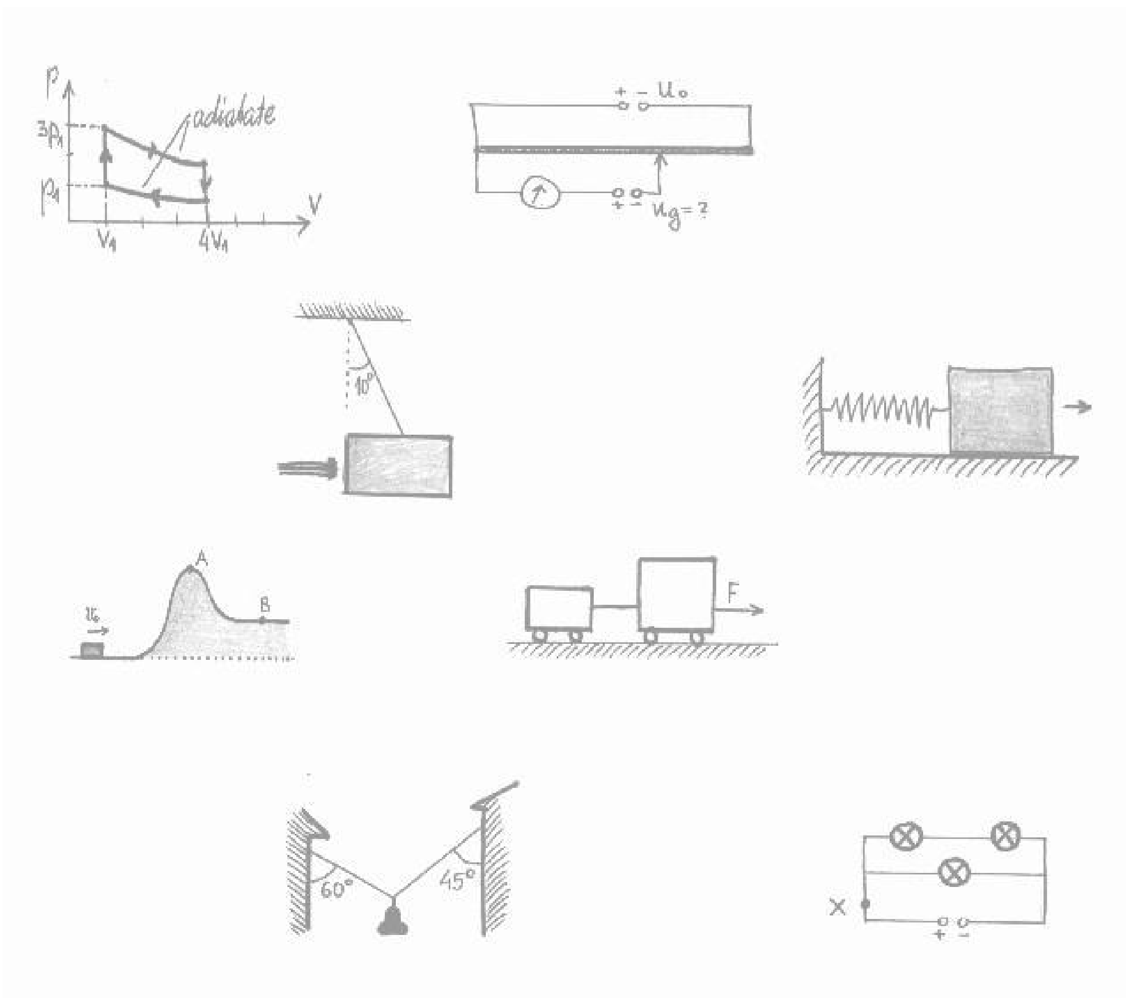
FIZIKA

Za ġtudente visokoġolskega strokovnega ġtudija
VARSTVO PRI DELU in POĢARNO VARSTVO



Igor Serġa

Ljubljana, 2008

Kazalo

Zahvaljujem se Barbari Grobelnik za kritiļ no branje skripte in mnoge koristne popravke.

Uvod

Fizika je ena od osnovnih naravoslovnih ved. Njeni zaļetki segajo ģe v antiko (Aristotel, Arhimed), ponoven razcvet pa je doģivela v 17. stoletju predvsem na podroļju mehanike in astronomije (Newton, Kepler, Hooke, é). V 18. in 19. stoletju sta se razvili najprej termodinamika in nato ģe elektrika. Brez obeh si teģko predstavljamo danaģnjo industrijsko druģbo in naļin ģivljenja, kot ga imamo. 20. stoletje je prineslo razvoj moderne fizike. Na eni strani obravnava teorija relativnosti pojave, povezane z gibanjem pri zelo visokih hitrostih, (primerljivih s hitrostjo svetlobe), na drugi strani pa kvantna fizika obravnava svet zelo majhnih delcev, kot so atomi in jedra.

Fizika temelji na opazovanju narave. Na osnovi opazovanj se oblikujejo fizikalni modeli, ki bolj ali manj toļno opisujejo dogajanje v naravi. Osnovna fizikalna spoznanja so zajeta v fizikalnih zakonih in izrekih.

Vsaka meritve je sestavljena iz:
fizikalne koliļine (l, d, S, é), merskega ģtevila (1,34; 4,5 10^{-9}; é) in merske enote (m, s, é)

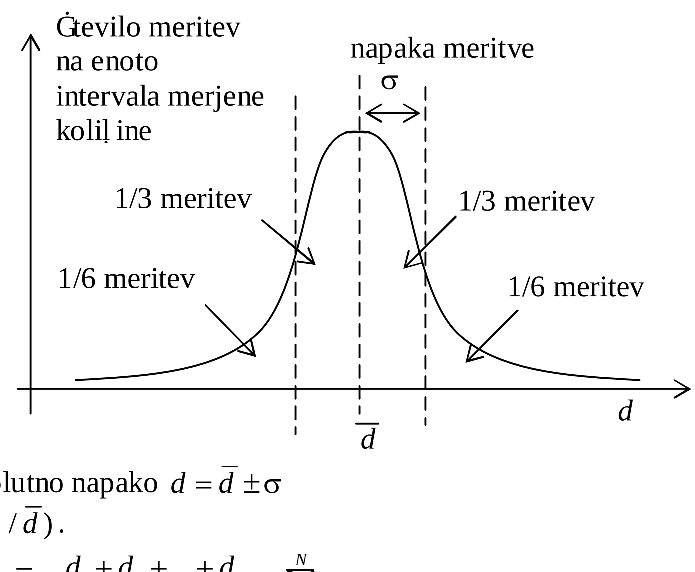
$$d = 1{,}34\ m$$

Poznamo osnovne fizikalne enote:
m ï meter (enota za dolģino)
s ï sekunda (enota za ļas)
kg ï kilogram (enota za maso)
K ï kelvin (enota za temperaturo)
A ï amper (enota za elektriļni tok)
kmol ï kilomol (enota za mnoģino snovi)

Vse ostale fizikalne enote so sestavljene iz osnovnih. Primer: ploģļina pravokotnika $S = a\ b$, kjer je a = 2 m in b =3 m nam da S = 2 m 3m = 6 m^2. Ploģļino torej merimo v m^2.

V enem kilomolu snovi je vedno Avogadrovo ģtevilo (N_A = 6 10^{26}) delcev. Enota atomske mase (1u) ustreza 1/12 mase ogljikovega atoma ^{12}C. V 1 kg je ravno N_A enot atomske mase.

Fizikalne enote lahko opremimo s fizikalnimi predponami (npr. 1 km = 1000 m):
10^{12} T ï tera
10^{9} G ï giga
10^{6} M ï mega
10^{3} k ï kilo
1
10^{-3} m ï mili
10^{-6} ε ï mikro
10^{-9} n ï nano
10^{-12} p ï piko
10^{-15} f ï femto



Merjenje fizikalne koliļine (d) z nakljuļno napako (σ).

Merski rezultat lahko podamo z absolutno napako $d = \bar{d} \pm \sigma$
ali pa z relativno napako $d = \bar{d}\,(1 \pm \sigma / \bar{d})$.

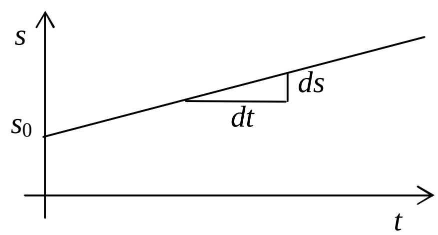
Tu je $\bar{d}$ povpreļna vrednost meritve $\bar{d} = \dfrac{d_1 + d_2 + ... + d_N}{N} = \sum_{i=1}^{N} d_i / N$

Premo gibanje

Telo se giblje premo, če se deli telesa gibljejo premo in se ob enakih časih premaknejo za enak razdalje. Premo gibanje telesa lahko natančno opišemo, če spremljamo lego (*s*) ene točke tega telesa kot funkcijo časa (*t*). Gibanje lahko podamo s tabelo ali grafom.

Enakomerno gibanje

Telo se giblje enakomerno, kadar v enakih časovnih intervalih (*ds*) naredi enake premike (*dt*). Tedaj pot narašča kot linearna funkcija časa, kvocient prirasta poti na interval časa pa imenujemo hitrost (*v*). Hitrost enakomernega gibanja je konstantna.



$$s = s_0 + vt \qquad v = \frac{s - s_0}{t} = konst.$$

Pospešeno gibanje

Kadar pot ne narašča kot linearna funkcija časa, je gibanje pospešeno. Za tako gibanje lahko izračunamo hitrost kot kvocient prirasta poti v intervalu časa, le da moramo vzeti interval časa ustrezno kratek, da je prirast poti še vedno sorazmeren s prirastom časa. Za pospešeno gibanje lahko izračunamo tudi pospešek (*a*) kot kvocient prirasta hitrosti (*dv*) v ustrezno kratkem intervalu časa (*dt*).

$$v = \frac{ds}{dt} \quad [m/s] \qquad a = \frac{dv}{dt} \quad [m/s^2]$$

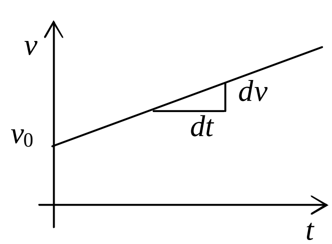
Matematično bi lahko zgoraj zapisani enačbi razumeli, kot da je hitrost odvod poti po času in pospešek odvod hitrosti po času. Torej velja tudi obratno; pot je integral hitrosti po času in hitrost je integral pospeška po času.

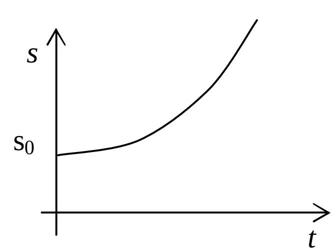
$$s(t) = s_0 + \int_0^t v(t')dt' \qquad v(t) = v_0 + \int_0^t a(t')dt'$$

Enakomerno pospešeno gibanje

Gibanje je enakomerno pospešeno, kadar je pospešek konstanten. Tedaj hitrost narašča kot linearna funkcija časa in pot kot kvadratna funkcija časa.

$$a = konst.$$
$$v = v_0 + at$$
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$





Prosti pad

Prosti pad je enakomerno pospešeno gibanje s pospeškom a=g = 9,81 m/s^2, ki kaže v smeri proti središču Zemlje. Ta pospešek je posledica težnostnega polja Zemlje in ga zato imenujemo tudi gravitacijski oziroma težni pospešek.

Krivo gibanje

V sploġnem ima lahko vsaka toļka sistema svoj tir gibanja. Ļe je telo togo, lahko gibanje razstavimo na translacijo (toļke telesa se gibljejo po vzporedno premaknjenih enakih krivuljah) in rotacijo (obstaja negibna os vrtenja telesa). Najenostavnejġi je opis krivega gibanja, ļe lahko telo obravnavamo kot toļkasto (dimenzija telesa je mnogo manjġa od razseġnosti gibanja).

Krivo gibanje lahko opiġemo z uvedbo vektorjev. Za razliko od skalarnih koliļin (masa, ļas, dolġina, é), ki imajo samo velikost, imajo vektorske koliļine (lega, hitrost, pospeġek, sila, é) tudi smer. Vektorje najlaġje opiġemo v karteziļnem koordinatnem sistemu. V tem koordinatnem sistemu veljajo za vsako komponento vektorja lege, hitrosti in pospeġka enaki zakoni kot pri premem gibanju.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad ; \quad \vec{s} = \int_0^t \vec{v}(t')dt' + \vec{s}_0$$

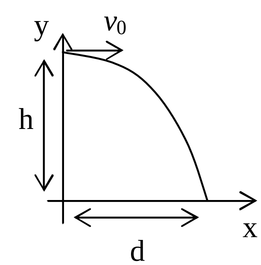
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad ; \quad \vec{v} = \int_0^t \vec{a}(t')dt' + \vec{v}_0$$

Posebni primeri krivega gibanja:

Vodoravni met

Vodoravni met je krivo gibanje, pri katerem se telo v vodoravni smeri giblje enakomerno, v navpiļni smeri pa enakomerno pospeġeno s teġnim pospeġkom g. Krivulja leta je parabola.

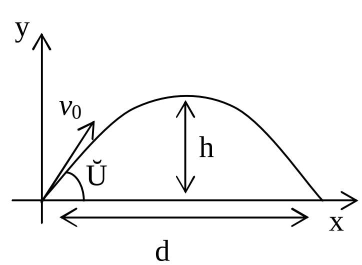
$$\vec{a} = (0, -g)$$
$$\vec{v} = (v_0, -gt)$$
$$\vec{s} = (v_0 t, h - gt^2/2)$$
$$d = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$



Poġevni met

Pri poġevnem metu je gibanje v vodoravni smeri enakomerno, v navpiļni smeri pa enakomerno pospeġeno s teġnim pospeġkom g, le da tu zaļetna hitrost v_0 oklepa z vodoravno smerjo kot Ŭ.

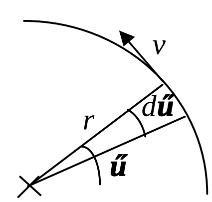
$$\vec{a} = (0, -g)$$
$$\vec{v} = (v_0\cos(\alpha), v_0\sin(\alpha) - gt)$$
$$\vec{s} = (v_0 t\cos(\alpha), v_0 t\sin(\alpha) - gt^2/2)$$
$$t_l = \frac{2v_0}{g}\sin(\alpha)$$
$$d = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha)$$



Enakomerno kroġenje

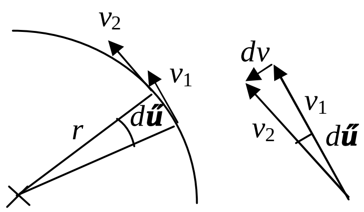
- Kot zasuka ű (razmerje med kroġnim lokom *s* in radijem *r*) linearno naraġļa s ļasom *t*
- Kotno hitrost ɤ definiramo kot razmerje med prirastom kota ***dű*** in ļasa *dt*
- Obodna hitrost kroġenja *v* je enaka produktu kotne hitrosti in radija kroġenja *r*
- Frekvenca kroġenja ɜ je doloļena s kvocientom ġtevila obhodov kroġenja *N* in za to potrebnega ļasa *t*, kar je enako reciproļni vrednosti ļasa enega obhoda t_0

$$\varphi = \omega t \quad \varphi = \frac{s}{r}$$
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad [rad/s]$$
$$v = \omega r \quad [m/s]$$
$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{t_0} \quad [Hz = s^{-1}]$$



Pospeġek pri enakomernem kroģenju

Enakomerno kroģenje je pospeġeno gibanje zaradi stalnega spreminjanja smeri obodne hitrosti. Ta je namreļ vedno tangentna na tir kroģenja, tako da kaģe pospeġek pri enakomernem kroģenju vedno v smeri proti srediġļu kroģenja. Zaradi tega ta pospeġek imenujemo centripetalni a_c oziroma radialni pospeġek a_r. Njegova velikost naraġļa s kvadratom kotne hitrosti kroģenja in je sorazmerna radiju kroģenja.



$$\left.\begin{array}{l} dv = \left|\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right| = v d\varphi = v\omega dt \\ dv = a_c dt \end{array}\right\} \Rightarrow \quad a_c = \omega^2 r = v^2 / r$$

Pospeġeno kroģenje

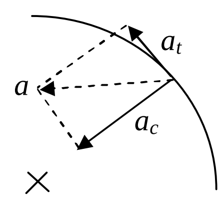
Pri pospeġenem kroģenju kotna hitrost kroģenja ni stalna, ampak se spreminja s ļasom. Kvocient med prirastom kotne hitrosti *dɤ* in prirastom ļasa *dt* imenujemo kotni pospeġek Ŭ. Pri pospeġenem kroģenju se spreminja tudi velikost hitrosti (obodna hitrost) s pospeġkom v smeri tangente na kroģnico kroģenja. Ta pospeġek imenujemo tangenti pospeġek a_t in je po velikosti enak produktu kotnega pospeġka in radija kroģenja. Celotni pospeġek je pri pospeġenem kroģenju tako vsota dveh pravokotnih komponent: centripetalnega pospeġka v smeri radija in nanj pravokotnega tangentnega pospeġka.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad \left[rad / s^2\right]$$

$$a_t = \alpha r$$

$$\omega = \int_0^t \alpha(t')dt' + \omega_0$$

$$\varphi = \int_0^t \omega(t')dt' + \varphi_0$$



Enakomerno pospeġeno kroģenje

Pri enakomerno pospeġenem kroģenju je kotni pospeġek stalen, kotna hitrost linearno naraġļa s ļasom, kot pa naraġļa s kvadratom ļasa. Enaļbe enakomerno pospeġenega kroģenja so praktiļno identiļne enaļbam enakomerno pospeġenega premega gibanja, le da v njih pot zamenjamo s kotom, hitrost s kotno hitrostjo in pospeġek s kotnim pospeġkom.

$$\alpha = konst.$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

Sila

Mehaniko razdelimo na kinematiko, ki opisuje gibanje teles, in na dinamiko, ki obravnava vzroke za gibanje.

Telesa se gibljejo zaradi sil, ki delujejo nanje. Sila je vektor (ima velikost in smer).
Ļe je vsota vseh sil na telo enaka niļ, telo miruje ali se giblje premo enakomerno (izrek o ravnovesju sil).
Sile so v ravnovesju, kadar je njihova vsota enaka niļ.
Rezultanta sil je vektor, ki kaġe v smeri vsote sil.

Teġa in tehtanje

Zaradi gravitacijskega privlaka Zemlje imajo telesa teġo. Teġa je sila gravitacijskega privlaka Zemlje. Telo z maso *m* ima teġo sorazmerno masi, sorazmernostni koeficient pa je kar teġni pospeġek *g* = 9,8 m/s^2.

$$\vec{F}_g = m\,\vec{g}$$

Telo z maso 1 kg ima teġo 9,8 N (newton). Zaradi teġe se giblje telo proti Zemlji s pospeġkom g = 9,8 m/s^2. Za pospeġek 1 m/s^2 je potrebna 9,8 krat manjġa sila. Torej 1 N (newton) je sila, ki da masi 1 kg pospeġek 1 m/s^2. 1 N je tudi teġa 102 g uteġi.

Sile lahko tehtamo tako, da neznano silo (v navpiļni smeri) uravnoteġimo z znano teġo uteġi.
Ļe lahko z uteġmi povzroļamo in merimo sile samo v navpiļni smeri, lahko z dinamometrom (umerjeno vijaļno vzmetjo) povzroļamo sile v poljubni smeri prostora.
Dinamometer temelji na Hookovem zakonu, da je raztezek vzmeti *x* sorazmeren silo *F*, ki ga je povzroļila. Sorazmernostni koeficient *k* imenujemo koeficient vzmeti.

$$F = k\,x \quad ; \quad k\left[N/m\right]$$

Zakon o vzajemnem uļinku (3. Newtonov zakon)

Sili, s katerima delujeta dve telesi druga na drugo, sta nasprotno enaki: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$
(ta zakon je znan tudi pod imenom zakon akcije in reakcije)

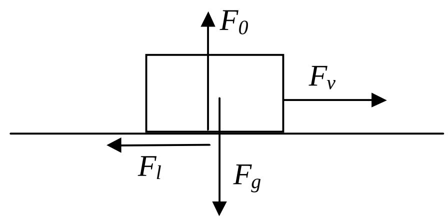
Zunanje in notranje sile

Pri vsakem poskusu moramo doloļiti telesa, ki sodijo v sistem, ki ga opazujemo, in telesa iz okolice. Nadalje lahko sile med telesi razdelimo na:
- Notranje sile, ki delujejo med telesi v sistemu.
- Zunanje sile. To so sile teles iz okolice na telesa v sistemu.
- Sile sistema na telesa v okolici (nas ne zanimajo).
- Sile med telesi v okolici (nas ne zanimajo).

Zaradi zakona o vzajemnem uļinku, je vsota notranjih sil enaka niļ.
Izrek o ravnovesju sil oziroma **1. Newtonov zakon** lahko sedaj zapiġemo v naslednji obliki:
Vsota vseh zunanjih sil, ki delujejo na mirujoļe ali premo enakomerno gibajoļe se telo, je enaka niļ.

Sile ob dotiku teles

Na mirujoļe telo deluje teġa F_g v navpiļni smeri navzdol in njej nasprotno enaka sila podlage F_0. Ļe na telo delujemo v vodoravni smeri s silo vrvice F_v, se spremeni tudi sila podlage. Ta ni veļ pravokotna na podlago ampak kaġe poġevno navzgor. Njena navpiļna komponenta je ġe vedno enaka F_0, vodoravno komponento sile podlage pa imenujemo sila lepenja F_l in je nasprotno enaka sili vrvice.



