelo blizu skupaj.

Zgled: Daljnovidni človek še lahko vidi predmete, ki so oddaljeni več kot 1 m. Kolikšno dioptrijo morajo imeti očala, če naj vidi predmete, ki so oddaljeni več kot 20 cm?

$a_1 = 1\,m$
$a_2 = 0{,}2\,m$
$1/f_{očal} = ?$



b_o ... razdalja leča – mrežnica

Za očesno lečo velja enačba leče:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_o} = \frac{1}{f_{oko}}$$

Za najmanjšo razdaljo a_1 bo imelo oko najmanjšo goriščno razdaljo f_{oko}^{min}

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_0} = \frac{1}{f_{oko}^{min}}$$

Dodamo še eno lečo z goriščno razdaljo $f_{očala}$

Velja

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_{oko}} + \frac{1}{f_{očal}} \Rightarrow \frac{1}{f_{min}} = \frac{1}{f_{oko}^{min}} + \frac{1}{f_{očala}}$$

in nova najmanjša razdalja je

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_0} = \frac{1}{f_{min}} = \frac{1}{f_{oko}^{min}} + \frac{1}{f_{očala}}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_0} &= \frac{1}{f_{oko}^{min}} \\ \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_0} &= \frac{1}{f_{oko}^{min}} + \frac{1}{f_{očala}} \end{aligned}\right\} \text{odštejemo}$$

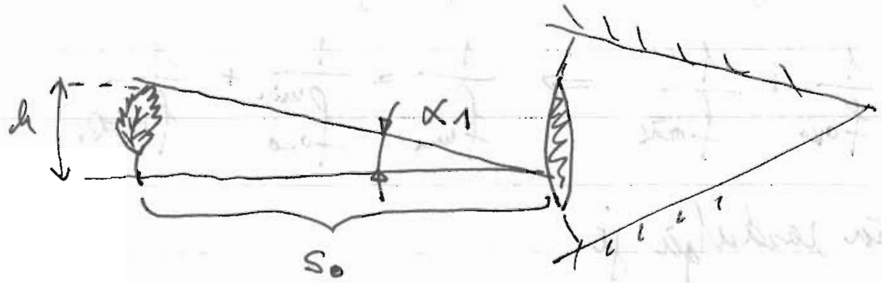
$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = -\frac{1}{f_{očal}} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{f_{očal}} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1}}$$

$$\frac{1}{f_{očal}} = \frac{1}{0{,}2\,m} - \frac{1}{1\,m} = 5\,m^{-1} - 1\,m^{-1} = 4\,m^{-1}$$

Očala morajo imeti dioptrijo 4.