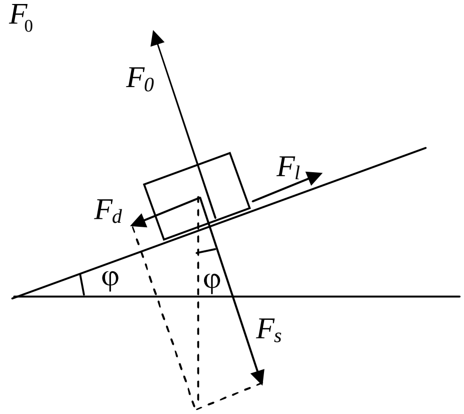
Sila lepenja je navzgor omejena s F_{l_max}. Ko sila vrvice preseġe F_{l_max}, telo zdrsne in takrat (pri drsenju telesa) deluje na telo v nasprotni smeri hitrosti telesa vodoravna sila podlage, ki jo imenujemo sila trenja F_t. Najveļja sila lepenja in sila trenja sta sorazmerni teġi telesa in torej tudi navpiļni komponenti sile podlage F_0, sorazmernostna koeficienta pa imenujemo koeficient lepenja k_l oziroma koeficient trenja k_t.

$$F_{l,\max} = k_l\, F_0 \quad ; \quad F_t = k_t\, F_0$$

Ravnovesje sil na klancu

Teġo telesa na klancu je ugodno razstaviti na komponento, pravokotno na klanec (statiļno silo F_s), in komponento vzdolġ klanca (dinamiļno silo F_d). V ravnovesju velja:

$$F_0 = -F_s \qquad F_s = F_g \cos(\varphi)$$
$$F_l = -F_d \qquad F_d = F_g \sin(\varphi)$$



Porazdelitev sil

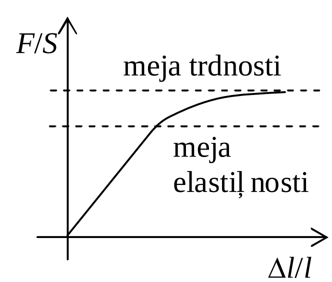
Sile lahko na telo delujejo toļkovno, po premici, po ploskvi in po prostornini telesa.

Ploskovno porazdeljeno silo imenujemo tlak $p = \dfrac{dF}{dS}$ $\left[N/m^2 = Pa = pascal = 10^{-5} bar \right]$,

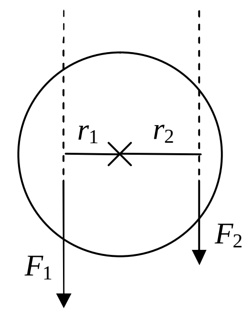
prostorsko porazdeljeno pa gostota sile $f = \dfrac{dF}{dV}$.

Proġnost

Deformacija proġnega telesa je v obmoļju elastiļnosti sorazmerna napetosti. Pri veļjih napetostih se telo plastiļno deformira in ġe pri veļjih, ko je preseġena meja trdnosti, pretrga. Na primeru palice dolġine l in preļnega preseka S lahko deformacijo opiġemo z njenim relativnim raztezkom $\Delta l/l$ in napetost s kvocientom sile in preseka F/S. V obmoļju elastiļnosti velja Hookov zakon $\dfrac{F}{S} = E\dfrac{\Delta l}{l}$, kjer je E proġnostni modul snovi.

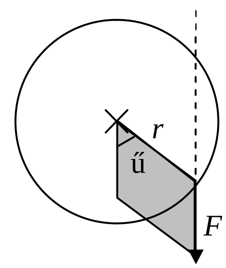


Navor



Na gibanje telesa vpliva tudi prijemaliğļe sil. Kadar je vsota vseh zunanjih sil enaka niļ, lahko sile z razliļnimi prijemaliğļi ğe vedno povzroļajo pospeğeno vrtenje telesa. Obravnavali bomo toga telesa z negibno osjo in silami, ki delujejo v ravnini, pravokotni na os vrtenja telesa. Vsaki sili lahko v tem primeru pripiğemo roļico $r_\perp$, to je pravokotna razdaljo do osi glede na silo. Telo, na katero delujeta dve sili, ki povzroļata vrtenje telesa v nasprotnih smereh, miruje, kadar je njun produkt roļic in sil enak: $r_{\perp 1}F_1 = r_{\perp 2}F_2$. O vrtenju telesa torej odloļa produkt roļice in sile.

Definicija navora



Navor je enak produktu roļice in sile.
Po velikosti je navor enak ploğļini paralelograma, napetega na vektorja *r* in *F*.

$$M = r_\perp F \quad [Nm]$$

$$M = rF\sin(\varphi) = \left|\vec{r} \times \vec{F}\right|$$

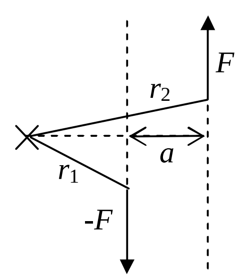
Navor lahko obravnavamo tudi kot vektor s smerjo pravokotno na ravnino, ki je napeta na vektorja *r* in *F*. Predznak (smer) tega vektorja je doloļen s smerjo potovanja desnosuļnega vijaka pri vrtenju, kot ga povzroļa sila *F*. Ļe je smer vrtenja pozitivna (tako vrtenje povzroļa sila F_1 na sliki zgoraj), potem potuje desnosuļni vijak navzgor (iz papirja) in to je tudi smer navora. Ļe je smer vrtenja negativna (tako vrtenja povzroļa sila F_2 na sliki zgoraj), potem potuje desnosuļni vijak navzdol (v papir), kamor kağe navor.

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Navor dvojice sil

Kadar na telo deluje veļ sil z razliļnimi prijemaliğļi, je ugodno sile najprej seğteti v rezultanto sil in poiskati novo prijemaliğļe rezultante sil, da bo navor rezultante enak vsoti navorov posameznih sil. To nalogo je moģno reğiti le v izjemnih primerih, ko:

- Imajo sile skupno prijemaliğļe
- So vse sile med seboj vzporedne
- Imamo opravka le z dvema nasprotno enakima silama z razliļnima prijemaliğļema (z dvojico sil). Navor dvojice sil je enak:



$$M = M_1 + M_2 = -r_{\perp 1}F + r_{\perp 2}F = (r_{\perp 2} - r_{\perp 1})F = aF$$

Navor dvojice sil je torej neodvisen od izbire osi. Odvisen je le od velikosti sil in pravokotne razdalje med njima.

Notranji navori

Navore na telo razdelimo na notranje, ki jih povzroļajo notranje sile, in na zunanje navore, ki so posledica zunanjih sil. Za notranje sile vemo, da delujejo v parih in da je vsota vsakega takega para sil zaradi zakona o vzajemnem uļinku enaka niļ. Poleg tega velja, da so notranje sile tudi centralne, torej delujejo v smeri zveznice med prijemaliğļema teh sil. Vsak par notranjih sil je torej dvojica sil z medsebojno razdaljo a = 0, tako da je navor vsakega para notranjih sil enak niļ . *Vsota vseh notranjih navorov je* zato *enaka niļ*.

Ravnovesje navorov

Spoznanje, da je vsota notranjih navor niļ , lahko uporabimo za dopolnitev *izreka o ravnovesju*, ki se po novem glasi: *Pri telesu, ki miruje ali se giblje premo enakomerno, je vsota vseh zunanjih sil in zunanjih navorov enaka niļ*.

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \quad ; \quad \sum_i \vec{M}_i = 0$$

Merjenje navora

Navor lahko merimo s torzijsko tehtnico, ki obiļajno temelji na polģasti vzmeti. Pri tej je zasuk vzmeti ű sorazmeren navoru M (podobno, kot je raztezek vijaļne vzmeti sorazmeren sili). Polģasti vzmeti lahko pripiģemo koeficient polģaste vzmeti D, ki je doloļen s kvocientom navora in zasuka vzmeti.

$$M = D\varphi$$

Masa

Sile povzroļajo pospeġeno gibanje teles. Konstantna sila povzroļi gibanje s konstantnim pospeġkom oziroma enakomerno pospeġeno gibanje. Pospeġek telesa je pri tem sorazmeren sili, ki ga povzroļa.

Zaradi mase imajo telesa vztrajnost, kar pomeni, da se upirajo pospeġenemu gibanju. Za telo z veļjo maso je potrebna veļja sila, da doseġemo enak pospeġek, kot pri telesu z manjġo maso. Enaka sila bi pri takem telesu povzroļila manjġi pospeġek. Ļe enaka sila povzroļi dvema telesoma enak pospeġek, potem imata ti telesi enaki masi. Masa je skalarna koliļina in je aditivna (masa dveh teles je enaka vsoti mas prvega in drugega telesa). Za maso tudi velja *zakon o ohranitvi mase*, ki se glasi: *Masa telesa je stalna,* ***ļ****e mu ne dodamo ali ne odvzamemo ni****ļ*** *snovi*. Razlikovati moramo med maso in teġo. Masa telesa je povsod enaka (1kg snovi na Zemlji je ravno tako 1kg snovi na Luni), njegova teġa, ki je enaka sili zaradi gravitacije, pa ne (teġa 1kg na Zemlji je 9,8 N, na Luni pa 1,6 N). Maso merimo v kg, teġo pa v N.

2. Newtonov zakon

S poskusi se lahko prepriļamo, da potrebujemo za enak pospeġek telesa silo, ki je sorazmerna masi telesa. Ļe od prej vemo, da je sila sorazmerna pospeġku telesa. Torej je sila sorazmerna produktu mase in pospeġka.

$$\left.\begin{matrix} F \propto m \\ F \propto a \end{matrix}\right\} \Rightarrow F \propto ma \quad ; \quad F = ma$$

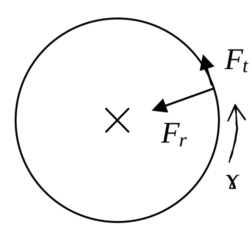
2. Newtonov zakon se glasi: *Produkt mase in pospe****ġ****ka pri premem gibanju telesa je enak vsoti zunanjih sil, ki delujejo nanj.*

Zaradi ustrezne izbire enot, je sila kar enaka produktu mase in pospeġka. Drugi Newtonov zakon lahko preverimo na primeru prostega padanja teles zaradi teġe. Teġa teles $F_g = m_g g$ res povzroļi padanje s pospeġkom $a = F_g / m_v = g$. Izkaġe se da prav vsa telesa padajo s pospeġkom $a = g$, kar pomeni, da je gravitacijska masa enaka vztrajni masi $m_g = m_v$. Odslej obeh mas ne bomo loļili in bomo za maso vedno uporabljali samo oznako *m*.

Ker sta tako sila kot pospeġek vektorja in ker velja 2. Newtonov zakon za vsako od komponent obeh vektorjev, velja 2. Newtonov zakon tudi v vektorski obliki.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Sila pri kroġenju



Ker je enakomerno kroġenje pospeġeno gibanje z radialnim oziroma centripetalnim pospeġkom a_r v smeri radija kroġenja, deluje na telo v tej smeri radialna sila F_r.

$$F_r = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

Ļe je kroġenje pospeġeno, deluje na telo tangentna sila F_t v smeri tangentno na tir kroġenja.

$$F_t = ma_t = m\alpha r$$

Težišče

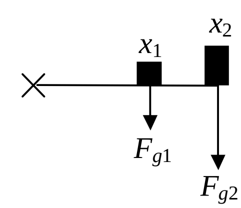
Gibanje netočkastih teles je včasih zelo zapleteno, saj se deli telesa lahko gibljejo po povsem različnih tirih in imajo zato tudi povsem različne pospeške. Kako je v takih primerih z 2. Newtonovim zakonom? Izkaže se, da lahko netočkastim telesom pripišemo posebno točko (težišče), za katero še vedno velja 2. Newtonov zakon v obliki $F = ma^*$.

V 1D računamo lego težišča x^* sistema teles po enačbi:
$m_1(x_1 - x^*) + m_2(x_2 - x^*) + \ldots + m_N(x_N - x^*) = 0$,
kjer so x_1, x_2, …, x_N lege teles z masami m_1, m_2, …, m_N. Od tod sledi

$$x^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i} \qquad \text{oziroma v 3D} \qquad \vec{r}^{\,*} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$$

Navor teže

Mislimo si, da imamo sistem dveh teles z masama m_1, m_2 in ustreznima legama x_1, x_2 , kjer je os sistema postavljena v izhodišče koordinatnega sistema. Navor na to os je tedaj enak



$$M = x_1 m_1 g + x_2 m_2 g = (x_1 m_1 + x_2 m_2) g = m x^* g \quad \Rightarrow \quad M = x^* m g$$

Navor teže je torej enak teži predmeta pomnoženi s pravokotno razdaljo od osi do težiščnice (to je navpične premice, ki poteka skozi težišče). Navor teže je očitno enak nič, če leži os na težiščnici, saj je tedaj $x^* = 0$.

Izrek o gibanju težišča

Produkt celotne mase in pospeška, s katerim se giblje težišče telesa ali sistema teles, je enak vsoti vseh zunanjih sil.

$$F = ma^* \quad ; \quad a^* \text{ - pospešek težišča}$$

Težišče je tista točka telesa, ki se giblje tako, kot da bi v njej bila zbrana vsa masa telesa (ali sistema teles) in kot da bi v njej prijemale vse zunanje sile.

Gravitacija

Na osnovi opazovanj nebesnih teles, predvsem Keplerjevih zakonov:

1. Planeti krožijo okoli Sonca po elipsah. Sonce je v enem od gorišč elipse.
2. Planeti se gibljejo tako, da radij vektor od Sonca do planeta opiše v enakih časih enake ploščine.
3. Kvadrati obhodnih časov planetov okoli Sonca so sorazmerni s kubi njihovih srednjih razdalj od Sonca.

je Newton prišel do zaključka, da je gravitacijska sila sorazmerna z maso telesa, na katerega deluje gravitacijska sila, in da ta sila pada s kvadratom razdalje od telesa, ki gravitacijsko silo povzroča. Če izhajamo iz dejstva, da je gravitacijska sila enaka radialni sili, ki povzroča gibanje planetov okoli Sonca, potem od tod sledi 3. Keplerjev zakon in obratno.

$$F_r = F_g \quad \Rightarrow \quad m\omega^2 r = Km/r^2 \quad \Rightarrow \quad (2\pi/t_0)^2 r = K/r^2 \quad \Rightarrow \quad t_0^{\,2} = r^3 (2\pi)^2/K$$

Poleg tega je potrebno upoštevati tudi zakon o vzajemnem učinku. Torej: če Sonce privlači planet s silo sorazmerno z maso planeta, potem mora tudi planet privlačiti Sonce z nasprotno enako silo, ki je tudi sorazmerna masi Sonca. Od tod sledi Newtonov gravitacijski zakon, ki pravi: *Gravitacijska sila med dvema telesoma je sorazmerna produktu obeh njunih mas in obratno sorazmerna s kvadratom njune medsebojne razdalje.*

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad , \quad G = 6,7\cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$$

Tu je G splošna gravitacijska konstanta. Če v zgornji enačbi m_1 nadomestimo z maso Zemlje m_Z, m_2 z maso telesa m in r s polmerom Zemlje r_Z = 6400 km, dobimo izraz za težo na površju Zemlje. Od tod lahko iz znanega težnega pospeška na Zemljinem površju g_0 = 9,8 m/s^2 izračunamo maso Zemlje.

$$mg_0 = Gmm_Z/r_Z^{\,2} \quad \Rightarrow \quad m_Z = \frac{g_0 r_Z^{\,2}}{G}$$

Izračunajmo, kako se spreminja težni pospešek pri oddaljevanju od Zemlje.

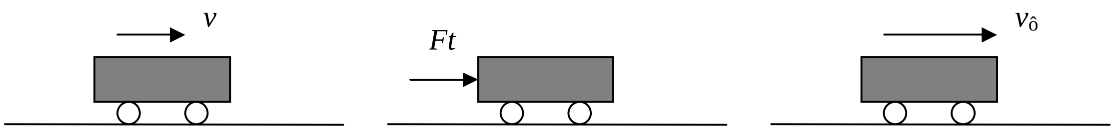
$$\left.\begin{aligned} mg_0 &= Gmm_Z/r_Z^{\,2} \\ mg(r) &= Gmm_Z/r^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow g(r) = g_0\frac{r_Z^{\,2}}{r^2}$$

Telo, ki ga s površja Zemlje vržemo s hitrostjo v vodoravni smeri (tangentno na Zemljin krog), pade na Zemljo, če je njegova hitrost manjša od $v = \sqrt{r_Z g_0}$ = 7900 m/s, se giblje po eliptičnem tiru, če je njegova hitrost med 7900 m/s in 11000 m/s ter trajno zapusti Zemljino orbito, če je njegova hitrost večja od 11000 m/s.

Gibalna koliļina

Newtonovega zakona ne moremo zmerom uporabiti, saj pogosto ne poznamo sil ali pospeġkov teles. Izkaġe se, da lahko tudi v takih primerih povemo nekaj o ļasovnem integralu sile (sunku sile), ki deluje na telo, ļe le poznamo zaļetno in konļno hitrost telesa.

Denimo, da opazujemo premo gibanje predmeta. V zaļetnem trenutku naj ima telo hitrost *v*, potem na telo za kratek ļas *t* deluje sila *F* in zaradi te sile se telesu spremeni hitrost na konļno hitrost *v*'.



zaļetno stanje sunek sile konļno stanje

Hitrosti *v* in *v*' sta povezani, saj je gibanje telesa v ļasu *t* bilo enakomerno pospeġeno ob predpostavki, da je bila sila *F* stalna.

$$v' = v + at = v + \frac{F}{m}t \quad \Rightarrow \quad mv' - mv = Ft$$

Desno stran enaļbe, to je produkt sile in ļasa njenega delovanja (*Ft*), imenujemo sunek sile. Levo stran enaļbe, v kateri nastopa razlika produktov mase in hitrosti, pa imenujemo sprememba gibalne koliļine. Tu je gibalna koliļina (*G*) definirana kot produkt mase in hitrosti *G* = *mv*. Izrek o gibalni koliļini (zgoraj zapisana enaļba) torej pravi: *Sprememba gibalne koliļine je enaka sunku zunanjih sil*. Ker sta sila in hitrost vektorja, velja zgornja enaļba tudi v vektorski obliki.

$$\Delta\vec{G} = \vec{F}t$$

Ļe je ļas trajanja sile daljġi in se v tem ļasu sila znatno spreminja, potem je potrebno delovanje sile obravnavati v krajġih ļasovnih intervalih, toliko kratkih, da se v njih sila ne spreminja, in na koncu izraļunati sunek sile kot vsoto sunkov sil vseh teh ļasovnih intervalov. To operacijo seġtevanja matematiļno zapiġemo z integriranjem sile po ļasu.

$$\Delta\vec{G} = \int \vec{F}dt$$

Gibalno koliļino teles, ki niso toļkasta, ali sistemov teles, raļunamo po enaļbi

$$\vec{G} = m\vec{v}^*,$$

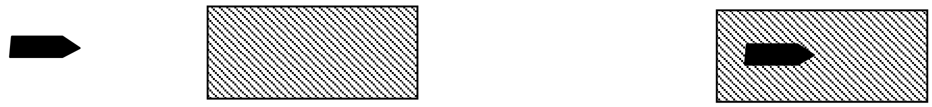
kjer je v^* hitrost teġiġļa telesa ali sistema teles.

Ohranitev gibalne koliļine

Pogosto naletimo na primere, ko pride do spremembe v sistemu teles zaradi notranjih sil, pri ļemer je vsota zunanjih sil na sistem enaka niļ. V teh primerih se gibalna koliļina ohranja in velja, da je gibalna koliļina sistema pred spremembo enaka gibalni koliļini sistema po spremembi, saj je sunek zunanjih sil na sistem enak niļ.

$$\int \vec{F}dt = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{G} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{G} = \vec{G}'$$

Tovrstni primeri so: neproģni trk dveh teles, proģni trk dveh teles, eksplozija granate, é
Ohranitev gibalne koliļine uporabljamo tudi v balistiki za izraļun hitrosti izstrelka.



Visoko hitrost izstrelka lahko izraļunamo iz mnogo manjģe in zato laģje merljive hitrosti klade po trku.

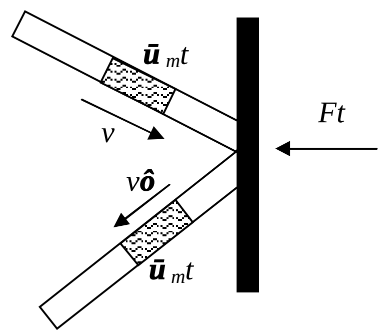
$$G = G' \quad \Rightarrow \quad m_i v_i = (m_i + m_k) v' \quad \Rightarrow \quad v_i = (1 + m_k / m_i) v'$$

Tok snovi

Poznamo <u>masni tok</u> $\phi_m = m/t$ [kg/s] oziroma $\phi_m = dm/dt$, ļe tok ni enakomeren, in <u>volumski tok</u> $\phi_V = V/t$ [m^3/s] oziroma $\phi_V = dV/dt$, ļe tok ni enakomeren. Oba povezuje gostota ($\rho = m/V$ [kg/m^3]) pretakajoļe se tekoļine $\phi_m = \rho\, \phi_V$. Volumski tok tekoļine, ki teļe s srednjo hitrostjo v po cevi preļnega preseka S, je enak $\phi_V = vS$, ustrezen masni tok pa je $\phi_m = \rho v S$.

Sila curka

Curek tekoļine naj z masnim tokom ***ū*** $_m$ in hitrostjo v udarja ob steno. Opazujemo del tekoļine z maso ***ū*** $_m$ t. Temu delu se v ļasu t spremeni hitrost iz v na v', za kar je bil potreben sunek sile stene Ft, curek pa po zakonu o vzajemnem uļinku deluje nazaj na steno z nasprotno enakim sunkom sile - $F_c t$. Sila curka je tako enaka



$$-\vec{F}_c t = \vec{F} t = \Delta \vec{G} = \phi_m t\, \vec{v}\,' - \phi_m t\, \vec{v} = \phi_m t\, \Delta \vec{v} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_c = -\phi_m \Delta \vec{v}$$

Curek, ki ob steni spolzi, ustvarja silo $F_c = \phi_m v$, ki je pol manjģa kot sila curka, ki bi se od stene odbil z nasprotno enako hitrostjo, kot je priletel nanjo $F_c = \phi_m 2v$.

Sila curka je pomembna za delovanje letalskih in raketnih motorjev, saj oboji delujejo na principu pospeģitve plinov v motorju, za kar je potrebna sila motorja na plin. Po zakonu o vzajemnem uļinku plin deluje z nasprotno enako (reakcijsko) silo na motor.

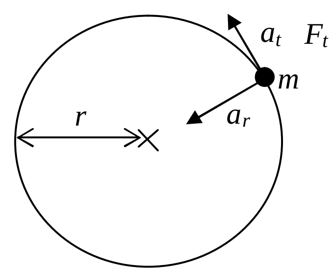
Vrtilna koliļina

Opazujmo vrtenje togega telesa okoli nepremiļne osi. Opazimo lahko, da je vrtenje telesa enakomerno, ļe ni zunanjih navorov na telo, in pospeġeno, ļe so zunanji navori razliļni od niļ. Kotni pospeġek vrtenja (Ŭ) je pri tem sorazmeren z navorom (*M*). Sorazmernostni koeficient imenujemo vztrajnostni moment (*J*) in ima podoben pomen kot masa pri premem gibanju. Vztrajnostni moment je merilo za to, kako moļno se telo upira pospeġevanju pri vrtenju.

$$M = J\alpha$$

<u>Zakon vrtenja</u>
Pri vrtenju togega telesa okoli nepremiļne osi je produkt vztrajnostnega momenta in kotnega pospeġka enak vsoti zunanjih navorov na os vrtenja.

Vztrajnostni moment



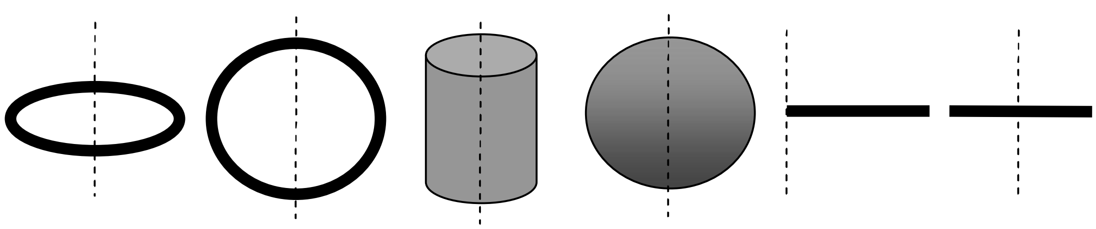
Vrtenje toļkastega telesa: $M = rF_t = rma_t = rmr\alpha = mr^2\alpha$

Vztrajnostni moment toļkastega telesa je torej $J = mr^2$.

Ļe je na isti osi veļ toļkastih teles, ki so togo povezana med seboj, potem je vztrajnostni moment enak $J = \sum_i m_i r_i^2$,

kjer je m_i masa teles in r_i njihova pravokotna razdalja od osi. Ġe vedno velja $M = J\alpha$, kjer je *M* vsota zunanjih navorov na telesa. V sploġnem, ko je masa telesa zvezno porazdeljena, raļunamo vztrajnostni moment po enaļbi $J = \int r^2 dm$.

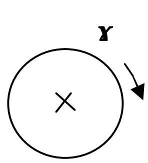
Vztrajnostni momenti nekaterih teles preprostih geometrskih oblik so:



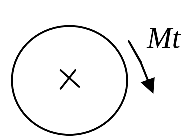
$J = mr^2$	$J = \frac{1}{2}mr^2$ O	$J = \frac{1}{2}mr^2$	$J = \frac{2}{5}mr^2$	$J = \frac{1}{3}ml^2$	$J = \frac{1}{12}ml^2$
obroļ	obroļ	valj	krogla	palica	palica

Izrek o vrtilni koliļini

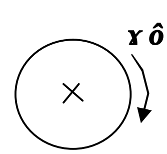
Na vrteļe se telo, ki se okoli nepremiļne osi na zaļetku vrti s kotno hitrostjo ɤ, naj deluje za ļas *t* navor *M*. Na koncu se telo vrti okoli osi s kotno hitrostjo ɤ'.



zaļetno stanje



sunek navora



konļno stanje

Začetna in končna kotna hitrost telesa sta povezani s sunkom navora (*Mt*). Če je navor stalen, velja zveza:

$$\omega' = \omega + \alpha t = \omega + \frac{M}{J} t \quad \Rightarrow \quad J\omega' - J\omega = Mt$$

Produkt navora in časa *Mt* imenujemo *sunek navora*, produkt vztrajnostnega momenta in kotne hitrosti pa *vrtilna količina* $\Gamma = J\omega$. Če navor ni stalen, računamo sunek navora z integralom navora po času $\int M dt$. Izrek o vrtilni količini se glasi: *Sprememba vrtilne količine je enaka skupnemu sunku zunanjih navorov*.

$$\Delta\Gamma = \int M dt$$

Ohranitev vrtilne količine

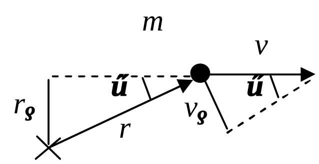
Vrtilna količina se ohranja, kadar je sunek navorov enak nič: $\Gamma = \Gamma'$ (primer: drsalec, ki dela pirueto).

Posplošitev vrtilne količine

Vrtilno količino je možno pripisati tudi telesom, ki se ne gibljejo po krožnih tirih okoli nepremične osi.

$$\Gamma = J\omega = mr^2\omega = mr^2 v_\perp / r = r m v_\perp = r\, mv \sin(\varphi) = \left|\vec{r} \times \vec{G}\right|$$

$$\vec{\Gamma} = \vec{r} \times \vec{G}$$



Vrtilno količino lahko v splošnem obravnavamo kot vektor, enak vektorskemu produktu med ročico in gibalno količino. Vrtilna količina je torej vektor, ki ima smer osi vrtenja. Z novo definicijo velja izrek o ohranitvi vrtilne količine tudi v vektorski obliki.

$$\Delta\vec{\Gamma} = \int \vec{M} dt$$

Kotaljenje

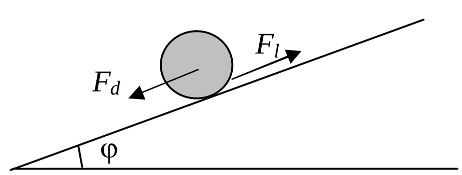
Kotaljenje je gibanje, pri katerem je os vrtenja premična. Podobno gibanje je tudi vrtenje Zemlje okoli Sonca. V takih primerih lahko celotno vrtilno količino razstavimo na dva dela: na obodno vrtilno količino (Γ_0), ki je enaka vrtilni količini težišča telesa okoli osi vrtenja, in na lastno vrtilno količino (Γ^*), ki jo ima telo zaradi vrtenja okoli osi, ki poteka skozi težišče telesa. Spreminjanje obodne vrtilne količine povzročajo navori zunanjih sil, ki prijemljejo v težišču telesa (M_0), spreminjanje lastne vrtilne količine pa povzročajo navori zunanjih sil glede na težiščno os (M^*).

$$\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_0 + \vec{\Gamma}^* \quad ; \quad \vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{M}^*$$

$$d\vec{\Gamma}_0 = \vec{M}_0 dt \quad ; \quad d\vec{\Gamma}^* = \vec{M}^* dt$$

Pospešek pri kotaljenju po klancu

$$\left.\begin{aligned} F_d - F_l &= ma \\ F_l r &= J\alpha \\ a &= \alpha r \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad F_d - \frac{J}{r^2} a = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{g \sin(\varphi)}{1 + \frac{J}{mr^2}}$$



Delo

Delo je povezano z delovanjem sil in z njimi povezanimi premiki teles v smeri ali nasprotni smeri sil. Opazujmo telo, ki se na zaļetku giblje s hitrostjo *v*, nanj naj nato za ļas *t* deluje sila *F*, tako da na koncu telo pridobi hitrost *v'*. Kot ģe vemo iz izreka o gibalni koliļini, velja

$$m(v'-v) = Ft \quad ; \quad v_s = \frac{v'+v}{2} \longleftarrow \text{Mnoģimo s srednjo hitrostjo}$$

$$m(v'-v)(v'+v)/2 = Ftv_s$$

$$\frac{mv'^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = Fs$$

$$\text{Sprememba kinetiļne energije} \longrightarrow \Delta W_k = A \longleftarrow \text{Delo} \qquad A = Fs \quad [Nm = J = joule]$$

Desno stran enaļbe imenujemo delo (A), leva stran pa je enaka spremembi kinetiļne energije (W_k). Telo prejme delo ($A > 0$), kadar ima sila F enako smer kot premik s, in odda delo ($A < 0$), kadar ima sila F nasprotno smer kot premik s (takġno je delo sile trenja ali upora).

Kinetiļna energija

Kinetiļna energija ($W_k = \frac{mv^2}{2}$) je enaka polovici produkta mase telesa pomnoģene s kvadratom hitrosti telesa. Po prejetem delu se telesu poveļa kinetiļna energija, po oddanem delu pa se zmanjġa. Kinetiļna energija je vedno pozitivna ali enaka niļ (enaka je niļ, ko je hitrost enaka niļ). Delo in kinetiļna energija sta skalarja.

Izrek o kinetiļni energiji pravi: *Pri togem telesu je delo zunanjih sil enako spremembi kinetiļne energije.*

$$\Delta W_k = A$$

Moļ

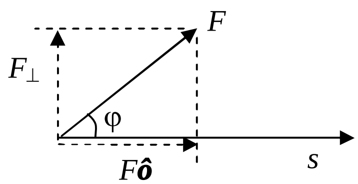
Moļ je definirana kot kvocient prejetega ali oddanega dela v enoti ļasa.

$$P = \frac{A}{t} \quad \left(P = \frac{dA}{dt}\right) \quad [W = watt = J/s]$$

Pri telesu, kjer ima sila isto smer kot hitrost telesa, velja tudi $P = Fv$.

Posploġitev dela

Sila F v sploġnem ni vzporedna s potjo, ampak z njo oklepa poljubni kot φ. V tem primeru opravlja delo le komponenta te sile, ki je vzporedna s premikom ($F' = F\cos(\varphi)$).



$$A = F's = Fs\cos(\varphi) = \vec{F}\,\vec{s}$$

Moļ je v tem primeru enaka $P = \vec{F}\,\vec{v}$.

Ļe je tudi pot kriva, potem raļunamo delo z integralom sile po poti:

$$A = \int \vec{F}\,d\vec{s}$$

Če je sila neodvisna od poti (pravimo, da je sila konzervativna), je delo odvisno le od začetne in končne točke. Ena takšnih sil je teža. Delo teže pri dvigovanju točkastega predmeta za višino h lahko izračunamo po enačbi:

$$A_g = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}\,'} \vec{F}_g \, d\vec{s} = -mg\int_{z}^{z'} dz = -mg(z'-z)$$

Energija pri vrtenju

Togo telo, ki se vrti okoli nepremične osi, ima rotacijsko kinetično energijo, ki je enaka $W_{k\_rot} = \frac{J\omega^2}{2}$, kjer je *J* vztrajnostni moment telesa in ω kotna hitrost vrtenja okoli osi. Delo pri vrtenju je enako produktu navora na os in zasuka okoli nje $A = M\varphi$, moč pri vrtenju pa je enaka produktu navora in kotne hitrosti vrtenja okoli osi $P = M\omega$. Z novimi količinami, ki veljajo za vrtenje, še vedno velja izrek o kinetični energiji $A = \Delta W_{k\_rot}$.

Energija pri kotaljenju

Delo pri kotaljenju lahko razstavimo na delo zaradi translacije (prvi člen), ki je enako produktu vsote vseh zunanjih sil na telo in premiku težišča telesa, ter na delo zaradi rotacije (drugi člen), ki je enako produktu navora zunanjih sil na os, ki poteka skozi težišče telesa, in zasuka telesa okoli težiščne osi.

$$A = A_{tr} + A_{rot} = Fs^* + M^*\varphi$$

Podobno lahko tudi kinetično energijo telesa razstavimo na kinetično energijo zaradi translacije, ki je enaka produktu mase telesa in kvadrata hitrosti težišča telesa polovic, ter na kinetično energijo rotacije, ki je enaka produktu vztrajnostnega momenta telesa okoli težiščne osi in kvadrata kotne hitrosti vrtenja okoli te osi polovic.

$$W_k = W_{k\_tr} + W_{k\_rot} = \frac{mv^{*2}}{2} + \frac{J^*\omega^2}{2}$$

Translacijsko delo je enako spremembi translacijske kinetične energije, rotacijsko delo pa je enako spremembi rotacijske kinetične energije

$$A_{tr} = \Delta W_{k\_tr} \quad ; \quad A_{rot} = \Delta W_{k\_rot}$$

Potencialna energija

Dosedanje pojmovanje dela bomo nekoliko spremenili. K delu *A* bomo šteli delo vseh zunanjih sil razen teže, delo teže A_g pa bomo obravnavali ločeno. Izrek~~o~~ o kinetični energiji se sedaj zapiše v obliki:

$$A + A_g = \Delta W_k \quad ; \quad A = \Delta W_k - A_g = \Delta W_k + \Delta W_p$$

Pri tem smo uvedli novo obliko energije, ki jo imenujemo potencialna energija (W_p). Sprememba potencialne energije je enaka negativnemu delu teže $\Delta W_p = -A_g$. Če se vrnemo k rezultatu za delo teže, ki smo ga za točkasto telo izpeljali nekoliko nazaj, lahko vidimo, da je sprememba potencialne energije enaka

$$\Delta W_p = mg(z'-z),$$

kjer sta z' in z končna in začetna višina predmeta. Potencialna energija telesa je torej enaka produktu njegove mase (m), težnega pospeška g in višine telesa z ($W_p = mgz$). Če telo ni točkasto ali če obravnavamo sistem teles, moramo za višino vzeti višino težišča telesa oziroma sistema teles (z^*)

$$W_p = mgz^*$$

Z uvedbo potencialne energije se nekoliko spremeni tudi izrek o kinetični energiji. Ta se po novem glasi: *Skupna sprememba kinetične in potencialne energije je pri togem telesu enaka skupnemu delu zunanjih sil razen dela sile teže.*

$$A = \Delta W_k + \Delta W_p$$

Ravnovesne lege togega telesa

Pri togem telesu, ki je vrtljiv okoli nepremične osi, ločimo stabilno in labilno ravnovesno lego. Telo je v stabilni legi, ko se po vsaki dovolj majhni zunanji motnji, ki ga nekoliko izmakne iz ravnovesne lege, spet povrne v ravnovesno lego. Telo je v labilni ravnovesni legi, ko taka motnja povzroči, da se telo še bolj odmakne od ravnovesne lege. Pri telesu, ki je v stabilni legi, je potencialna energija najnižja; pri telesu, ki je v labilni legi, pa je potencialna energija največja.

stabilna lega kroglice   labilna lega kroglice

Prožnostna energija

Sila, ki povzroči prožno deformacijo telesa (stisnjena vzmet, …), je konzervativna (sila je odvisna le od stanja deformacije telesa, ne pa od načina, kako je ta deformacija nastala). Ker lahko vsaki konzervativni sili pripišemo energijo, lahko to storimo tudi za deformacijo prožnih teles. Izračunajmo, koliko delo opravimo pri stiskanju vzmeti. Vzmet naj bo sprva nestisnjena, na koncu pa naj bo skrčena za razdaljo x. Pri stiskanju se sila F, ki stiska vzmet, ves čas spreminja, saj je po Hookovem zakonu enaka $F = kx$. Delo, ki ga opravi ta sila, je torej enako:

$$A = \int F dx = \int_0^x kx\, dx = \frac{kx^2}{2} = \Delta W_{pr}$$

Do enakega izraza za delo pridemo tudi, če integral nadomestimo s produktom srednje sile $F_s = (0 + kx)/2$ in poti x. Opravljeno delo je enako spremembi prožnostne energije (ΔW_{pr}). Ker ima neraztegnjena vzmet prožnostno energijo enako nič, je očitno, da je prožnostna energija vzmeti, stisnjene za x, enaka

$$W_{pr} = \frac{kx^2}{2}.$$

Podobno lahko z enačbama $A = \int M d\varphi$ in $M = D\varphi$ pridemo do izraza za prožnostno energijo polžaste vzmeti, ki jo torzijsko zvijemo za kot φ

$$W_{pr} = \frac{D\varphi^2}{2}.$$

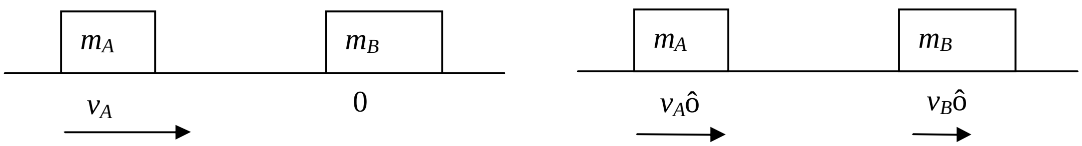
Z uvedbo prožnostne energije se sedaj *izrek o kinetični energiji* za prožno deformirana telesa glasi: *Sprememba kinetične, potencialne in prožnostne energije je enaka skupnemu delu (razen dela sile teže), ki ga prejme prožno telo.*

Trk prožnih teles

Pri vseh trkih se ohranja gibalna količina (vsota gibalnih količin teles pred trkom je enaka vsoti gibalnih količin teles po trku) $\Delta\vec{G} = 0$.

Pri *neprožnih trkih* se kinetična energija ne ohranja $\Delta W_k \neq 0$. Pri neprožnih trkih namreč prihaja do deformacije teles in nekaj začetne kinetične energije se porabi za nastalo deformacijo.

Pri prožnih trkih se ohranja kinetična energija $\Delta W_k = 0$ (vsota kinetičnih energij teles pred trkom je enaka vsoti kinetičnih energij teles po trku). Ogledamo si lahko, kako je pri prožnem trku v 1D, kjer telo z maso m_A in hitrostjo v_A prožno trči v mirujoče telo z maso m_B. Po trku naj ima telo A hitrost v_A' in telo B hitrost v_B'.



pred trokom — po trku

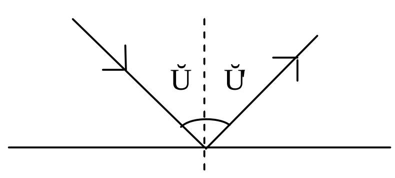
iz ohranitve gibalne količine in energije sledita naslednji enačbi

$$m_A v_A = m_A v_A' + m_B v_B' \qquad \frac{m_A v_A^2}{2} = \frac{m_A v_A'^2}{2} + \frac{m_B v_B'^2}{2},$$

katerih rešitvi sta

$$v_A' = v_A \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \quad \text{in} \quad v_B' = v_A \frac{2m_A}{m_A + m_B}.$$

Če se težek predmet zaleti v lahek mirujoč predmet, se bo ta odbil naprej z dvojno hitrostjo težkega predmeta in težkemu predmetu se hitrost ne bo spremenila. Če se lahek predmet zaleti v mirujoč težek predmet, se težek predmet praktično ne bo premaknil, lahek predmet pa se bo odbil od težkega z nasprotno enako začetno hitrostjo. Iz slednjega sledi odbojni zakon, ki pravi, da je pri prožnem odboju predmeta od nepremične stene vpadni kot enak odbojnemu.



$\alpha = \alpha'$

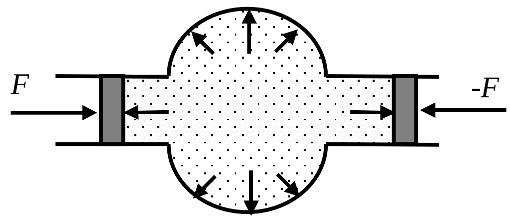
Tlak

Snovi delimo na *trdne snovi* in *tekočine*. Tekočine nimajo stalne oblike in jih lahko mešamo ter pretakamo. Trdne snovi imajo stalno obliko in jih ne moremo mešati ali pretakati.

Tekočine nato delimo še na *kapljevine* in *pline*. Kapljevine tvorijo kapljice in jih lahko natočimo v odprto posodo, saj tvorijo gladino. Plini ne tvorijo kapljic in jih ne moremo natočiti v odprto posodo. Če jih zapremo v posodo, bodo zasedli cel volumen posode.

Tlak v tekočinah

Sile se prenašajo po tekočini podobno kot med kroglicami, med katerimi ni trenja. Če pritisnemo na bat, pod katerim je tekočina, se bo sila po tekočini prenašala drug bat, pri tem pa bo sila vedno pravokotna na stene posode (guma med batoma se okroglo izboči).



Mirujoča tekočina pritiska na vsako ravno ploskev v pravokotni smeri.

Ker je smer sile znana, lahko uvedemo *tlak* (*p*)v tekočinah kot skalarno količino, ki je enaka kvocientu velikosti sile in površine, na katero ta sila pritiska. Tlak v tekočinah torej ni odvisen od smeri.

$$p = \frac{F}{S} \quad ; \quad \left[\frac{N}{m^2} = Pa = pascal \right]$$

Gostota

Gostota homogene snovi je enaka kvocientu mase snovi in njegove prostornine

$$\rho = \frac{m}{V} \quad ; \quad \left[\frac{kg}{m^3} \right].$$

snov	Gostota [kg/m^3]
voda	1000
Fe	7800
Hg	13600
Zrak (20 °C)	1,2

Tlak zaradi teže tekočine

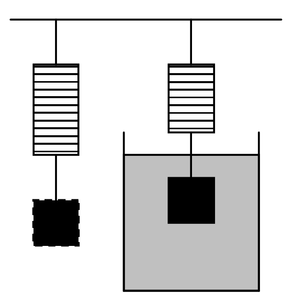
V mirujoči tekočini je tlak v enaki globini povsod enak. Če gremo za h globlje, se tlak poveča za težo tekočinskega stolpca višine h, deljeno s ploščino osnovne ploskve stolpca.

$$\Delta p = \rho g h$$

Tlak merimo tudi v 10^5 krat večjih enotah od Pa, to je v barih (1 bar = 10^5 Pa). Povečanje tlaka za 1 bar ustreza višini vodnega stolpca 10 m ali 750 mm visokega stolpca Hg.

Vzgon

Potopljeni predmeti so lažji za težo izpodrinjene tekočine. O tem se lahko prepričamo, če si mislimo, da je predmet nadomeščen s tekočino, v katero je potopljen. Ker bi ta tekočina mirovala, pomeni, da je vsota vseh zunanjih sil na tekočino enaka nič, kar pomeni, da je teža te tekočine



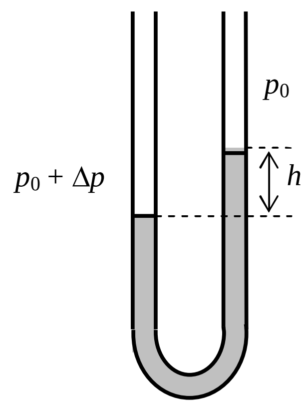
uravnoteģena z njej nasprotno silo okoliģke tekoļine. To silo imenujemo vzgon.