Lupa

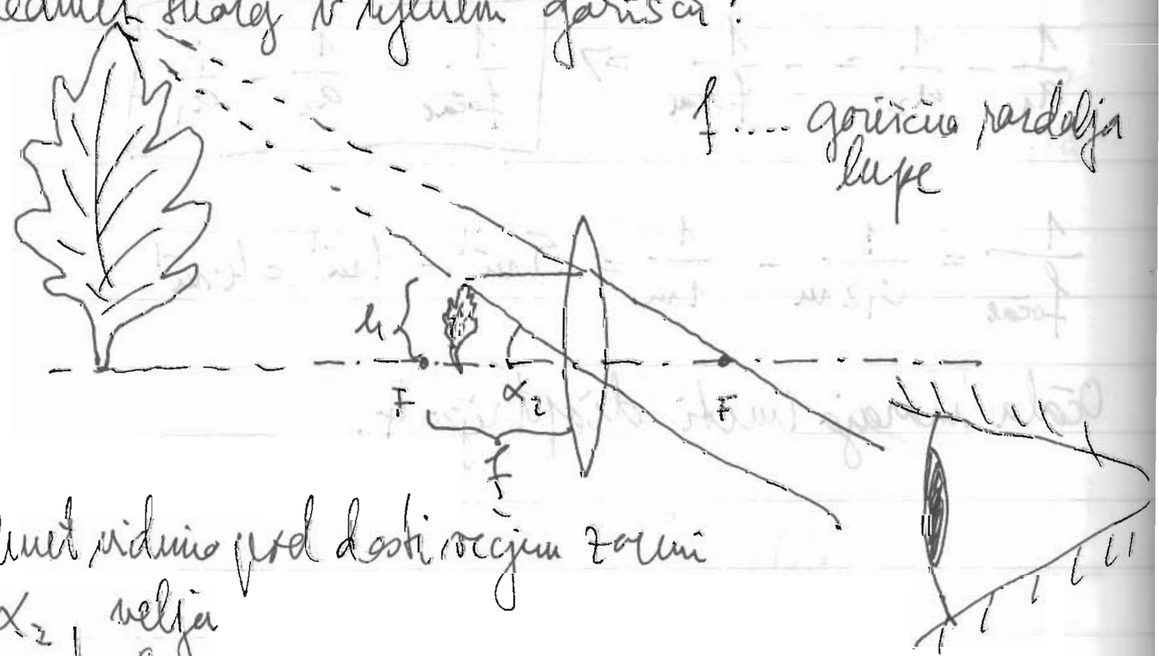
Lupa je preprosta zbiralna leča s kratko goriščno razdaljo, ki jo damo pred oko. Lupa povečuje predmete, torej poveča zorni kot, pod katerim vidimo predmet. Vzemimo predmet višine h :



Predmet vidimo pod največjim zornim kotom, če ga približamo v najmanjšo še vidno razdaljo $s_0 \approx 25cm$.
Velja:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{h}{s_0}$$

Sedaj pa damo pred oko zbiralno lečo in sicer tako, da je predmet skoraj v njenem gorišču:



Sedaj predmet vidimo pod dosti večjim zornim kotom α_2, velja

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{h}{f}$$

Povečava lupe je razmerje: $M = \frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{h}{f} \cdot \frac{1}{\frac{h}{s_0}} = \frac{s_0}{f}$

$$\boxed{M = \frac{s_0}{f}}$$

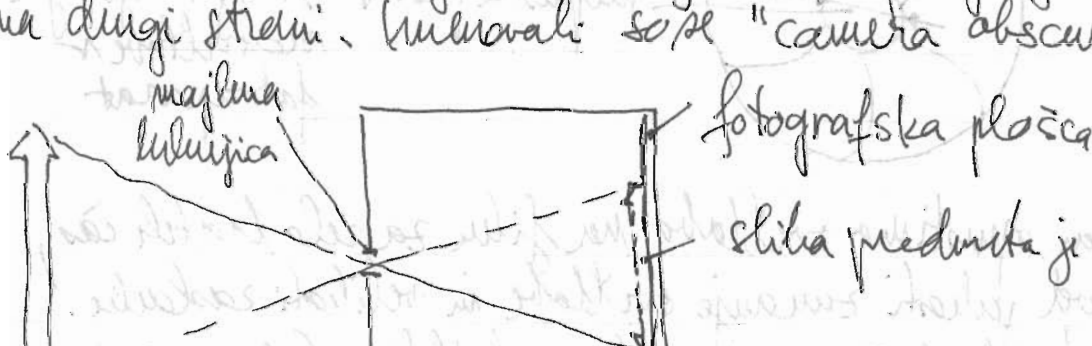
M ..... povečava (kolikokrat večji se nam zdi predmet)

s_0 ..... najmanjša vidna razdalja (~25cm)