<u>Arhimedov zakon</u>: *Vzgon je nasprotno enak teģi izpodrinjene tekoļine.*

Manometri

Manometri so naprave, s katerimi merimo tlak. Zanimiv je kapljevinski manometer, ki sestoji iz zavite cevi z dvema krakoma. V cev nalijemo kapljevino (vodo ali Hg). Ļe je v obeh krakih viģina kapljevine enaka, sta tlaka v obeh krakih enaka, sicer pa se razlikujeta za tlak kapljevine v viģini razlik kapljevinskih stolpcev.

$$\Delta p = \rho g h$$



Zraļni tlak lahko merimo s podobnim manometrom, ki je napolnjen z ģivim srebrom in ima en krak zaprt, tako da je nad njim vakuum. Manometer se ustali pri razliki Hg stolpcev viģine pribliģno 750 mm, kar pomeni, da je zraļni tlak pribliģno 1 bar. Ļe predpostavimo, da je gostota zraka v vseh viģinah enaka, in sicer 1,2 kg/m^3, dobimo rezultat za viģino atmosfere, ki znaģa 8000 m.

Stisljivost

Plinom in tudi ostalim snovem se prostornina nekoliko zmanjģa pod vplivom tlaka. Relativno zmanjģanje prostornine je sorazmerno poveļanju tlaka, sorazmernostni koeficient χ pa imenujemo stisljivost.

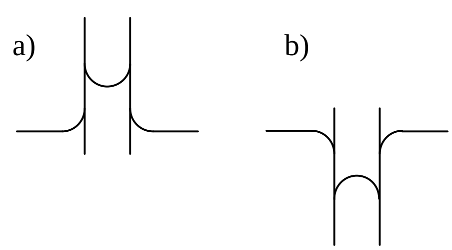
$$\frac{\Delta V}{V} = -\chi \Delta p$$

Za pline velja, da je pri stalni temperaturi njihova prostornina obratno sorazmerna z absolutnim tlakom, kar je tudi vsebina <u>Boylovega zakona</u> (n-kratno poveļanje tlaka ima za posledico n-kratno zmanjģanje prostornine). Od tod sledi, da je gostota plinov sorazmerna z absolutnim tlakom.

$$\left.\begin{aligned} p &= np_0 \\ V &= V_0/n \end{aligned}\right\} \Rightarrow pV = p_0 V_0 \quad ; \quad \frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0}$$

Povrģinska napetost

Povrģinska napetost je pojav, ki ga sreļamo pri kapljevinah. Te lahko ob stiku s povrģinami snovi te omoļijo (primer steklo-voda (a), kjer se gladina kapljevine ukrivi navzgor) ali pa ne (primer steklo-Hg (b), kjer se gladina kapljevine se ukrivi navzdol).



Zaradi povrģinske napetosti nastane sila v ravnini gladine kapljevine, ki v vsaki toļki roba deluje pravokotno nanj v smeri, ki bi zmanjģala povrģino gladine. Ta sila (F) je sorazmerna z dolģino roba (l). Sorazmernostni koeficient (γ) imenujemo koeficient povrģinske napetosti.

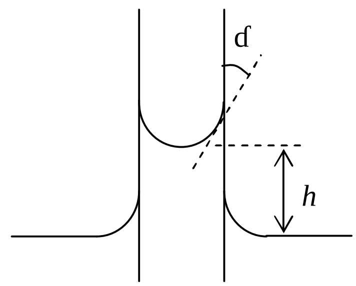
$$F = \gamma l$$

Povrģinska napetost in poviģanje tlaka v mehurļku (ali kapljici) doloļa njegovo velikost. Njegov polmer je obratno sorazmeren s poviģanjem tlaka.

$$r = \frac{4\gamma}{\Delta p} \quad \text{(mehurļek)} \quad ; \quad r = \frac{2\gamma}{\Delta p} \quad \text{(kapljica)}$$

Povrģinska napetost tudi doloļa dvig ali spust gladine kapljevine v kapilarah, kar je izrednega pomena za ģivljenje rastlin in njihovo oskrbo z vodo. Kapilarni dvig ali spust je sorazmeren s povrģinsko napetostjo in obratno sorazmeren s polmerom kapilare.

$$h = \frac{2\gamma \cos(\theta)}{\rho g r} \quad ; \quad \theta - \text{kot omoļitve}$$



Delo tlaka

Delo tlaka je enako produktu tlaka (p) in volumna iztisnjene tekoļine (ΔV) $A = p\Delta V$. Ļrpalka, ki preļrpa prostornino tekoļine ΔV, in pri tem dvigne tlak tekoļini, ki zapuģļa ļrpalko za Δp, opravi delo $A = \Delta p \Delta V$.

Pri plinih obiļajno z ΔV oznaļujemo spremembo prostornine plina. V teh primerih je delo nasprotno enako produktu tlaka in spremembe prostornine plina.

$$A = -p\Delta V$$

Ļe tlak ni stalen, raļunamo delo z integralom tlaka po spremembi prostornine plina.

$$A = -\int p dV$$

Na tak sluļaj naletimo pri izotermnem razpenjanju ali stiskanju plina. Delo, ki ga opravi plin, ko se s prostornine V_1 in tlaka p_1 razpne na prostornino V_2 in tlak p_2, je tedaj enako

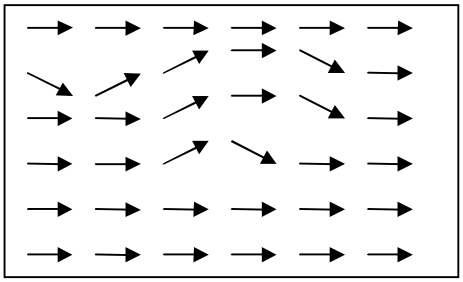
$$A = -\int_{V_1}^{V_2} p dV = -p_1 V_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

V stiskalnicah tlak izkoriģļamo za pretvorbo sile F_1, ki pritiska na vstopni bat s presekom S_1, v silo F_2 izstopnega bata s presekom S_2. Razmerje sil je sorazmerno povrģini batov, na katere te pritiskajo, razmerje poti batov (s_1 in s_2) pa je obratno sorazmerno njihovemu preseku. Tako je delo vstopnega bata nasprotno enako delu izstopnega bata.

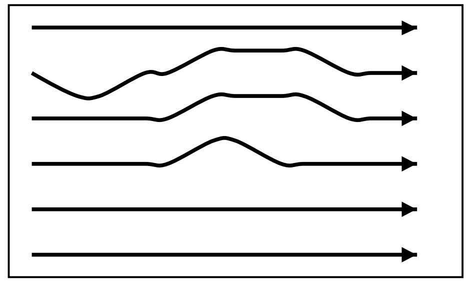
$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = p \quad ; \quad S_1 s_1 = S_2 s_2 = \Delta V$$

Gibanje tekoļin

Tok tekoļine lahko opiģemo, ļe poznamo v vsakem trenutku njeno hitrost v vsaki toļki. Vektorje hitrostnega polja tekoļine lahko med seboj poveģemo in dobimo *tokovnice*.

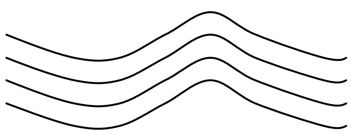


Hitrostno polje

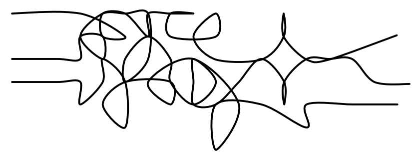


Pripadajoļe tokovnice

Tokovnice so lahko urejene in gladko speljane ali pa med seboj prepletajoļe in zvrtinļene. V prvem primeru je tok laminaren (plastovit) v drugem pa turbulenten (vrtinļast).



Laminaren tok



turbulenten tok

Laminaren tok dobimo pri majhnih hitrostih tekoļine, kadar je tekoļina bolj viskozna in kadar je prostor, v katerem se tekoļina pretaka, omejen (na primer pretakanje olja).
Turbulenten tok dobimo pri visokih hitrostih tekoļine, kadar je tekoļina malo viskozna in kadar je prostor za pretakanje tekoļine neomejen (vreme, veter, deroļa reka, é).

Tok je lahko tudi *stacionaren* ali *nestacionaren*. Pri stacionarnem toku so tokovnice ves ļas enake, pri nestacionarnem pa se menjajo s ļasom. Turbulenten tok je lahko le nestacionaren.

V primeru stacionarnega laminarnega toka definiramo tokovno nit. To je snop vzporednih tokovnic. Za dva razliļna preseka iste tokovne niti velja, da je masni tok enak, in da je tudi volumski tok enak, ļe se gostota tekoļine pri pretakanju ne spreminja. Produkt preseka tokovne niti ter srednje hitrosti toka je ves ļas stalen.

$$\phi_{m1} = \phi_{m2} \quad ; \quad \rho_1 = \rho_2 \quad \Rightarrow \quad \phi_{V1} = \phi_{V2} \quad ; \quad S_1\overline{v}_1 = S_2\overline{v}_2$$

Srednja hitrost tekoļine v tokovni niti je doloļena s kvocientom volumskega toka in ploģļine preseka tokovne niti

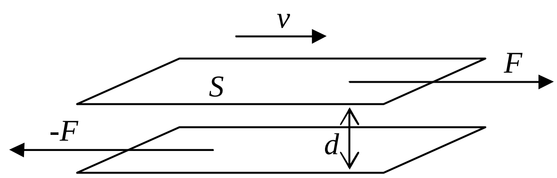
$$\overline{v} = \frac{\phi_V}{S}.$$

Viskoznost

Zaradi viskoznosti imajo tekoļine pri pretakanju upor. Za vzdrģevanje stalnega toka je potrebna tlaļna razlika. Tekoļina, za katero pretakanje z doloļenim volumskim tokom je potrebna manjġa tlaļna razlika, je manj viskozna od tekoļine, za katero je potrebna veļja tlaļna razlika (voda je manj viskozna od olja).

Viskoznost (η) je doloļena kot sorazmernostni koeficient med striġno napetostjo (*F*/*S*) in striġno hitrostjo tekoļine (*v*/*d*).

$$\frac{F}{S} = \eta \frac{v}{d}$$



Bernoullijeva enaļba

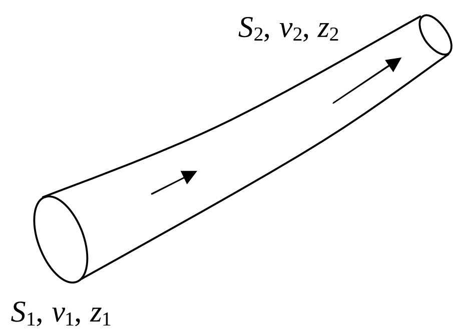
Izrek o kinetiļni energiji lahko uporabimo tudi za tekoļino. Tekoļina s prostornino ΔV, ki vstopa v tokovno nit v toļki 1, prejme delo $p_1\Delta V$ in odda delo - $p_2\Delta V$, ko zapusti tokovno nit v toļki 2. Celotno delo je enako spremembi kinetiļne in potencialne energije tekoļine, pri ļemer se zaļetna energija tekoļine nanaġa na toļko 1 in konļna na toļko 2. Od tod sledi zveza.

$$A = \Delta W_k + \Delta W_p$$

$$p_1\Delta V - p_2\Delta V = \rho\Delta V(v_2^2 - v_1^2)/2 - \rho\Delta V g(z_2 - z_1)$$

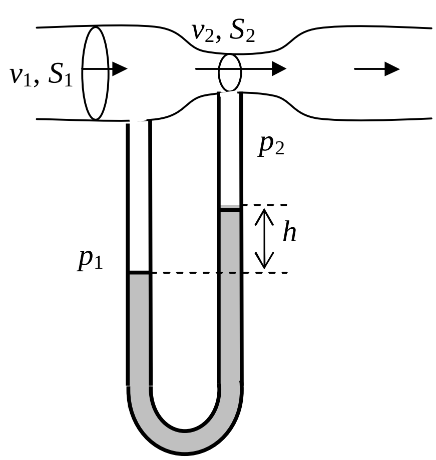
$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho g z_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

Spodnja enaļba je znana kot <u>Bernoullijeva enaļba</u>, ki pravi, da je »*Pri stacionarnem gibanju nestisljive tekoļine je tlaļna izguba enaka pridobljeni vsoti gostote kinetiļne in gostote potencialne energije.*«



Bernoullijeva enaļba velja ob predpostavkah, da pri pretakanju tekoļine ni upora (viskoznost je enaka niļ) in da toļki 1 in 2 leġita na isti tokovni niti. Zaradi upora je vsota ļlenov na levi strani (v vstopni toļki) vedno nekoliko veļja od vsote ļlenov na desni strani (v izstopni toļki).

Primer uporabe Bernoullijeve enaļbe je Venturijeva cev. Ta ima v sredini zoġen presek cevi, zato je tam veļja hitrost tekoļine in s tem niġji tlak kot v normalnem delu. Z merjenjem tlaļne razlike lahko doloļimo volumski pretok skozi Venturijevo cev.

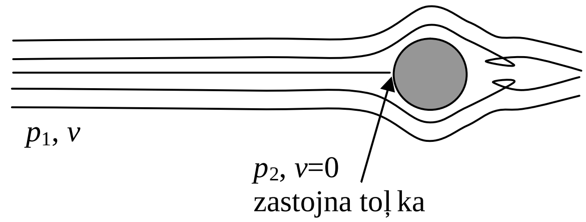


$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}$$

$$\phi_V = v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$\phi_V = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho\left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2}\right)}}$$

Zastojni tlak



Opazujmo tok tekočine po tokovnici, kjer se tekočina daleč od ovire neovirano stacionarno in laminarno giblje s stalno hitrostjo v, tik pred oviro pa zastane, tako da je tam hitrost enaka nič. Točko tokovnice, kjer tekočina zastane, imenujemo zastojna točka. Po Bernoullijevi enačbi je tlak v zastojni točki (p_2) večji od tlaka v neovirani tekočini pred oviro (p_1) za

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{\rho v^2}{2}$$

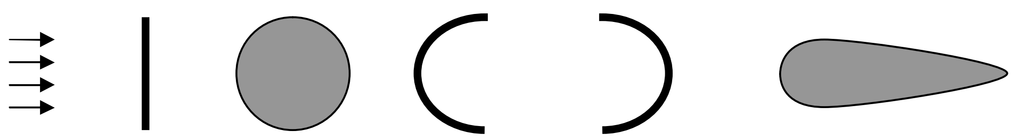
Kvadratni zakon upora

Za ravno ploščo, na katero v pravokotni smeri zadeva tekočina in tam zastane, je tlak za zastojni tlak večji, kot za ploščo, kjer se tekočina vrtinči in tako ohranja (ali celo poveča) hitrost in s tem tudi tlak, ki ga je imela daleč pred njo. Na ploščo zaradi zastajanja tekočine zato deluje v pravokotni smeri sila, ki je enaka produktu površine plošče in zastojnega tlaka. To silo imenujemo sila upora, prej navedeni rezultat pa je potrebno nekoliko korigirati s koeficientom upora, ki je odvisen od oblike telesa. Sila upora je tako po kvadratnem zakonu upora enaka

$$F = c_u S \frac{\rho v^2}{2},$$

kjer je c_u koeficient upora, S ploščina prečnega preseka telesa v smeri pravokotno na tok tekočine, ρ gostota in v hitrost tekočine.

Nekaj teles in ustrezni koeficienti upora:

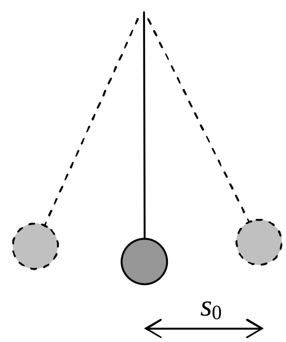


c_u = 1,1 $\quad$ c_u = 0,4 $\quad$ c_u = 0,6 $\quad$ c_u = 1,3 $\quad$ c_u = 0,04

Nihanje

Nihalo je vsaka naprava, ki je zmoġna samostojno nihati. Nihala so lahko mehanska, ta lahko nihajo *premo* ali *suļno*, ali elektriļna. Nihanje je lahko *lastno*, ļe je nihalo pri nihanju prepuġļeno samemu sebi, ali pa *vsiljeno*, ļe nihanje vsiljujemo s periodiļnim dovajanjem energije nihalu.

Nihaj je dogodek, pri katerem nihalo prepotuje vsa moġna stanja odmikov (s) in hitrosti (v) oziroma zasukov (ű) in kotnih hitrosti(ɤ), ki jih lahko zasede v enem ciklu nihanja. Tako v enem nihaju nihalo zapusti *mirovno lego* (s = 0 ali ű = 0, lego, v kateri nihalo obmiruje po koncu nihanja), doseġe najveļji odmik v eno stran, se nato vraļa proti mirovni legi in od tam nadaljuje proti najveļjemu odmiku v drugo stran ter od tam spet doseġe mirovno lego. Najveļji odmik, ki ga nihalo doseġe pri nihanju, imenujemo *amplituda* nihanja (s_0 ali ű$_0$), ļas enega nihaja pa *nihajni* ***ļ****as* (t_0). Nihanje nihala je lahko *du****ġ****eno*, kadar se amplituda nihanja s ļasom spreminja, ali pa *nedu****ġ****eno*, kadar je amplituda stalna. Frekvenca nihanja (з) je enaka ġtevilu nihajev, ki jih naredi nihalo, deljeno s ļasom, potrebnim za te nihaje.



$$\nu = \frac{N}{t_N} = \frac{1}{t_0}$$

Sinusno nihanje

Pri veļini nihal nastopi sila, ki je sorazmerna odmiku, ko nihalo izmaknemo iz ravnovesne lege. Ta sila ima nasprotno smer kot je odmik, tako da vedno vraļa nihalo v ravnovesno lego. Zaradi sile, sorazmerne odmiku, je nihanje nihala sinusno, kar pomeni, da je odmik sinusna funkcija ļasa. Hitrost in pospeġek pri nihanju dobimo z odvajanjem odmika in hitrosti po ļasu.

$$s = s_0 \sin(\omega t + \delta)$$
$$v = \frac{ds}{dt} = s_0 \omega \cos(\omega t + \delta)$$
$$a = \frac{dv}{dt} = -s_0 \omega^2 \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 s$$

premo nihanje

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega t + \delta)$$
$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_0 \omega \cos(\omega t + \delta)$$
$$\alpha = \frac{d\Omega}{dt} = -\varphi_0 \omega^2 \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 \varphi$$

suļno nihanje

Pri tem je $\omega = 2\pi\nu = 2\pi / t_0$ kroġna frekvenca nihanja in ŭ fazna zakasnitev nihanja. Hitrost in pospeġek se spreminjata z isto frekvenco kot odmik, a ne z isto fazo. Tako hitrost za ļetrt nihaja prehiteva odmik in pospeġek za ļetrt nihaja prehiteva hitrost. Najveļja hitrost in najveļji pospeġek nihanja so oļitno enaki:

$$v_0 = \omega s_0 \quad ; \quad a_0 = \omega^2 s_0$$

premo nihanje

$$\Omega_0 = \omega \varphi_0 \quad ; \quad \alpha_0 = \omega^2 \varphi_0$$

suļno nihanje

Lastna frekvenca nihanja

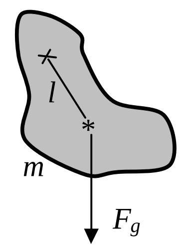
Lastne frekvence nihal so frekvence, s katerimi ta nihajo, kadar so prepuġļena sama sebi. Pri *nihalu na vija****ļ****no vzmet* je vsota zunanjih sil (sile vzmeti, zmanjġane za teġo uteġi) nasprotno enaka odmiku uteġi iz mirovne lege. Z upoġtevanjem, da je pospeġek nihanja nasprotno enak produktu kvadrata krožne frekvence in odmika, sledi, da sta krožna frekvenca in nihajni čas nihanja enaki

$$\left.\begin{aligned} F &= -ks \\ F &= ma = -m\omega^2 s \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad ; \quad t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Podobno dobimo za *sučno nihalo*

$$\left.\begin{aligned} M &= -D\varphi \\ M &= J\alpha = -J\omega^2\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{D}{J}} \quad ; \quad t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}$$

ter za *težno nihalo* (to je primer nihala, v splošnem nepravilne oblike, kjer os nihanja ne sovpada s težiščem nihala; težišče nihala je od osi odmaknjeno za razdaljo l)



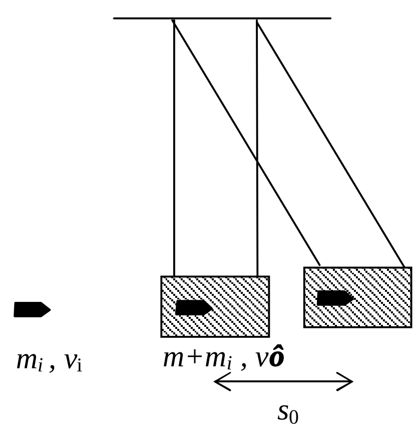
$$\left.\begin{aligned} M &= -mgl\varphi \\ M &= J\alpha = -J\omega^2\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}} \quad ; \quad t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}$$

Poseben primer težnega nihala je matematično nihalo. Pri tem je nihalo enako (v idealnem primeru točkasti) uteži z maso m, ki je obešena na zelo lahko vrvico dolžine l. Vztrajnostni moment tega nihala je enak $J = ml^2$, od koder sledi:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad ; \quad t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Merjenje sunkov z nihalom

Po neprožnem trku, na primer z izstrelkom, dobi nihalo, ki je sprva v mirovni legi, hitrost v', ki je obenem tudi enaka največji hitrosti nihanja. Ta je enaka krožni hitrosti nihanja pomnoženi z največjim odmikom, oziroma zasukom, če je nihanje sučno. Z merjenjem največjega odmika (amplitude) nihala (s_0) lahko določimo začetno hitrost izstrelka (v_i). Pri tem moramo še upoštevati, da je začetna hitrost nihala v' določena ohranitvijo gibalne količine.



$$\left.\begin{aligned} m_i v_i &= (m+m_i)v' \\ v' = \omega s_0 &= \sqrt{\frac{g}{l}}s_0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad v_i = \left(\frac{m}{m_i}+1\right)\sqrt{\frac{g}{l}}s_0$$

Energija nihanja

Če nihanje ni dušeno, se celotna energija nihanja ohranja. Pri matematičnem nihalu v vsakem trenutku velja:

$$W_{nihanja} = W_k + W_p = W_{k\_\max} = W_{p\_\max}$$

Pri tem se ves ļas kinetiļna energija preliva v potencialno in potem spet potencialna v kinetiļno. Matematiļno nihalo ima najveļjo kinetiļno energijo, ko preļka mirovno lego in najveļjo potencialno, ko doseġe najveļji odmik.

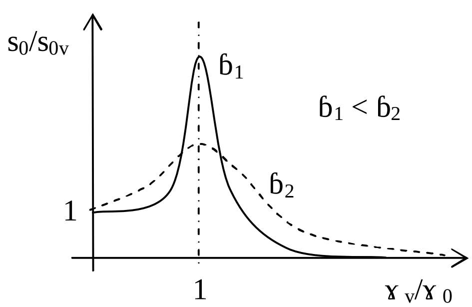
Ļe je nihanje duġeno, se nihalu pri vsakem nihaju zmanjġa celotna energija nihanja za doloļen del. Posledica tega je, da takemu nihalu energija in amplituda nihanja padata eksponentno s ļasom.

$$W_{nihanja}(t) = W_{nihanja}(t=0)\,e^{-2\beta t}$$

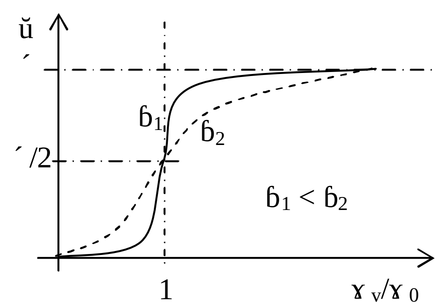
$$s_0(t) = s_0(t=0)\,e^{-\beta t}$$

Vsiljeno nihanje, resonanca

Nihanje lahko nihalu vsiljujemo, tako da nihalu periodiļno dovajamo na nihaj izgubljeno energijo. Takrat nihalo niha s frekvenco ɣ$_v$, ki jo nihalu vsiljujemo, ter z amplitudo s_0 in fazo ŭ, ki sta moļno odvisni od razmerja med frekvenco vsiljevanja nihanja ɣ$_v$ in lastno frekvenco ɣ$_0$. Ko je frekvenca vzbujanja mnogo manjġa od lastne frekvence nihala, nihalo niha z enako amplitudo in fazo, kot sta frekvenca in faza vzbujanja nihanja. Ko je frekvenca vzbujanja enaka lastni frekvenci nihanja, je odziv nihala na vzbujanje najveļji. Takrat pravimo, da je nihalo v *resonanci* s frekvenco vzbujanja. Amplituda nihanja je tedaj mnogo veļja od amplitude vzbujanja in nihalo za ļetrt nihaja zaostaja za vzbujanjem. Ko je frekvenca vzbujanja mnogo veļja od lastne frekvence nihanja, je odziv nihala na vzbujanje zelo majhen in nihalo niha z majhno amplitudo in nasprotno fazo v primerjavi z vzbujanjem. Odziv nihala na vzbujanje je tudi moļno odvisen od duġenja nihala. Pri moļnem duġenju bo resonanļni vrh v resonanļni krivulji nizek in ġirok, pri ġibkem pa ozek in visok.



resonanļna krivulja (amplituda)



resonanļna krivulja (faza)

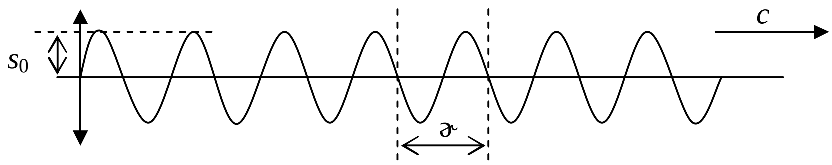
Sestavljena nihala

Veļ nihal lahko poveġemo med seboj. Na ta naļin dobimo sestavljena nihala. Ta lahko nihajo s toliko razliļnimi lastnimi naļini nihanja, kakrġno je ġtevilo nihal, ki smo jih povezali. Lastni naļin nihanja je tisti, ko vsa nihala sistema ves ļas nihajo na enak naļin z enako amplitudo in fazo. Vsako ostalo nihanje sistema nihal lahko potem opiġemo z ustrezno vsoto lastnih nihanj.

Zanimiv primer sestavljenih nihal dobimo, ko poveġemo dve nihali in ju poġenemo tako, da sta obe lastni nihanji enako zastopani. Pri tem se energija nihanja ves ļas seli med obema nihajnima sistemoma; ko eno nihalo obmiruje, drugo niha z najveļjo amplitudo. Tako nihanje imenujemo *utripanje*. Ļas utripanja je enak ļasu med dvema zaporednima mirovanjema istega nihala.

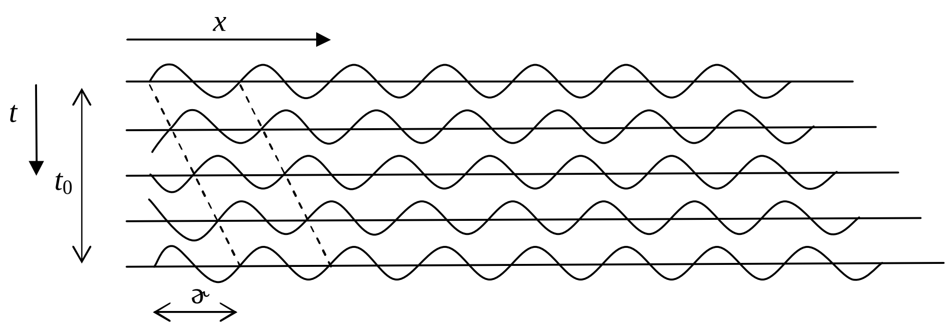
Valovanje

Če napeto vrv udarimo v prečni smeri, se bo po njej začela širiti *motnja* v obliki vdolbine ali izbokline. Podobno dobimo potovanje motnje tudi po vijačni vzmeti, če to na začetku stisnemo (zgoščina) ali raztegnemo (razredčina). V prvem primeru (vrv) so odmiki pravokotni na smer potovanja valovanja in pravimo, da je valovanje *transverzalno*. V drugem primeru (vzmet) pa so odmiki vzporedni s smerjo potovanja valovanja in pravimo, da je valovanje *longitudinalno*. Če bi začetek vrvi neprestano pozibavali (nihali), bi dobili po vrvi potujoče *sinusno valovanje*. Pri sinusnem valovanju lahko določimo *valovno dolžino*. Valovna dolžina λ je razdalja med dvema sosednjima deloma, ki nihata sočasno (z enako amplitudo, frekvenco in fazo).



Če opazujemo posamezno točko pri valovanju, lahko vidimo, da ta sinusno niha z amplitudo s_0 in nihajnim časom t_0; valovanju lahko torej pripišemo tudi frekvenco valovanja ν, ki je enaka $\nu = 1/t_0$. Sosednje točke od opazovane bodo pri valovanju ravno tako nihale z enako amplitudo in frekvenco, a z različno fazo. Fazna zakasnitev bo naraščala sorazmerno z oddaljenostjo od izvora valovanja. Pri pomiku v smeri potovanja valovanja za eno valovno dolžino bo zakasnitev znašala ravno 2π, za poljubni pomik x v tej smeri pa bo zakasnitev enaka $\delta = 2\pi x/\lambda = kx$. Pri tem s k označimo tako imenovani valovni vektor, ki je sorazmeren recipročni valovni dolžini $k = 2\pi/\lambda$. Valovanje v eni dimenziji opišemo z enačbo, ki podaja odmik v poljubni legi in ob poljubnem času:

$$s(x,t) = s_0 \sin(\omega t - kx)$$



Hitrost valovanja

V enem nihajnem času t_0 valovanje prepotuje ravno eno valovno dolžino λ. Hitrost potujočega valovanja je zato enaka

$$c = \frac{\lambda}{t_0} = \lambda\nu$$

Hitrost valovanja ni odvisna od amplitude valovanja (s_0), če le ta ni prevelika, lahko pa je odvisna od frekvence valovanja. V tem primeru pravimo, da ima valovanje *disperzjo*. Primer valovanja z disperzijo je valovanje na vodni gladini, kjer potujejo dolgi valovi (valovi z nizko frekvenco) hitreje od kratkih valov (valov z visoko frekvenco).

Hitrost valovanja po napeti vrvi je enaka kvadratnemu korenu kvocienta sile, s katero je vrv napeta, in dolžinske gostote vrvi.

$$c = \sqrt{\frac{F}{m/l}}$$

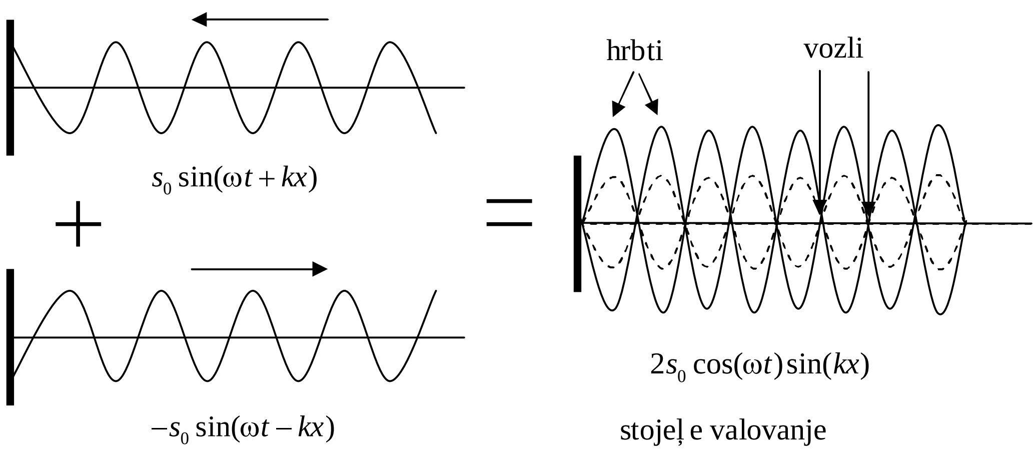
Podobno je hitrost valovanja v prožni snovi enaka kvadratnemu korenu kvocienta prožnostnega modula snovi E in gostote snovi ρ.

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Odboj valovanja, stoječe valovanje

Valovanje, ki pripotuje do ovire, se od nje odbije. Tako se valovanje v vrvi odbije, ko doseže konec vrvi in sicer z enakim predznakom (izboklina se odbije kot izboklina), če je krajišče vrvi prosto in z nasprotnim predznakom (izboklina se odbije kot vdolbina), če je krajišče vrvi vpeto. Podobno se odbije tudi valovanje v vzmeti. V tem primeru se predznak ohrani (zgoščina se odbije kot zgoščina), če je krajišče vzmeti vpeto. Predznak se spremeni (zgoščina se odbije kot razredčina), če je krajišče vzmeti prosto.

Stoječe valovanje dobimo kot posledico interference (mešanja) na oviro vpadnega valovanja in od ovire odbitega valovanja. Valovanje, ki potuje po vrvi proti vpetemu krajišču, se zmeša z valovanjem, ki se je od krajišča odbilo.

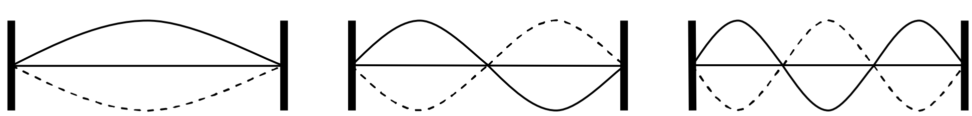


Pri stoječem valovanju vsi deli nihajo sočasno, a z različnimi amplitudami. Amplitude so največje v hrbtih valovanja in najmanjše (enake nič) v vozlih valovanja.

Lastno nihanje napete vrvi

Napeta vrv ima lahko obe krajišči togo vpeti (struna). Tedaj dobimo v struni lastno nihanje, kadar je mnogokratnik valovne dolžine enak dvakratni dolžini strune. Lastne frekvence strune so tedaj enake

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad ; \quad \nu_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{c}{2l} n$$

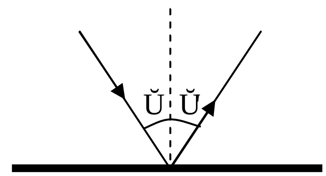


$n = 1$ $n = 2$ $n = 3$

Valovanje na vodni gladini

Valovanje na vodni gladini je primer valovanja v dveh dimenzijah. Tega opišemo z *valovnimi črtami*, ki povezujejo grebene valovanja ali pa z ***ž****arki*, ki so vselej pravokotni na valovne črte. Pri valovanju na vodni gladini srečamo pojave, ki so značilni tudi za ostala valovanja v več dimenzijah. Ti pojavi so: odboj, lom, interferenca in uklon valovanja.

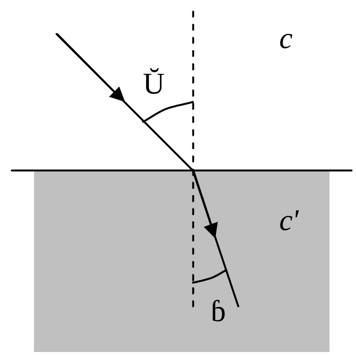
Odboj valovanja



Pri odboju valovanja velja <u>odbojni zakon</u>, ki pravi: *Vpadni in odbojni kot žarka sta enaka*.

$$\alpha = \alpha'$$

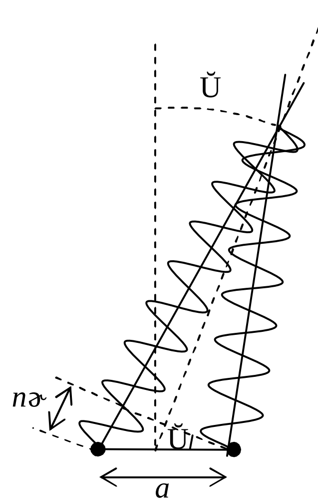
Lom valovanja



Pri vpadu valovanja pod kotom α glede na vpadno pravokotnico, v sredstvo, kjer se hitrost valovanja spremeni iz c v c', se valovanje lomi, tako da v prepuščenem sredstvu oklepa s pravokotnico kot β. Pri tem velja,da je razmerje sinusov kotov vpadnega in prepuščenega žarka konstantno in enako razmerju hitrosti valovanj v vpadnem in v prepuščenem sredstvu.

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c}{c'}$$

Interferenca valovanja

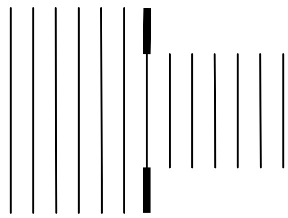


Valovanja lahko hkrati izvirajo iz več izvorov. Pri tem pride do interference (mešanja) teh valovanj. Interferenca je *konstruktivna*, kadar se dve valovanji iz različnih izvorov v celoti prekrivata (grebeni in doline obeh valovanj se ujemajo). Interferenca je *destruktivna*, kadar padejo grebeni enega valovanja v doline drugega. Če imamo le dva izvora valovanja z enako frekvenco, dobimo v dani točki konstruktivno interferenco valovanja, kadar je razlika poti obeh valovanj od izvorov do te točke enaka mnogokratniku valovne dolžine ($l_2 - l_1 = n\lambda\,;\, n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$). Če pa se razlika poti razlikuje od celega mnogokratnika valovne dolžine za polovico valovne dolžine, je interferenca destruktivna ($l_2 - l_1 = (2n+1)\lambda/2\,;\, n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$). V veliki razdalji od sočasnih izvorov valovanja, ki sta v razmiku a in oddajata valovanje valovne dolžine λ, dobimo ojačane curke valovanja pod koti α glede na vpadno pravokotnico.

$$\sin(\alpha) = \frac{n\lambda}{a}$$

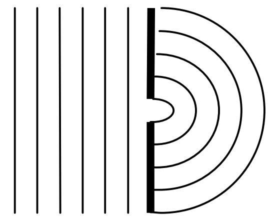
Uklon valovanja

Uklon valovanja je pojav, pri katerem opazimo, da se valovanje lahko širi tudi v senco, to je v prostor za režo. Pri široki reži v primerjavi z valovno dolžino valovanja opazimo le močan curek skozi režo in skoraj nič uklona. Pri ozki reži v primerjavi z valovno dolžino valovanja pa curka v smeri naprej skoraj ni, imamo pa zelo izrazit uklon valovanja. V tem primeru izgleda, kot da bi valovanje izviralo iz ene same toļ ke (reġa je izvor kroģnega valovanja).



d >> ə

ni (ğibek) uklona



d << ə

izrazit uklon

Zvok

Pri posredovanju zvoka imamo vedno najprej izvor zvoka ali *zvočilo*, od katerega potujejo *zvočni valovi*, ki odnašajo energijo zvočila v prostor do *sprejemnika zvoka*. Zvočilo je lahko vsaka naprava, ki niha. Sprejemnik zvoka je običajno opna, ki ob sprejemu zvoka zaniha.

Akustika je veda, ki proučuje zvočno valovanje v področju frekvenc, ki jih lahko slišimo. To je od 16 Hz do 20 kHz. Zvok frekvenc višjih od 20 kHz imenujemo *ultrazvok*, zvok frekvenc nižjih od 16 Hz pa *infrazvok*.

Za razširjanje zvoka je potrebna snov (zvonca, ki zvoni v evakuirani posodi, ne moremo slišati). Pri širjenju zvoka po zraku delci zraka nihajo. Amplitude tega nihanja so zelo majhne (pri običajnih glasnostih v področju mikrometrov).

Frekvenca zvoka

Zvočilo lahko niha sinusno. Takrat oddaja sinusen zvok, ki ga imenujemo *ton* (nihanje strune, izgovorjava samoglasnika »u«). Če nihanje zvočila ni sinusno, a je še vedno periodično, potem zvočilo oddaja *zven* (izgovorjava samoglasnikov »a, e, i, o«). Zven je sestavljen iz večih tonov (več sinusnih valovanj različnih frekvenc). ***Šum*** je zvok, v katerem imamo enakomerno zastopane vse tone (frekvence valovanj so enakomerno in zvezno porazdeljene znotraj širšega frekvenčnega področja). *Pok* je zvok, ki ga dobimo, kadar je njegovo trajanje zelo kratko in znaša le nekaj nihajev zvočila. Tonom lahko pripišemo tudi *višino*, ki je nekakšno merilo za frekvenco zvoka. Višji ton ima višjo frekvenco.

Sprejemniki zvoka

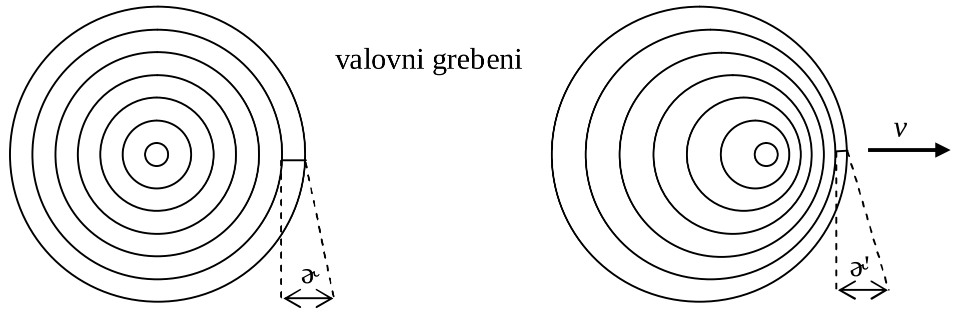
Vsako telo, ki zaniha pod vplivom nihanja okoliškega zraka, lahko uporabimo kot sprejemnik zvoka. *Mikrofon* je naprava, ki nihanje opne (ta zaniha pod vplivom nihanja okoliškega zraka) pretvori v nihanje električne napetosti. Poznamo oglene, kondenzatorske, indukcijske in piezoelektrične mikrofone. Nihanje električne napetosti mikrofona lahko zabeležimo na gramofonsko ploščo, magnetni trak ali pa v digitalni obliki na CD ploščo in na ta način zapišemo zvok.

Hitrost zvoka

Zvok je v tekočinah longitudinalno valovanje, ki se razširja brez disperzije. Hitrost zvoka ni odvisna od frekvence in tudi ne od amplitude. V zraku je hitrost zvoka približno 340 m/s, v vodi pa 1500 m/s. Zvok se širi tudi v trdnih snoveh. V teh je hitrost zvoka zelo visoka (5000 m/s v železu). V trdnih snoveh imamo poleg longitudinalnih zvočnih valov še transverzalne, ki so posledica prožnosti snovi in imajo drugačno hitrost od longitudinalnih valov.

Dopplerjev pojav

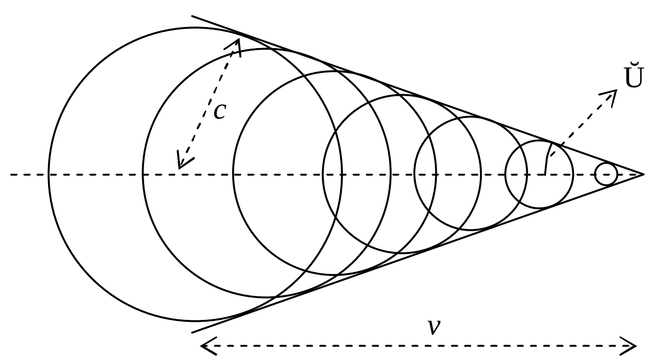
Sprejemnik zvoka sprejema zvok enake frekvence, kot ga oddaja zvočilo, le kadar zvočilo in sprejemnik mirujeta. Če se giblje zvočilo, je valovna dolžina valovanja odvisna od smeri, in sicer je krajša v smeri gibanja zvočila in daljša v nasprotni smeri gibanja zvočila. V času enega nihaja $t_0 = 1/\nu$ napravi valovanje pot ene valovne dolžine λ, a se tudi oddajnik premakne za razdaljo vt_0, kjer je v hitrost zvočila. Tako nastane v smeri potovanja zvočila val z valovno dolġino $\lambda' = \lambda - vt_0 = (c - v)/\nu$, v nasprotni smeri pa val z valovno dolġino $\lambda' = \lambda + vt_0 = (c + v)/\nu$. Ker je frekvenca zvoka obratno sorazmerna z njegovo valovno dolġino ($\nu' = c/\lambda'$), sliġi sprejemnik viġjo frekvenco zvoka, ko se mu zvoļilo pribliġuje ($\nu' = \nu/(1 - v/c)$), in niġjo, ko se mu oddaljuje ($\nu' = \nu/(1 + v/c)$).