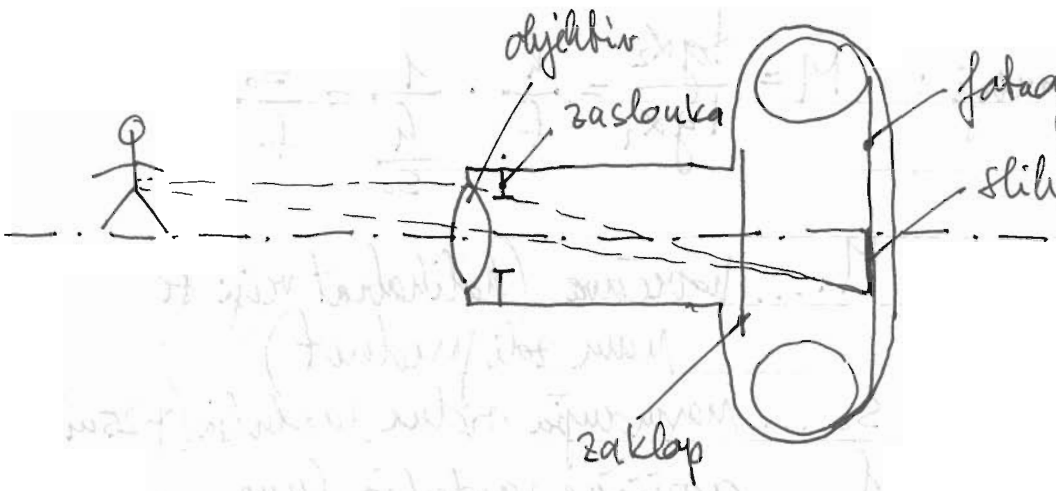
f ..... goriščna razdalja lupe.

Fotoaparat

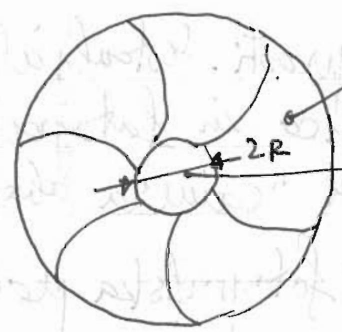
Prvi fotoaparati so bili zelo preprosti. Sestavljala jih je temna škatla z majhno luknjico in fotografsko ploščo na drugi strani. Imenovali so jo "camera obscura" (temna soba)



Moderni fotoaparati imajo objektive namesto majhne luknjice. Objektivi zajamejo dosti več svetlobe. Sestavljeni so iz večjega števila leč, ki so tako izbrane, da se njihove napake kompenzirajo.