Podoben uļinek dobimo tudi takrat, ko zvoļilo miruje, a se sprejemnik giblje. V tem primeru se valovna dolġina valovanja okoli zvoļila ne spremeni in je v vseh smereh enaka, a je hitrost, s katero se valovanje pribliġuje sprejemniku, enaka *c*+*v* v smeri pribliġevanja zvoļilu in *c*-*v* v smeri oddaljevanja od zvoļila. Frekvenca, ki jo zazna sprejemnik, je tako enaka $\nu' = (c + v)/\lambda = \nu(1 + v/c)$ v smeri pribliġevanja in je enaka $\nu' = (c - v)/\lambda = \nu(1 - v/c)$.

	pribliġuje	oddaljuje
zvoļilo se giblje, sprejemnik miruje	$\nu' = \nu \dfrac{1}{1 - v/c}$	$\nu' = \nu \dfrac{1}{1 + v/c}$
zvoļilo miruje, sprejemnik se giblje	$\nu' = \nu(1 + v/c)$	$\nu' = \nu(1 - v/c)$

V doloļenih primerih je lahko zvoļilo hitrejġe od hitrosti valovanja, ki ga oddaja. Takrat valovi, ki se ġirijo od zvoļila, oblikujejo dve ravni valovni ļeli, ki oklepata kot, odvisen od razmerja med hitrostjo valovanja in hitrostjo zvoļila ($\sin(\alpha) = v/c$).



Uklon in interferenca zvoka

Zvok se kot vsako ostalo valovanje tudi uklanja. Ta pojav je bolj izrazit za zvok niġjih frekvenc, kjer je valovna dolġina velika. Ravno tako lahko z zvokom delamo interferenļne poskuse. Dva zvoļnika v razdalji *a*, ki oddajata zvok enake frekvence in faze, ustvarjata ojaļane curke valovanja pod koti Ŭ (glede na simetralo), doloļenimi z enaļbo $a\sin(\alpha) = n\lambda$.

Stoječe zvočno valovanje

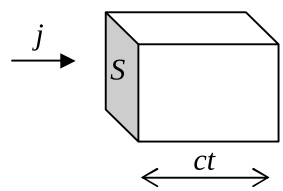
Podobno, ko dobimo stoječa valovanja pri lastnih nihanjih strune, lahko dobimo stoječa valovanja tudi pri piščali. Pri piščali, ki ima obe krajišči zaprti, nastajata v krajiščih vozla odmikov valovanja (oziroma hrbti tlaka). Osnovno stojno valovanje v taki piščali ima torej le dva vozla odmikov v krajiščih in med njima en hrbet, tako je valovna dolžina tega valovanja enaka dvojni dolžini piščali $\lambda_1 = 2l$. Vsako naslednje stojno valovanje ima še en vozel več, tako da je valovna dolžina *n*-tega stojnega valovanja enaka $\lambda_n = 2l/n$, kjer je n število vozlov - 1. Ustrezne lastne frekvence so torej: $\nu_n = nc/(2l)$. Piščal, ki je na enem krajišču zaprta, na drugem pa odprta, ima na zaprtem krajišču vozel valovanja in na odprtem hrbet valovanja. Valovna dolžina osnovnega lastnega valovanja je tako enaka štirikratniku dolžine piščali $\lambda_1 = 4l$, naslednja stojna valovanja pa imajo valovne dolžine enake $\lambda_1 = 4l/(2n-1)$, kjer je n število vozlov valovanja. Lastne frekvence te piščali so tedaj: $\nu_n = (2n-1)c/(4l)$

Energija zvoka

Jakost zvoka *j* definiramo kot zvočno energijo, ki v enoti časa prepotuje skozi okno enotne ploščine.

$$j = \frac{W}{St} = \frac{W}{Sct}c = wc \quad ; \quad w = \frac{\rho(s_0\omega)^2}{2}$$

$$j = \frac{c\rho(s_0\omega)^2}{2}$$



Tu je *w* gostota energije zvoka, ki je odvisna od gostote sredstva, po katerem se širi valovanje, od kvadrata amplitude odmikov zvočnega valovanja s_0 ter od kvadrata frekvence valovanja. Jakost zvoka merimo v W/m^2. Jakost zvoka, ki jo še komaj zaznamo (pri frekvenci 1000 Hz), znaša j_0 = 10^{-12} W/m^2. Poleg jakosti zvoka poznamo še zvočno raven *L*, ki ima logaritemsko skalo in je definirana kot

$$L = 10\log_{10}(j/j_0).$$

Zvočno raven merimo v enotah decibel (dB). Komaj slišen zvok ima raven 0 dB, zvok ravni 120 dB (jakosti 1 W/m^2) pa še meji na nevarnost poškodb sluha.

Zvočilo oddaja energijo v prostor, pravimo, da seva zvok. Energijski tok *P*, ki ga seva zvočilo, je definirano kot v enoti časa izsevana energija

$$P = \frac{W}{t} = jS = j4\pi r^2.$$

Zvočilu, ki seva v vse smeri prostora enakomerno, se z razdaljo *r* zmanjšuje jakost zvoka. Velja namreč: $j = P/S = P/(4\pi r^2)$.

Temperatura

Temperatura je tisto, kar merimo s termometri. V mikroskopski sliki snovi je temperatura merilo za živahnost termičnega gibanja gradnikov snovi.

Razlikovati moramo med toploto in temperaturo. Toplota je energija, ki jo telesi v toplotnem stiku lahko izmenjata, temperatura pa je merilo za stanje snovi. Podobno je stanje snovi odvisno tudi od tlaka. Na primer: gostota snovi je odvisna od tlaka in temperature. Če merimo gostoto pri stalnem tlaku, lahko iz meritve gostote določimo temperaturo snovi. Tako delujejo tekočinski termometri.

Termometer umerimo tako, da določimo dve referenčni temperaturi. Temperatura 0 °C (stopinj Celzija) ustreza talečemu ledu (pri običajnem tlaku) in temperatura 100 °C ustreza vreli vodi pri tlaku 1,01 bar. Termometer, ki je v toplotnem stiku z ledeno vodo, doseže čez čas temperaturo 0 °C, če pa je v stiku z vrelo vodo, doseže temperaturo 100 °C. Obe stanji termometra si zabeležimo (kakšna je prostornina tekočine v termometru) in vmesna stanja razdelimo na 100 delov, ki ustrezajo vmesnim temperaturam od 0 °C do 100 °C. Poleg Celzijeve temperaturne skale poznamo že Kelvinovo temperaturno skalo, ki ima enako velike razdelke, a je njeno izhodišče premaknjeno na -273 °C.

Toplotni stik med telesi lahko vzpostavimo tako, da se telesi dotikata. Pri tem začne toplota iz toplejšega telesa prehajati na hladnejše telo, vse dokler se temperaturi teles ne izenačita. Takrat pravimo, da sta telesi v toplotnem ravnovesju. *Temperature dotikajočih teles težijo k izenačenju*. Vzpostavitev toplotnega ravnovesja moti svetloba, saj se zaradi nje lahko telesa segrejejo na višjo temperaturo od okolice.

Raztezanje snovi

Večina snovi se z rastočo temperatura razteza, a ne raztezajo se vse enako. Izjema je voda v temperaturnem območju med 0 °C in 4 °C, ko se krči. Pojav raztezanja opazimo tudi pri kapljevinah in plinih. Zanimivo je, da se *pri spreminjanju temperature ob stalnem tlaku vsi plini raztezajo enako*. To je tudi vsebina Gay-Lussacovega zakona.

Zaradi te izredne lastnosti plinov velja mednarodni dogovor, s katerim je določena temperaturna skala, in sicer tako, da je *sprememba temperature kar sorazmerna s spremembo prostornine plina*. S takim plinskim termometrom lahko umerimo vse ostale termometre.

S tako definicijo temperature velja dokaj dobro sorazmernost med temperaturo in raztezkom predmetov tudi za ostale snovi. Pri tem je raztezek poleg temperature odvisen tudi od dolžine predmeta. Relativni raztezek (raztezek Δl deljen z dolžino l) pa je odvisen le od spremembe temperature.

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha \, \Delta T$$

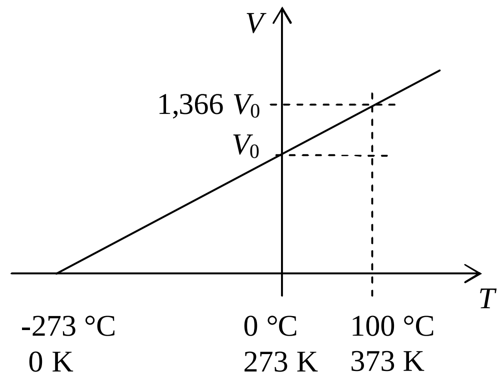
α je temperaturni koeficient dolžinskega raztezka. Za večino trdnih snovi je α velikostnega reda 10^{-5} K^{-1}. Poleg dolžinskega temperaturnega raztezka poznamo že prostorninski temperaturni raztezek. Pri tem je relativna sprememba prostornine sorazmerna s spremembo temperature.

$$\frac{\Delta V}{V} = \beta \, \Delta T$$

Koeficient prostorninskega raztezka ƃ je povezana s koeficientom dolģinskega raztezka Ǖ. Velja $\beta = 3\alpha$.

Absolutna temperatura

Pri segrevanju kateregakoli plina pri stalnem tlaku opazimo, da je prostornina plina pri 100 °C 1,366 krat veļja kot pri 0 °C. Ker je pri plinih sprememba temperature sorazmerna spremembi prostornine, moramo v diagramu $V(T)$ skozi ti dve merski toļki kar potegniti premico, da doloļimo prostornine plina ģe pri ostalih temperaturah.



Hitro lahko opazimo, da premica pri temperaturi $-T_x$ seka horizontalno os, kjer je $T_x = V_0$ 100 °C /0,366 V_0 = 273 °C. Pri temperaturi -273 °C bi torej plin imel prostornino enako niļ. Ker negativne prostornine plina niso moģne, je -273 °C najniģja ģe dosegljiva temperatura. Temperaturi -273 °C pravimo tudi *absolutna niļla* temperature. Kelvinova temperaturna skala (absolutna temperatura) ima izhodiģļe postavljeno v absolutno niļlo. Temperaturo v Kelvinih dobimo iz temperature v Celzijih tako, da temperaturi v Celzijih priģtejemo 273.

Z uvedbo absolutne temperature lahko *Gay-Lussacov zakon* zapiģemo v obliki: *»Pri stalnem tlaku je prostornina vsakega plina sorazmerna z absolutno temperaturo.«*

$$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

Plinska enaļba

Boylov zakon, ki velja za stiskanje plina pri stalni temperaturi, in Gay-Lussacov zakon, ki velja za segrevanje plina pri stalnem tlaku, lahko zdruģimo. Dobimo plinsko enaļbo, ki povezuje zaļetno stanje plina (p_0,V_0,T_0) s konļnim stanjem (p,V,T). Slednjo spremembo lahko izvedemo v dveh korakih:

$$(p_0, V_0, T_0) \xrightarrow{Gay-Lussac} (p_0, V_1, T) \xrightarrow{Boyle} (p, V, T)$$

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T} \quad ; \quad p_0 V_1 = pV \quad \Rightarrow \quad \frac{V_0 T}{T_0} = V_1 = \frac{pV}{p_0}$$

Iz zadnje enaļbe sledi plinska enaļba:
$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0}$$

Ļe plinsko enaļbo delimo z maso plina, lahko pridemo do zveze $\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T}$.

Kadar imamo opravka z meġanico plinov, velja za vsakega od plinov v meġanici plinska enaļba. Vsi plini v meġanici zasedajo enako prostornino V in imajo enako temperaturo T, a med seboj razliļne tlake p_i, kjer je p_i *delni tlak* i-te komponente plina v meġanici. Celotni tlak meġanice je vsota delnih tlakov $p = \sum_i p_i$. Posamezne komponente plinov se obnaġajo tako, kot da jih ostali plini ne obdajajo.

Avogadrov zakon

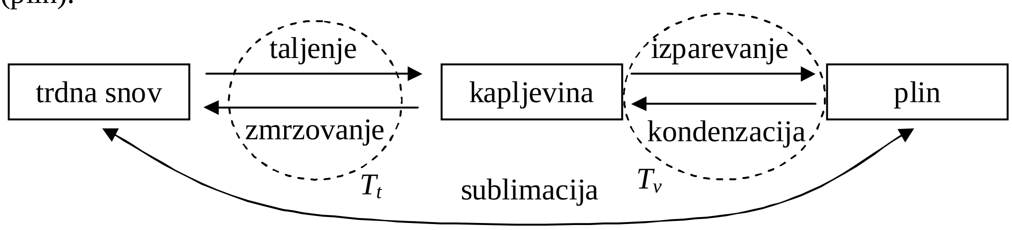
V enakih prostorninah razliļnih plinov je pri enakem tlaku in enaki temperaturi ġtevilo molekul enako. Tako ima kilomol kateregakoli plina pri tlaku p_0 = 1,01 bar in temperaturi T_0 = 273 K vedno prostornino V_0 = 22,4 m^3. Produkt $p_0\ V_0 / T_0 = R$ = 8300 J/K imenujemo sploġna plinska konstanta. Ker je prostornina plina pri enakem tlaku in temperaturi sorazmerna mnoġini plina, je produkt pV/T enak produktu R in ġtevila kilomolov. Tako dobimo *sploġno plinsko enaļbo:*

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

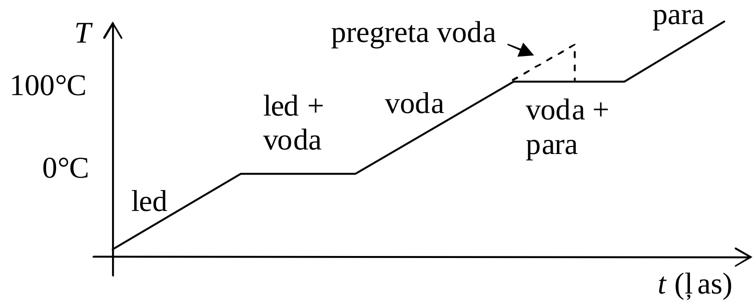
Tu je M masa enega kilomola, tako da je kvocient m/M enak ġtevilu kilomolov.

Taliġļe, vreliġļe

Snovi delimo glede na agregatno stanje na *trdne snovi*, *kapljevine* in *pline*. Vsaka snov se praviloma lahko nahaja v vsakem od teh treh agregatnih stanj, odvisno od temperature in tlaka. Na primer voda je lahko v obliki ledu (trdna snov), tekoļe vode (kapljevina) in vodne pare (plin).



Taljenje in zmrzovanje se dogajata pri temperaturi, ki jo imenujemo taliġļe (T_t), izparevanje in kondenzacija pa pri temperaturi, ki jo imenujemo vreliġļe (T_v). Vodo, ki je sprva v trdnem stanju (led) in ima temperaturo niġjo od taliġļa, segrevamo tako, da ji enakomerno dovajamo toploto. Temperatura vode naraġļa linearno s ļasom le v tistih delih, kjer ni prehajanja iz enega agregatnega stanja v drugega (taljenja ledu ali izparevanja vode). Kjer nastopata dve agregatni stanji hkrati (pri faznih prehodih), se temperatura ne spremeni, vse dokler sta obe agregatni stanji prisotni hkrati (se ne stali ves led ali povre vsa voda). Dovedena energija se pri tem porablja za spremembo agregatnega stanja.



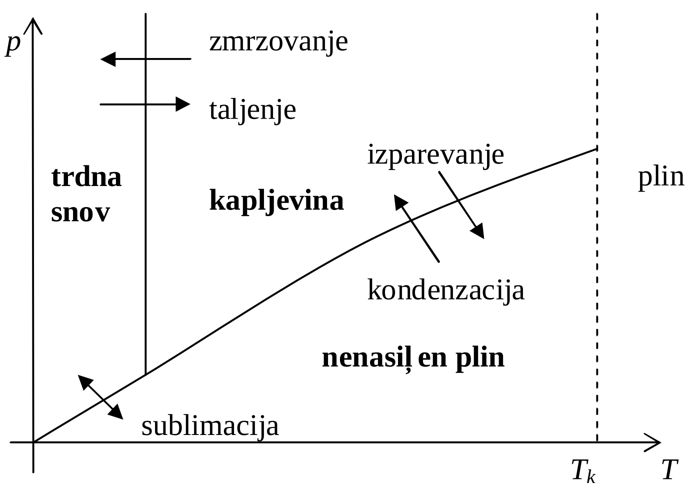
Pri segrevanju in ohlajanju lahko naletimo tudi na stanja, ki so prisotna izjemoma. Takġno stanje je pri segrevanju *pregreta kapljevina* (temperatura kapljevine je ġe presegla vreliġļe, a ta ġe ne vre), pri ohlajanju pa sta takġni stanji *prenasiļena para* (temperatura pare je pod temperaturo vreliġļa, a ta ġe ni zaļela kondenzirati) in *podhlajena kapljevina* (kapljevina ima ġe niġjo temperaturo od taliġļa, a ġe ni zaļela zmrzovati). Ta stanja so nestabilna. Pri vsaki najmanjġi motnji iz okolice pride do nenadne spremembe, pri kateri se vzpostavi normalno stanje (na primer pri podhlajeni vodi del vode nenadoma zmrzne, preostala voda pa se segreje na 0 °C).

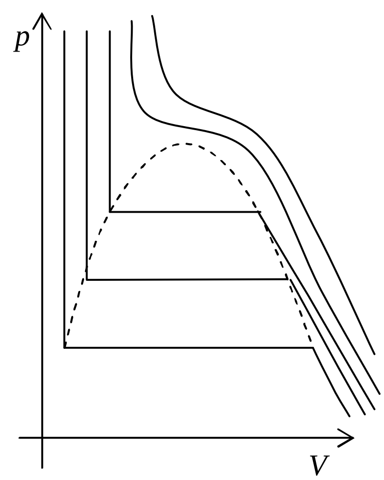
Vreliġļe je odvisno od tlaka

T [°C]	p_s [bar]
0	0,0061
20	0,028
50	0.25
90	0.75
100	1
120	2
180	10
250	40
374	220,5

S posodo, v kateri imamo zaprto tekoļo vodo in nad njo le vodno paro pri doloļenem tlaku, lahko izmerimo, kako je vreliġļe odvisno od tlaka. Voda bo v tem primeru vrela (in se pri tem ohlajala) toliko ļasa, dokler se ne bo nad njo vzpostavil *nasiļen tlak vodne pare*. Ļe v tem poskusu vodi dovajamo (ali odvajamo) toploto, lahko izmerimo, kako je nasiļen tlak vodne pare p_s (in s tem tudi vreliġļe) odvisno od temperature T.

Ko temperaturo vreliġļa poveļujemo, tlak nasiļene vodne pare naraġļa, gostota vrele vode pri tem pada, gostota nasiļene vodne pare pa naraġļa. Pri *kritiļni temperaturi* vode T_k = 374 °C (tlak nasiļene vodne pare je tedaj enak p_k = 220,5 bar) je gostota nasiļene vodne pare enaka gostoti vrele vode. Pri temperaturah, viġjih od kritiļne, ni veļ mogoļe razlikovati med vodo v kapljevinskem in plinastem agregatnem stanju. Kapljevine ni veļ, imamo le ġe plin.





izoterme

Vlaġni zrak

Zrak je zmes plinov. Eden od teh je tudi vodna para. Ļe je zraļni tlak viġji od tlaka nasiļene vodne pare, voda sicer ne bo vrela, ġe vedno pa bo lahko *izhlapevala*, ļe bo le delni tlak vodne pare v zraku manjġi od nasiļenega tlaka vodne pare (pri temperaturi zraka).

Deleġ vodne pare v zraku podamo z vlaġnostjo, ki jo lahko izrazimo kot *absolutno vlaġnost*. V tem primeru podamo gostoto vodne pare v zraku. Ker je ta direktno odvisna od delnega tlaka vodne pare v zraku (in temperature zraka), je dovolj, ļe podamo le delni tlak vodne pare v zraku. Gostota plinov je namreč enaka $\rho = pM/(RT)$. Bolj kot absolutna vlažnost je uporabna *relativna vlažnost*. Ta je definirana z razmerjem med gostoto vodne pare v zraku in največjo možno gostoto vodne pare v zraku (gostoto nasičene vodne pare). Relativna vlažnost, ki jo podamo v procentih, torej pove, kolikšen del vodne pare je v zraku glede na nasičenje. Ko je dosežena 100 % vlažnost, izhlapevanja ni več in voda v zraku se začne kondenzirati. Na ta način lahko preprosto merimo vlažnost. Predmete v prostoru lahko ohlajamo in pri neki temperaturi se bodo orosili, saj bo gostota vodne pare v zraku tedaj enaka nasičeni gostoti vodne pare v zraku, oziroma bo delni tlak vodne pare enak nasičenemu parnemu tlaku vode pri temperaturi, ki jo imajo predmeti. Temperaturo, pri kateri se začnejo predmeti rositi, imenujemo temperatura rosišča T_r.

$$\text{rel. vlažnost} = \frac{\rho(T)}{\rho_s(T)} = \frac{p(T)}{p_s(T)} = \frac{p_s(T_r)}{p_s(T)}$$

Energija

Izrek o kinetiļni energiji ne velja za telesa, ki se neproġno deformirajo. Tem spremembam je skupno, da je telo po konļani spremembi v drugaļnem stanju kot na zaļetku. Tako ima lahko drugaļno temperaturo, agregatno stanje ali kemijsko stanje.

Naļini segrevanja teles

Telo lahko segrejemo z:

- delom (upogibanje, meġanje, gnetenje, é)
- toploto (hladnejġe telo damo v toplotni stik s toplejġim telesom)
- elektriļnim tokom (zaradi elektriļnega upora se telesa, skozi katera teļe elektriļni tok, segrevajo)
- svetlobo (svetloba je valovanje, ki se absorbira na povrġini »ļrnih« teles in ta se zato segrevajo)

Dovedeno energijo pri segrevanju znamo izmeriti le pri segrevanju z delom, zato moramo poskrbeti, da se telo ne bo segrevalo na katerega od ostalih naļinov. Telo damo stran od moļnih virov svetlobe, po njem ne sme teļi elektriļni tok in obdati ga moramo s plastjo toplotne izolacije.

Toplotni izolatorji so snovi, ki vsebujejo veliko zraļnih ġepov (volna, stiropor, é). Zelo dober izolator je Dewarjeva posoda (termo steklenica), ki ima posrebreno notranjost in dvojne stene, med katerimi je vakuum.

Energijski zakon

Telo (1 kg vode) segrevamo le z delom od zaļetne temperature (T_1 = 10°C) do konļne (T_2 = 20°C). Vodo imamo v toplotno izolirani posodi in jo segrevamo z meġanjem s stalno moļjo (P = 90 W). Voda doseġe konļno temperaturo po doloļenem ļasu (t = 470 s) meġanja. Dovedeno delo je tako enako $A = P\,t$ = 90 470 Ws = 42000 J.

Vodo lahko segrevamo z delom tudi na druge naļine (s poloviļno moļjo meġala, z elektriļnim delom, ali pa, da najprej dovedemo 42 kJ dela le polovici vode ter jo zmeġamo z ostalo polovico, é). Na katerikoli naļin segrevamo vodo in pri tem dobimo iz enakega zaļetnega stanja enako konļno stanje, vedno je koliļina dovedenega dela enaka, ne glede na naļin spremembe.

»*Delo, ki ga prejme toplotno izolirano telo, ni odvisno od naļina spremembe, odvisno je le od hitrosti, lege in stanja telesa na zaļetku in na koncu poskusa.*«

Notranja energija

Izrek o kinetiļni energiji dopolnimo do energijskega zakona tako, da mu dodamo nov energijski ļlen, ki pripada energiji telesa zaradi stanja, v katerem je telo. Stanje telesa je doloļeno s temperaturo, tlakom, agregatnim stanjem in kemijskim stanjem. Ta dodatni energijski ļlen imenujemo notranja energija W_n.

$$A = \underbrace{\Delta W_k}_{\text{hitrost}} + \underbrace{\Delta W_p}_{\text{lega}} + \underbrace{\Delta W_n}_{\text{stanje}}$$

Notranja energija je aditivna. Notranja energija večjih teles je enaka vsoti notranjih energij posameznih teles. Pri tem lahko običajno zanemarimo delež notranje energije zaradi medsebojnih učinkov teles. Notranja energija homogenega telesa je sorazmerna z njegovo maso.

V mikroskopski sliki *notranjo energijo razumemo kot kinetično in medsebojno potencialno energijo gradnikov snovi* (molekul in atomov).

Toplota

Toplota je tisti delež energije, ki ob dotiku teles brez dela preide iz toplejšega na hladnejše telo.

Telo lahko segrevamo ali z delom ali s toploto. Oboje je energija, ki jo telo izmenja z okolico. Izmenjana energija povzroči spremembo v energiji telesa (kinetični, potencialni, notranji). Razlika med delom in toploto je smiselna le v makroskopskem svetu; nad delom imamo neposreden nadzor, nad toploto pa ne. Toploto lahko namreč razumemo kot delo, ki ga opravljajo molekule pri neurejenem gibanju.

Energijski zakon: *Sprememba energije telesa je enaka vsoti prejetega dela in prejete toplote.*

$$\Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_n = \Delta W = A + Q$$

Zakon o ohranitvi energije: *Energija se ne more uničiti ali nastati iz nič.*

V mikroskopski sliki je *toplota tisti del energije, ki se pri trkih zaradi termičnega gibanja seli iz toplejšega na hladnejše telo.*

Specifična toplota

Telesa segrevamo s toploto, ki jo dovajamo pri stalnem tlaku. Izkaže se, da je količina dovedene toplote sorazmerna s temperaturno razliko telesa pred in po segrevanju ter z maso telesa. Sorazmernostni faktor imenujemo specifična toplota pri stalnem tlaku c_p.

$$Q = mc_p \Delta T$$

snov	c_p[J/kgK]
voda	4200
Al	900
Fe	450
Cu	380
led	1200
zrak	1010

Pri trdnih snoveh in plinih je tako dovedena toplota tudi enaka spremembi notranje energije telesa, pri plinih pa to ne velja, saj se ti pri segrevanju tudi močno raztegnejo in pri tem opravijo znatno delo. Tako je pri segrevanju plinov toplota, dovedena pri stalnem tlaku, večja od spremembe notranje energije.

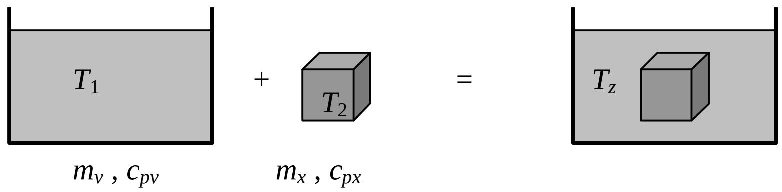
Neznano specifično toploto snovi merimo s pomočjo kalorimetra. To je toplotno izoliran lonec, napolnjen z vodo (m_v, T_1), v katerega potopimo vroč kos snovi (m_x, T_2) z neznano specifično toploto c_{px}. Snov pri tem oddaja toploto vodi in loncu toliko časa, dokler se temperaturi snovi ter lonca in vode ne izenačita (T_z).

$$\left| Q_{odvedena\_x} \right| = Q_{dovedena\_vode} + Q_{dovedena\_lonca}$$

$$m_x c_{px} (T_2 - T_z) = m_v c_{pv} (T_z - T_1) + C(T_z - T_1)$$

$$c_{px} = \frac{(m_v c_{pv} + C)(T_z - T_1)}{m_x (T_2 - T_z)}$$

S C je oznaļena *toplotna kapaciteta* lonca (to je produkt mase in specifiļne toplote lonca).



Notranja energija plinov

Ļe plin segrevamo pri stalnem tlaku p, plin opravi delo $A = -p\Delta V$, kjer je φV sprememba prostornine plina. Plin lahko segrevamo tudi tako, da se mu pri tem ne spremeni prostornina in tako ne opravi niļ dela. Pri takem segrevanju je dovedena toplota (vzemimo, da smo plin segrevali le s toploto) kar enaka spremembi notranje energije plina. Izkaģe se, da je *notranja energija plinov odvisna le od temperature* in jo lahko zapiģemo z enaļbo:

$$\Delta W_n = mc_v \Delta T$$

Pri tem s c_v oznaļujemo specifiļno toploto pri stalni prostornini. Ta je pri trdnih snoveh in kapljevinah praktiļno enaka specifiļni toploti pri stalnem tlaku, saj je delo zaradi raztezanja teh snovi pri stalnem tlaku praktiļno zanemarljivo. Drugaļe je pri plinih, kjer je to delo nezanemarljivo in je razlika med c_p in c_v znatna.

$$\Delta W_n = -p\Delta V + Q \quad \Rightarrow \quad mc_v \Delta T = -\frac{mR}{M}\Delta T + mc_p \Delta T \quad \Rightarrow \quad c_p - c_v = \frac{R}{M}$$

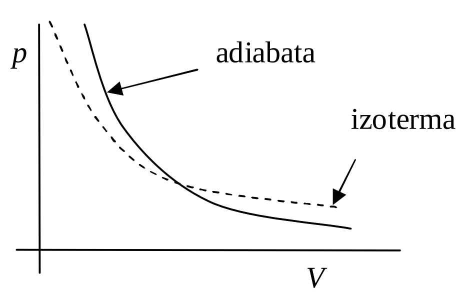
Pline lahko segrevamo tudi tako, da pri tem ne izmenjajo niļ toplote z okolico. Takim spremembam plina pravimo *adiabatne*. Obiļajno so to hitre spremembe ali pa potekajo v toplotno izolirani posodi. Pri adiabatni spremembi velja

$$dW_n = dA = -pdV \quad \Rightarrow \quad mc_v dT = -\frac{mRT}{MV} dV \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{T} = -(\kappa - 1)\frac{dV}{V}$$

kjer je $\kappa = c_p / c_v$. Pri veļatomnih plinih (zrak) je ə = 1.4. Z integriranjem zgornje enaļbe pridemo do naslednjih zvez, ki veljajo za adiabatne spremembe:

$$TV^{\kappa-1} = T_0 V_0^{\kappa-1} \quad ; \quad pV^{\kappa} = p_0 V_0^{\kappa} \quad ; \quad pT^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = p_0 T_0^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

Primer adiabatne spremembe je stiskanje plinov v dizel motorju ali pa razpenjanje zraka, ki se dviga po poboļju hriba. V slednjem primeru se zrak zaradi razpenjanja na vsakih 100 m pridobljene viģine ohladi za pribliģno eno stopinjo. To je tudi poglavitni razlog, zakaj je visoko v hribih precej niģja temperatura kot v dolinah.



Talilna, izparilna, seĝigna toplota

Pri spremembi agregatnega stanja snovi je potrebno dovesti ali odvesti toploto. Ta toplota je sorazmerna masi snovi in je pri taljenju oz. pri izparevanju enaka:

$$Q_t = mq_t \quad ; \quad q_t - \text{specifiļna talilna toplota}$$

$$Q_i = mq_i \quad ; \quad q_i - \text{specifiļna izparilna toplota}$$

V primeru vode je q_t = 336 kJ/kg in q_i = 2,26 MJ/kg.

Podobno se pri kemijski spremembi snovi, kot je gorenje, sprosti seĝigna toplota, ki je sorazmerna masi seĝgane snovi.

$$Q_s = mq_s \quad ; \quad q_s - \text{specifiļna seĝigna toplota}$$

Specifiļne seĝigne toplote so v obmoļju od 10 MJ/kg (les, slab premog, ..) pa do 40 MJ/kg (bencin).

Toplotni tok

Toplotni tok je enak koliļini dovedene toplote, deljeno s ļasom, v katerem je bila topota dovedena.

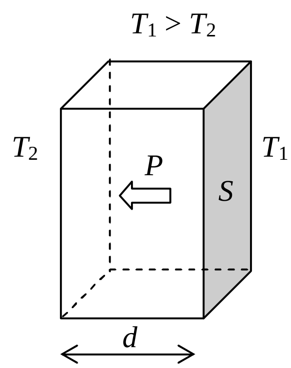
$$P = \frac{Q}{t} \quad [W]$$

Pogosto uporabljamo tudi gostoto toplotnega toka j, ki pove, kolikĝen je toplotni tok skozi enoto povrĝine.

$$j = \frac{P}{S} \quad \left[W/m^2\right]$$

Gostota toplotnega toka je sorazmerna s temperaturno razliko ΔT med temperaturama na obeh straneh plasti, skozi katero teļe toplotni tok, in je obratno sorazmerna z debelino te plasti d.

$$\frac{P}{S} = \lambda \frac{\Delta T}{d} \quad ; \quad \lambda \left[\frac{W}{Km}\right]$$



Sorazmernostni koeficient λ imenujemo koeficient toplotne prevodnosti. Ta pove, kako dobro snov prevaja toploto. Visok koeficient λ imajo dobri toplotni prevodniki, to so obiļajno kovine, nizkega pa dobri toplotni izolatorji (stiropor, steklena volna, penasti materialié).

Toplotni tok lahko znatno poveļamo s konvekcijo, to je z meĝanjem snovi, po kateri se prevaja toplota. Konvekcija je lahko naravna, kot posledica vzgona zaradi manjĝe gostote pri segrevanju, ali pa prisilna, ļe snov meĝamo.

Vreme

Veliko pojavov, povezanih z vremenom, je posledica termodinamskih zakonov. Tako je veter naravna konvekcija zraka. Nastanek megle in oblakov je posledica kondenzacije vodne pare v prenasiļeno vlaĝnem zraku. Ta pogosto postane prenasiļen zaradi meĝanja dveh nasiļeno vlaĝnih zrakov razliļnih temperatur (primer front pri ciklonih). Nastanek oblakov pri vrhu gora je posledica adiabatnega ohlajanja zraka zaradi dviganja ob poboļju. Na doloļeni viĝini postane zrak nasičeno vlažen in tvori se oblak. Zaradi enakega razloga nastanejo tudi kopasti oblaki, le da se v tem primeru zrak ob lepem vremenu dviga navpično navzgor.

Termično gibanje

Pod mikroskopom lahko opazimo, da se drobni delci saj ali kroglice maščob v vodi neprestano gibljejo v naključni smeri, ki jo neprestano menjavajo. To gibanje, ki ga imenujemo Brownovo oziroma termično gibanje, je posledica temperature vzorca. Tako je *temperatura merilo za živahnost termičnega gibanja*. V mikroskopski sliki lahko notranjo energijo snovi razumemo kot vsoto kinetične in medsebojne potencialne energije vseh molekul v snovi. Trki molekul pri termičnem gibanju so idealno prožni, zato *termično gibanje nikoli ne zamre*.

Kinetična energija molekul

V plinu se molekule neprestano termično gibljejo. Del se jih zaletava v steno. Pri teh trkih se molekulam spremeni gibalna količina zaradi sunka sile stene. Na steno zaradi tega deluje sila, ki je enaka masnemu toku molekul proti steni $nm_1v_xS/2$ (številska gostota molekul * masa ene molekule * hitrost molekul pravokotno na steno * površina stene), pomnoženemu s spremembo hitrosti molekul pri prožnem trku ob steno $2v_x$. Tlak molekul ob steno je tako enak $p = F/S = nm_1v_x^2$. Primerjava s plinsko enačbo $p = nkT$ pokaže, da velja $m_1v_x^2 = kT$. Z upoštevanjem $v_x^2 = v^2/3$ dobimo končno zvezo, ki povezuje kinetično energijo ene molekule W_{k1} z absolutno temperaturo:

$$W_{k1} = \frac{m_1v^2}{2} = \frac{3}{2}kT\ .$$

Ta zveza omogoča izračun hitrosti molekul $v = \sqrt{3RT/M}$ in izračun specifične toplote pri konstantni prostornini plina. Notranjo energijo kilomola plina lahko sedaj izrazimo na dva načina:

$$\left.\begin{aligned} W_n &= N_AW_{k1} = \frac{3}{2}RT \\ W_n &= Mc_vT \end{aligned}\right\} \Rightarrow c_v = \frac{3}{2}\frac{R}{M}$$

Rezultat je povsem pravilen za enoatomne molekule plina. za dvoatomne molekule plina znaša $c_v = \frac{5}{2}\frac{R}{M}$, za trne snovi pa $c_v = 3\frac{R}{M}$.

Difuzija

Difuzija je pojav, pri katerem se molekule plina ali kapljevine pri termičnem gibanju širijo v prostor ter čez dovolj dolgo časa zapolnijo ves prostor. Pri difuziji povprečna oddaljenost molekule od začetne lege r narašča kot korenska funkcija časa $r = \sqrt{Dt}$, kjer je D difuzijska konstanta. Hitrost difuzije je poleg odvisnosti od temperature močno odvisna tudi od proste poti molekul, to je od poti, ki jo v povprečju opravi molekula med dvema zaporednima trkoma. V plinih so te poti mnogo daljše kot v kapljevinah, zato je v plinih difuzija mnogo hitrejša kot v kapljevinah, čeprav se hitrosti molekul bistveno ne razlikujejo.

Entropija

Energijski zakon dopušča določene spremembe, ki v naravi niso možne. Ta zakon je potrebno zato dopolniti z entropijskim zakonom, ki tovrstne spremembe prepoveduje.

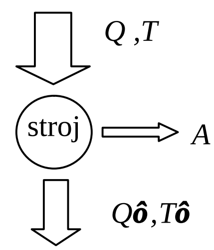
Krožna sprememba

Krožna sprememba je vsaka sprememba, pri kateri je po opravljeni spremembi telo v enakem stanju, legi in hitrosti kot je bilo v začetku spremembe. Sprememba energije telesa (oziroma sistema teles) je pri krožni spremembi enaka nič, od koder sledi, da je vsota dela in toplote enaka nič.

$$\Delta W = 0 \quad \Rightarrow \quad A + Q = 0$$

Vedno je možno izvesti krožno spremembo, pri kateri vso opravljeno delo pretvorimo v oddano toploto. Sprememba, pri kateri bi vso dovedeno toploto pretvorili v delo, ne obstaja, čeprav jo energijski zakon dopušča. Možno je le, da del dovedene toplote pretvorimo v delo in preostanek v oddano toploto. Tovrstna sprememba se izvaja v *toplotnih strojih*.

Toplotni stroji



Toplotni stroji del dovedene toplote Q pretvorijo v opravljeno delo A in oddano toploto Q'. Velja

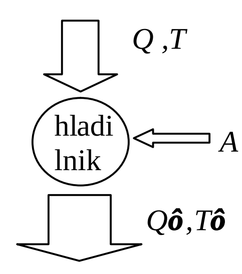
$$Q = |A| + |Q'|$$

Katerikoli toplotni stroj opazujemo, vedno pridemo do spoznanja, ki je tudi ena od možnih oblik zapisa *entropijskega zakona*: »*Toplotni stroj potrebuje temperaturno razliko.*« Brez te se toplotni stroj ustavi. Toplotni stroj dobiva toploto pri višji temperaturi T in jo oddaja pri nižji temperaturi T'.

Izkoristek toplotnega stroja definiramo kot razmerje med opravljenim delom stroja in stroju dovedeno toploto.

$$\eta = \frac{|A|}{Q}$$

Izkoristek toplotnega stroja je vedno manjši od 1 (od 100%) in je tem večji, čim večja je razlika temperatur T in T'. Ko je $T = T'$, je izkoristek toplotnega stroja enak nič.



Posebna oblika toplotnega stroja je hladilnik oziroma toplotna črpalka. Hladilnik iz okolice prejme toploto Q pri nižji temperaturi T in jo nato več (Q') odda pri višji temperaturi T'. Razlika med oddano toploto in prejeto toploto je delo, ki ga hladilni stroj prejme in je potrebno za prenos toplote iz telesa z nižjo temperaturo na telo z višjo temperaturo.

$$Q + A = |Q'|$$

Učinkovitost hladilnega stroja merimo s faktorjem učinkovitosti f

$$f = \frac{Q}{A}$$

Skozi zgodovino je pomembno vlogo odigral parni stroj, še vedno množično uporabljamo bencinski in Diesel motor. Toplotni stroji so tudi klimatske naprave, hladilniki in toplotne ļrpalke. Kroģno spremembo, ki se dogaja v naravi: izhlapevanje, nastanek oblakov, deģ, tok rek, se izkoriģļa za delovanje vodnih elektrarn.

Ireverzibilne spremembe

Sprememba je reverzibilna, kadar je:
1. obrnljiva; obstaja obratna sprememba, ki vodi do zaļetega stanja, lege in hitrosti.
2. obratna sprememba mora potekati preko enakih vmesnih stanj, leg, nasprotnih hitrosti in tokov kot prvotna sprememba.
3. vsi zunanji pogoji obratne spremembe (sile, temperatura, pritisk, ..) morajo biti natanko enaki kot pri prvotni spremembi.

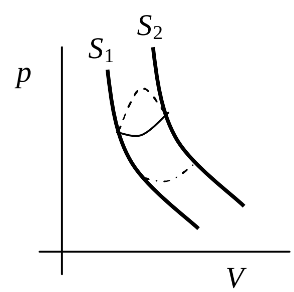
Ļe katerikoli od zgornjih pogojev ni izpolnjen, potem je sprememba ireverzibilna.

Entropijski zakon

Druga oblika zapisa entropijskega zakona: »*Ļe je telo toplotno izolirano, ga po opravljeni ireverzibilni spremembi ne moremo veļ povrniti v prvotno stanje*.« Pri tem uvedemo novo koliļino S, imenovano entropija, ki se pri opravljeni reverzibilni spremembi v toplotno izoliranem sistemu ne spremeni ($\Delta S = 0$) in se poveļa ($\Delta S > 0$) vsakiļ, ko opravimo v toplotno izoliranem sistemu ireverzibilno spremembo. Entropija je funkcija stanja telesa in je neodvisna od tega, kako je telo priģlo v dano stanje.

Adiabate

Na plinu opravimo reverzibilno adiabatno spremembo. Ker pri tej spremembi plin ne izmenja niļ toplote z okolico, se entropija plina ne spremeni. Adiabate so torej krivulje stalne entropije, zato jih imenujemo tudi *izentrope*. Sedaj bi radi naģli koliļino, ki bi bila vsakiļ enaka pri prehodu iz ene adiabate na drugo, ne glede na naļin prehoda (zaļetno in konļno toļko in vmesne poti). Zahtevamo le, da je prehod iz ene na drugo adibato reverzibilen. Izkaģe se, da ima to lastnost kvocient pri prehodu izmenjane toplote in absolutne temperature prehoda. Zaradi neodvisnosti od naļina prehoda in s tem odvisnosti le od zaļetnega in konļnega stanja (zaļetne in konļne entropije) je ta koliļina primerna za merjenje entropijske razlike med adiabatama.



Definicija entropije

Pri reverzibilni spremembi spremembo entropije med dvema bliģnjima stanjema torej raļunamo kot $dS = dQ/T$, v sploģnem pa moramo uporabiti zvezo:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} \approx \frac{Q}{\overline{T}}$$

Izjema je le izotermna sprememba, kjer je $\Delta S = Q/T$. Sprememba entropije pri reverzibilnem segrevanju telesa mase m od zaļetne temperature T_1 do konļne temperature T_2 je torej enaka:

$$\Delta S = m\, c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Nastajanje entropije

Ļe sprememba ni reverzibilna, potem spremembe entropije ne moremo raļunati po prejġnji enaļbi. Ireverzibilno spremembo lahko v takem primeru razdelimo na dva koraka, na reverzibilno, v kateri telo izmenja vso toploto z okolico in za katero velja $\Delta S_1 = \int dQ/T$, ter na preostanek, ki je ireverzibilen in poteka toplotno izolirano tako, da velja $\Delta S_2 > 0$. Ker je skupna sprememba entropije enaka vsoti sprememb entropije obeh korakov, velja za sploġno ireverzibilno spremembo $\Delta S > \int dQ/T$. V sploġnem torej velja:

$$\Delta S \geq \int \frac{dQ}{T}$$

Enaļaj velja, kadar je sprememba reverzibilna, in znak veļje, kadar je sprememba ireverzibilna.

Preprosti primer ireverzibilne spremembe je segrevanje telesa z delom. V tem primeru je namreļ telesu dovedena toplota Q enaka niļ in zato je tudi $\int dQ/T = 0$, sprememba entropije, ki je funkcija stanja, pa je veļja od niļ in znaġa $\Delta S = m c_p \ln(T_2/T_1)$. Torej res velja $\Delta S > \int dQ/T$.