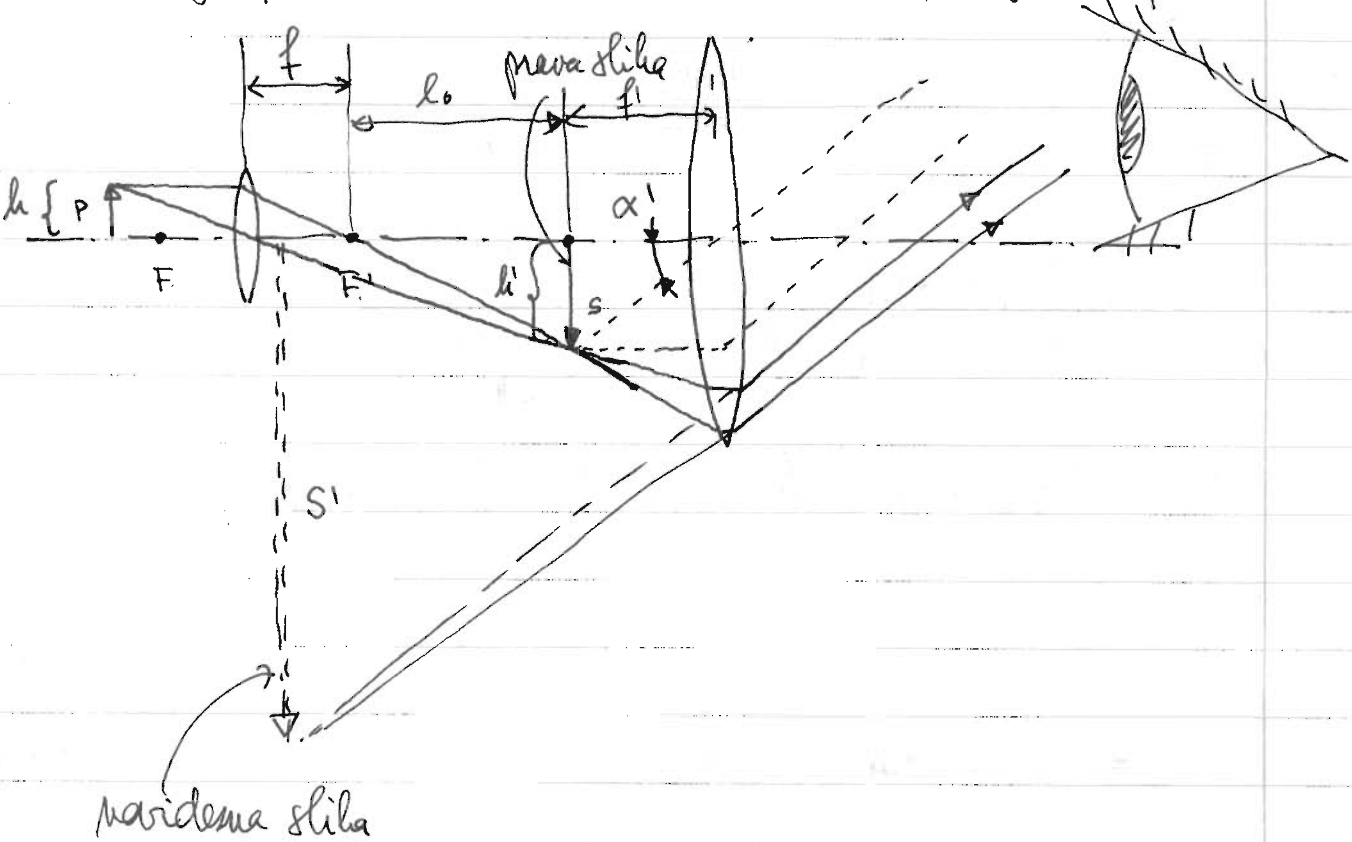
Z objektivom sliko izostrimo (nastavimo razdaljo med objektivom in filmom). Z zaslonko izberemo množino svetlobe, ki gre v objektiv:



Z zaklopom spustimo svetlobo na film za zelo kratek čas, odvisno od jakosti zunanje svetlobe in velikosti zaslonke.
Pri objektivih ločimo normalne objektive ($f \approx 55$mm), teleobjektive ($f > 100$mm) in širokokotne objektive ($f \lesssim 30$mm).
To so objektivi, ki imajo stalno goriščno razdaljo.
Obstajajo še objektivi, pri katerih lahko goriščno razdaljo spreminjamo: ZOOM objektivi.
Svetlobna jakost objektiva: $\frac{2R}{f}$, npr. 1:2,8, 1:3,5 ipd.
Pove kako velike so leče in koliko svetlobe lahko spravimo.
Če je velika svetl. jakost, potem lahko slikamo pri nižji osvetljenosti.

Mikroskop

Mikroskop je optična naprava, ki je sestavljena iz dveh leč: okularja in objektiva. Namen mikroskopa je opazovanje zelo majhnih predmetov. Predmete postavimo zelo blizu goriščne razdalje objektiva. Za objektivom nastane povečana in realna slika predmeta. Okular postavimo tako, da je njegova goriščna razdalja v točki, kjer nastane slika predmeta. V okularju potem vidimo navidezno sliko, ki je zelo povečana:



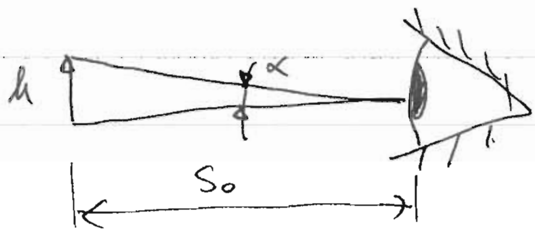
Pravo sliko vidimo pod kotom α'. Izračunati moramo torej višino realne slike h', goriščno razdaljo okularja f' poznamo, tako da je

$$\tan\alpha' = \frac{h'}{f'}$$

Povečava mikroskopa je definirana kot

$$M = \frac{tg\alpha'}{tg\alpha}$$

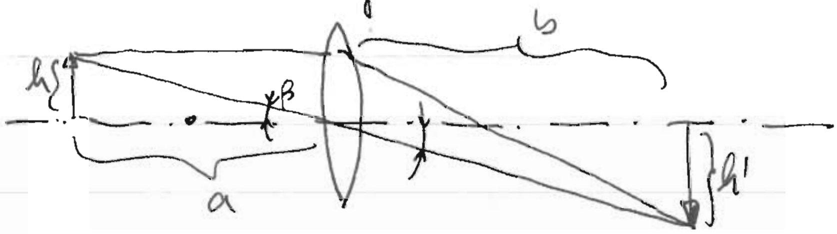
α..... zorni kot, pod katerim vidimo predmet v najmanjši mači razdalji



s_0 ... 25cm

$$tg\alpha = \frac{h}{s_0}$$

Izračunati moram torej velikost slike h':



Velja: $tg\beta = \frac{h}{a} = \frac{h'}{b} \Rightarrow h' = h \cdot \frac{b}{a} = h\,\frac{(b-f)\,b}{\cancel{b}\, f \cdot b} =$

Velja $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b} = \frac{b-f}{f \cdot b}$ $\boxed{h' = h\,\frac{b-f}{f}}$

$b - f = l_0$ razdalja med goriščema ~~obeh~~ okul. in objektiva

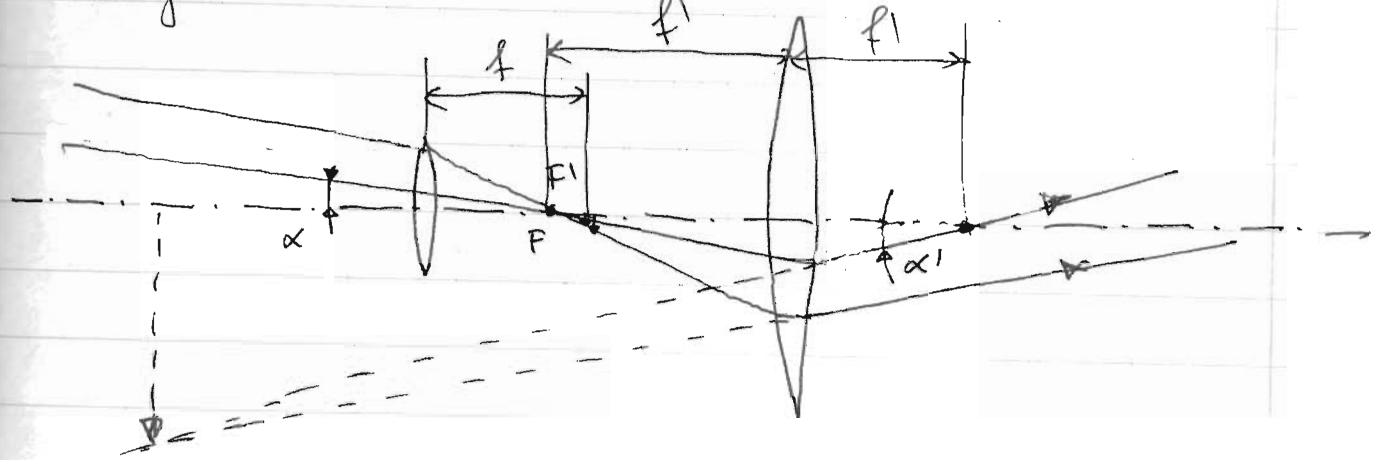
Dobim $M = \frac{tg\alpha'}{tg\alpha} = \frac{h' \cdot s_0}{f' \cdot h} = \frac{s_0}{f'} \cdot \frac{b-f}{f} = s_0 \cdot \frac{l_0}{f \cdot f'}$

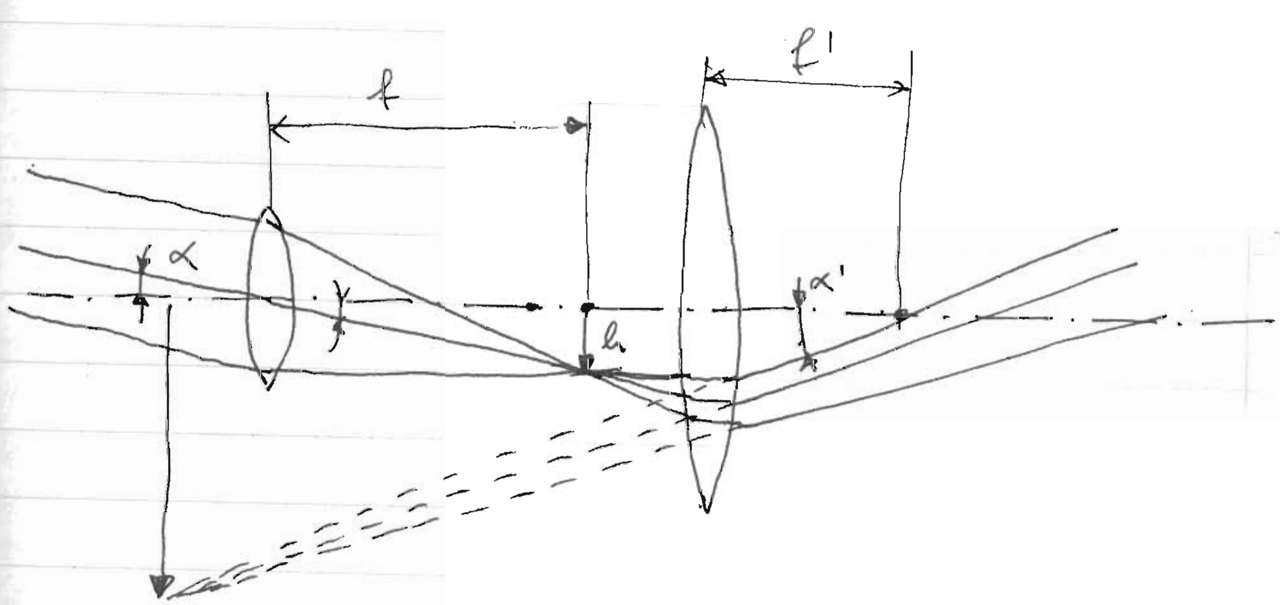
$$\boxed{M = s_0 \cdot \frac{l_0}{f \cdot f'}}$$

Velika razdalja l_0 in kratke goriščne razdalje f in f' nam da veliko povečavo

Daljnogled

Daljnogled je podobno kot mikroskop sestavljen iz objektiva in okularja. Razlika je v tem, da pri daljnogledu gledamo zelo oddaljene predmete. Njihova slika nastane zelo blizu gorišča objektiva in je prava slika. To sliko potem opazujemo z okularjem, ki je postavljen tako, da je slika v gorišču okularja.





Velja

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{f} \qquad M = \frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{h}{f'} \cdot \frac{1}{\frac{h}{f}} = \frac{\frac{1}{f'}}{\frac{1}{f}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha' = \frac{h}{f'}$$

$$\boxed{M = \frac{f}{f'}}$$

velik f, majhen f' nam da veliko povečavo