Podoben primer je tudi prenos toplote pri dotiku dveh teles enakih mas *m*, a razliļnih temperatur T_1 in T_2 v toplotno izolirani posodi. V tem primeru je sprememba entropije enaka $\Delta S = m c_p \ln((T_1 + T_2)^2 / 4T_1T_2)$. Raļun pokaġe, da se entropija poveļa, ļe T_1 ni enak T_2. Pri tem procesu se energija ohranja, saj toploto toplejġega telesa dobi hladnejġe telo, ne ohranja pa se entropija. Ta v tem primeru nastane iz niļ. Ļe bi se toplota lahko prenaġala brez dela iz hladnejġega na toplejġe telo, bi se pri tem entropija zmanjġala. Entropijski zakon to prepoveduje, saj se lahko v toplotno izoliranem sistemu po opravljeni ireverzibilni spremembi entropija le poveļa.

Entropijo telesa lahko poveļamo na dva naļina, s toploto ali pa tako, da opravimo kako ireverzibilno spremembo. Entropijo lahko telesu zmanjġamo edino tako, da mu odvedemo toploto.

Izkoristek toplotnih strojev

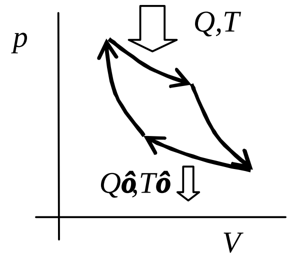
Ker je entropija funkcija stanja in ker je toplotni stroj po opravljeni kroġni spremembi v enakem stanju kot na zaļetku, je sprememba entropije pri kroġni spremembi stroja vedno enaka niļ ȹS = 0. Za kroġno spremembo tudi velja A+Q=0.

Ļe opravlja stroj *izotermno reverzibilno kroġno spremembo*, velja torej $\Delta S = 0 = Q/T$. Ker velja tudi A+Q=0, od tod sledi A=0. Tak stroj ne more dobivati niļ toplote in tudi ne more opravljati nobenega dela.

Ļe opravlja stroj *izotermno ireverzibilno kroġno spremembo*, velja torej $\Delta S = 0 > Q/T$. Ker velja A+Q=0, od tod sledi A>0. Tak stroj dobiva delo in ga v celoti pretvarja v oddano toploto. Torej ravno nasprotno od tega, kar ġelimo, da dela toplotni stroj.

Do toplotnega stroja, ki opravlja delo, pridemo šele, ko dopustimo, da stroj pri krožni spremembi dobiva toploto Q pri višji temperaturi T in oddaja toploto Q' pri nižji temperaturi T'. Oglejmo si najprej stroj, ki opravlja *reverzibilno krožno spremembo* med dvema adiabatama, med katerimi prehajamo z izotermno spremembo. Takšno krožno spremembo imenujemo *Carnotova* krožna sprememba.

$$\Delta S = 0 = \frac{Q}{T} - \frac{|Q'|}{T'} \quad \Rightarrow \quad \frac{|Q'|}{Q} = \frac{T'}{T}$$



Izkoristek Carnotovega toplotnega stroja, ki deluje na reverzibilno spremembo, je potemtakem enak.

$$\eta_c = \frac{|A|}{Q} = 1 - \frac{|Q'|}{Q} = 1 - \frac{T'}{T}$$

Če toplotni stroj deluje na ireverzibilno Carnotovo spremembo, je njegov izkoristek še slabši, saj velja

$$\Delta S = 0 > \frac{Q}{T} - \frac{|Q'|}{T'} \quad \Rightarrow \quad \frac{|Q'|}{Q} > \frac{T'}{T} \quad \Rightarrow \quad \eta = 1 - \frac{|Q'|}{Q} < 1 - \frac{T'}{T} = \eta_c$$

Splošni toplotni stroj deluje na krožno spremembo, ki v splošnem ni Carnotova in torej ne izmenjuje toplote z okolico pri stalni temperaturi. Denimo, da tak stroj prejema toploto Q pri različnih temperaturah, od katerih je najvišja T_{max} in oddaja toploto pri različnih temperaturah od katerih je najnižja T_{min}. Za tak stroj velja

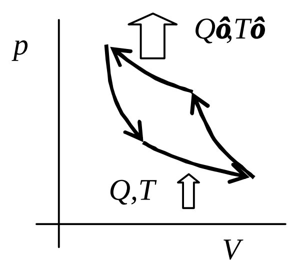
$$\Delta S = 0 \geq \int \frac{dQ}{T} - \int \frac{|dQ'|}{T'} \quad \Rightarrow \quad \frac{|Q'|}{T_{\min}} \geq \int \frac{|dQ'|}{T'} \geq \int \frac{dQ}{T} \geq \frac{Q}{T_{\max}} \quad \Rightarrow \quad \frac{|Q'|}{Q} \geq \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

Od koder sledi, da je izkoristek:

$$\eta = 1 - \frac{|Q'|}{Q} \leq 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

Podobno kot lahko izračunamo izkoristek za Carnotov stroj, lahko izračunamo tudi faktor učinkovitosti (f) za *hladilnik*, ki deluje na Carnotovo reverzibilno krožno spremembo

$$f = \frac{Q}{A} = \frac{1}{\frac{|Q'|}{Q} - 1} = \frac{1}{\frac{T'}{T} - 1}$$



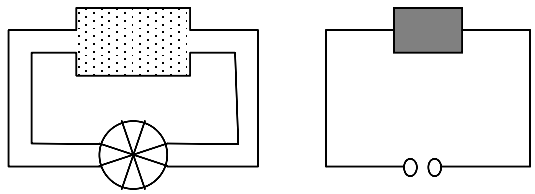
Iz zgornje zveze lahko vidimo, da se faktor učinkovitosti približuje nič, ko se temperatura T, pri kateri črpamo toploto, približuje absolutni ničli. Od tod sledi, da potrebujemo neskončno dela, če želimo doseči absolutno ničlo temperature. Absolutna ničla temperature je nedosegljiva.

Od kod ireverzibilnost

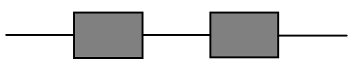
V mikroskopski sliki je večina pojavov, ki so v makroskopski sliki nereverzibilni, reverzibilnih. Pri teh reverzibilni pojav v makroskopski sliki ni nemogoč, a je zelo malo verjeten. Entropijo lahko zato razumemo tudi kot merilo za verjetnost stanj. Pri vsaki ireverzibilni spremembi se bolj urejeno in manj verjetno stanje, ki ima tudi manjšo entropijo, pretvori v bolj verjetno stanje, ki je manj urejeno in ima večjo entropijo.

Elektriļni tok

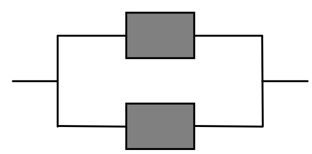
Elektriļni tok teļe po elektriļnih prevodnikih od izvora elektriļnega toka (baterija, generator, é) preko vodnikov do porabnika (grelec, motor, é) in po vodnikih nazaj do izvora. *Elektriļni tok lahko teļe le, ļe je elektriļni krog sklenjen.* Elektriļni prevodniki so kovine in elektroliti, elektriļni izolatorji pa so plastika, guma, keramikaé Elektriļni tok po sklenjenem krogu je analogen toku vode po ceveh, pri tem je izvoru elektriļnega toka analogna vodna ļrpalka.



Pri elektriļnem krogu loļimo zaporedno in vzporedno vezavo. Pri zaporedni vezavi teļe isti elektriļni tok ļez vse elemente vezja, pri vzporedni pa se tok razdeli in teļe po vsakem elementu le del celotnega toka.



Zaporedna vezava



Vzporedna vezava

Uļinki elektriļnega toka

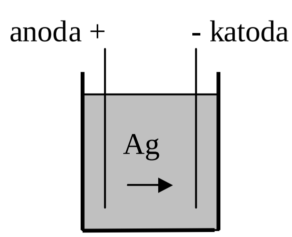
Elektriļni tok ima:

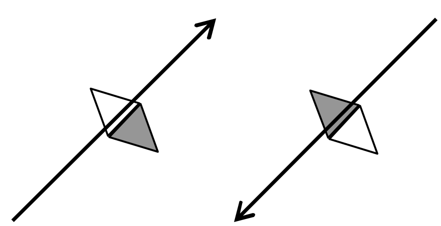
- toplotne (prevodniki, skozi katere teļe tok, se segrevajo)
- magnetne (magnetnica se odkloni, ļe jo postavimo v bliģino vodnika s tokom)
- kemijske uļinke (elektroliza - v raztopini elektrolita ($AgNO_3$, $CuSO_4$, ..) se na negativni elektrodi izloļa kovina)

Smer elektriļnega toka

Smer elektriļnega toka je doloļena s *smerjo potovanja kovine pri elektrolizi*. Ta potuje vedno od pozitivne elektrode (anode) proti negativni elektrodi (katodi).

Smer elektriļnega toka lahko doloļimo tudi s pomoļjo magnetnih uļinkov elektriļnega toka. Magnetnica pod vodnikom se pri spremembi smeri toka obrne ravno v nasprotno smer.





Električni naboj

Pri poskusih z elektrolizo lahko opazimo, da je količina na katodi izločene kovine odvisna le od množine pretočene elektrike. Množino elektrike imenujemo *električni naboj*. Za električni naboj velja zakon ohranitvi naboja: »Naboj se ne more nikoli uničiti ali nastati iz nič.«.

Osnovno enota naboja 1 C = 1 coulomb ustreza masi 1,118 mg izločenega srebra pri elektrolizi srebrovega nitrata ($AgNO_3$).

Električni tok

Električni tok I je določen z razmerjem med pretočenim nabojem e in časom t, v katerem se je naboj pretočil.

$$I = \frac{e}{t} \quad ; \quad \text{v splošnem} \quad I = \frac{de}{dt} \quad [\text{A=amper=C/s}]$$

Z uvedbo osnovne enote za tok (A= amper), ki tudi sicer sodi med osnovne fizikalne enote (kg, m, s, K, A), se naboj izraža z enoto As (amper sekunda).

$$e = It \quad ; \quad \text{v splošnem} \quad e = \int I dt \quad [\text{As}]$$

Amper lahko sicer definiramo tudi na osnovi magnetnih učinkov toka, in sicer teče v isto smer po dveh vzporednih vodnikih tok enega ampera, kadar se vodnika na vsak meter dolžine privlačita s silo 2 10^{-7} N.

Zakoni elektrolize

Iz mase pri elektrolizi izločene kovine in znanega pretočenega naboja lahko izračunamo, koliko naboja se pretoči, da se pri elektrolizi izloči en atom kovine. Pri tem pridemo do presenetljivega rezultata, da je ta naboj vedno enak celoštevilskemu mnogokratniku ν osnovnega naboja: $e = \nu e_0$, kjer je ν valenca kovine (srebro je enovalentno (ν=1), baker je dvovalenten (ν=2), aluminij je trivalenten (ν=3), é) e_0 pa je osnovni naboj in je enak:

$$e_0 = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

Ioni v raztopinah

Raztopine prevajajo električni tok zaradi ionov. Ion je atom ali molekula s presežkom pozitivnega (kation) ali negativnega naboja (anion). Kationi potujejo proti katodi, anioni pa proti anodi. Električni tok v raztopini ionov (elektrolitu) je torej sestavljen iz usmerjenega gibanja pozitivnih ionov in nasprotno usmerjenega gibanja negativnih ionov.

Merilniki toka

Ampermeter je naprava, s katero merimo električni tok. Najpogosteje deluje z zaznavanjem toka preko magnetnih učinkov. Ampermeter priključimo v vezje vedno zaporedno s porabnikom, skozi katerega želimo izmeriti električni tok.

Z ampermetri lahko potrdimo <u>1. Kirchhoffov izrek</u>: *Vsota tokov, ki vstopa v razvejišče, je enaka vsoti tokov, ki izstopa iz razvejišča.*

Galvanski elementi

Baterije in akumulatorji so galvanski elementi. V njih poteka elektrolitska reakcija, pri kateri se snov kemijsko pretvarja in ob tem teče električni tok. Ko snovi za elektrolizo zmanjka, baterija obnemore in tok se ustavi. V akumulatorjih lahko kemijsko reakcijo praznjenja tudi obrnemo. Pri tem se akumulator napolni. Ob počasnem praznjenju akumulatorja je reakcija reverzibilna. Primer je svinčev akumulator, kjer pri praznjenju poteka reakcija: $Pb + PO_2 + 2H_2SO_4 \rightarrow 2PbSO_4 + 2H_2O$.Pri polnjenju poteka reakcija v obratni smeri.

Električno delo

Ko se akumulator prazni, opravlja električno delo, ki ga lahko prejmejo ostali elementi vezja. Tako se v električnih motorjih električno delo akumulatorja lahko pretvori v mehansko delo motorja ali pa v električnem grelcu v oddano toploto. V akumulatorju se ob tem porablja snov za elektrolizo (PO_2). Poskusi pokažejo, da je opravljeno električno delo akumulatorja povsem enako toploti, ki bi se sprostila pri kemijski reakciji, kjer bi dosegli enako končno stanje akumulatorja brez posredovanja toka. Za električno delo torej velja energijski zakon. Poleg mehanskega dela A_{meh} lahko sedaj povem enakovredno obravnavamo tudi električno delo A_{el}.

$$\Delta W = A_{meh} + A_{el} + Q$$

Napetost

Električno delo je sorazmerno toku času, v katerem teče tok. Torej je električno delo sorazmerno pretočenemu naboju. Sorazmernostni faktor med električnim delom A_{el} in pretočenim nabojem e imenujemo električna napetost U.

$$A_{el} = eU \quad ; \quad \text{v splosnem} \quad A_{el} = \int U de$$

Električno delo, ki ga prejme električni prevodnik, je enako produktu napetosti, ki vlada med njegovima priključkoma, in pretočenega naboja.

Napetost merimo v voltih [V = volt = J/As]. Napetost lahko določimo med dvema točkama oziroma proti referenčni točki (absolutna napetost ne obstaja). Primerjava z mehaniko pokaže, da če lahko pretočen naboj primerjamo s prostornino pretočene tekočine, potem lahko napetost akumulatorja primerjamo s tlačno razliko črpalke.

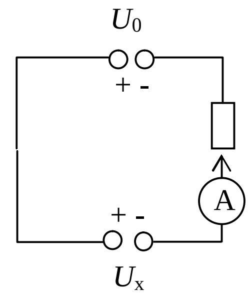
Napetost merimo z voltmetri. Voltmeter vedno priključimo vzporedno s porabnikom, na katerem želimo izmeriti napetost.

Električna moč je enaka produktu napetosti in toka. $P = UI \quad [W = VA]$

Seštevanje napetosti

Skozi vezje, ki se sestoji iz več zaporednih porabnikov, preteče enak naboj in tudi skupno prejeto električno delo je enako vsoti električnih del posameznih porabnikov $eU = A = A_1 + A_2 = eU_1 + eU_2$. Ko to enačbo delimo s pretočenim nabojem, vidimo, da velja: *zaporedne napetosti se seštevajo*. To velja za generatorje in tudi porabnike.

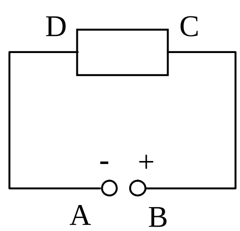
Kompenzacijsko merjenje napetosti

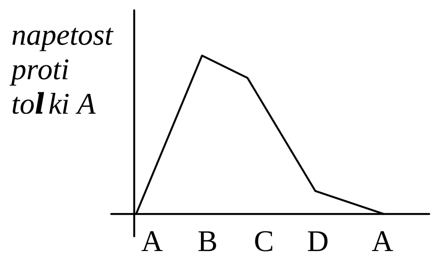


Neznano napetost U_x lahko izmerimo tako, da jo primerjamo proti znani napetosti U_0. Obe napetosti poganjata tok skozi ampermeter v nasprotnih smereh. Ko je tok skozi ampermeter enak niļ , sta napetosti po velikosti enaki. Kompenzacijska metoda merjenja napetosti je po naļ inu podobna tehtanju.

Predznak napetosti

Smer toka v elektriļ nem vezju ni doloļ ena samo z velikostjo napetosti, ampak tudi z njenim predznakom. Po dogovoru ima negativni prikljuļ ek negativno napetost proti pozitivnemu (za sliko spodaj tako velja $U_{AB} > 0$). Velja tudi $U_{AB} = - U_{BA}$. Z meritvami napetosti med posameznimi deli vezja dobimo $U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0$.





Tako velja 2. Kirchhoffov izrek, ki pravi: *Vsota zaporednih napetosti je v sklenjenem elektriļ nem krogu enaka niļ .*

Elektriļ no delo akumulatorja pri praznjenju je negativno (akumulator opravi delo), saj teļ e tok v smeri veļ anja napetosti. Ļ e polnimo akumulator, teļ e tok v smeri padanja napetosti in akumulator tedaj prejme delo. Elektriļ no delo na porabnikih (upori, grelci, motorji, é) je vedno pozitivno (ti elementi prejmejo delo), saj teļ e tok vselej v smeri padanja napetosti. Tako je elektriļ no delo na elementu elektriļ nega vezja enako $A = -eU$, kjer merimo napetost U med prikljuļ koma elementa v smeri toka (napetost izstopne toļ ke pri napetosti vstopne toļ ke).

Gonilna napetost

Gonilna napetost (U_g) je napetost med prikljuļ koma izvora napetosti, ko skozenj ne teļ e noben tok. Poznamo veļ vrst izvorov napetosti:

- galvanski ļ len (deluje na principu razlik kontaktnih napetosti med elektrodami razliļ nih kovin, potopljenih v elektrolitu)
- termoļ len (kontaktna napetost je odvisna od temperature; tako se pojavi napetost med nasprotnima krajiģļ ema spojev dveh ģic razliļ nih kovin, ļ e sta krajiģļ i pri razliļ nih temperaturah; pojav uporabljamo za merjenje temperaturnih razlik ali pa za hladilnike oziroma toplotne ļ rpalke (Peltierjev pojav))
- sonļ ne celice
- dinamostroji in generatorji (delujejo na principu indukcije; vsa elektrika v elektrarnah je proizvedena na ta naļ in)
- gorivne celice (kemijska reakcija, ki poteka v obratni smeri kot pri elektrolizi, proizvaja elektriļ no napetost)

Upor

Meritve toka skozi elektriļni porabnik (na primer daljġi kos slabġe prevodne ġice) pokaġejo, da velja: *Tok je sorazmeren z napetostjo*. To je tudi vsebina Ohmovega zakona. Razmerje med tokom in napetostjo imenujemo upornost (R).

$$U = RI \quad ; \quad R = \frac{U}{I} \quad [V / A = \Omega = ohm]$$

Uporniki so elementi elektriļnih vezij z doloļeno upornostjo. Uporabljamo jih za delitev toka in napetosti. Tako je voltmeter v osnovi ista naprava kot ampermeter, le da ima zaporedno dodan ġe predupor. Napetost na takem voltmetru izraļunamo iz toka skozi ampermeter, ki ga pomnoġimo z upornostjo predupora.

Upor generatorja

Napetost na generatorju pada z naraġļajoļim tokom skozi generator po zvezi

$$U = U_g - R_n I$$

Pri tem je U_g gonilna napetost generatorja, R_n pa notranji upor generatorja. Generator (izvor napetosti) lahko tako razumemo, kot da je sestavljen iz idealnega generatorja, ki ima napetost stalno ne glede na tok, ki teļe skozenj, in zaporednega notranjega upora. Notranji upor generatorja lahko doloļimo iz meritev toka in napetosti pri dveh razliļnih obremenitvah generatorja.

$$R_n = -\frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} = -\frac{\Delta U}{\Delta I}$$

Ļe prikljuļka generatorja kratko sklenemo (naredimo kratek stik), teļe skozi generator kratkostiļni tok I_k, za katerega velja

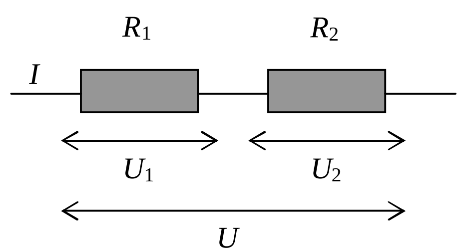
$$U_g = R_n I_k$$

Kratkostiļni tok je lahko zelo velik, ļe je notranji upor generatorja majhen, in lahko povzroļi poġkodbe na elektriļni napeljavi ali celo poġar. Posledice kratkostiļnega toka prepreļimo z uporabo varovalk, ki tokovni krog prekinejo, ko tok preseġe dopustno vrednost.

Zaporedna vezava upornikov

Skozi zaporedno vezana upornika R_1 in R_2 teļe isti tok I. Padca napetosti na obeh uporih U_1 in U_2 pa se zaradi zaporedne vezave uporov seġtevata.

$$IR = U = U_1 + U_2 = IR_1 + IR_2$$
$$R = R_1 + R_2$$



R je nadomestna upornost zaporedno vezanih uporov. *Upornosti zaporedno vezanih uporov se seġtevajo*. Zaradi tega je upornost ġice sorazmerna njeni dolġini.

Napetosti na zaporedno vezanih uporih se razdelijo v razmerju upornosti.

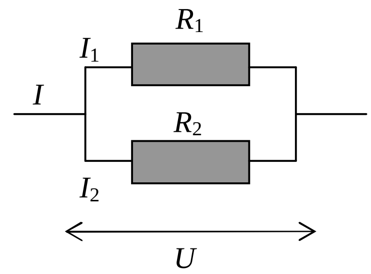
$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

Vzporedna vezava upornikov

Pri vzporedni vezavi upornikov R_1 in R_2 se celotni tok I razdeli na tokova skozi upornika I_1 in I_2. Napetost U je na vzporedno vezanih upornikih enaka.
.

$$\frac{U}{R} = I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



R je nadomestna upornost vzporedno vezanih uporov. *Recipročne upornosti vzporedno vezanih uporov se seštevajo.* Zaradi tega je upornost žice obratno sorazmerna z njenim presekom.

Tokovi se razdelijo med vzporedno vezane upore tako, da je napetost na njih enaka.

$$U = I_1 R_1 = I_2 R_2$$

Specifični upor

Upornost prevodnika (žice) R je sorazmerna z njegovo dolžino l in obratno sorazmerna s ploščino njegovega preseka S. Uvedemo specifično upornost ρ kot sorazmernostni faktor med upornostjo in geometrijskimi parametri prevodnika. Velja namreč

$$R = \rho \, \frac{l}{S}$$

Specifična upornost je najmanjša pri kovinah (baker ρ = 1.7 10^{-8} Ωm), največja pa pri električnih izolatorjih (steklo ρ = 10^{16} Ωm).

Specifična upornost je odvisna od temperature:

$$\rho(T) = \rho_0(1+\alpha(T-T_0)) \quad ; \quad R(T) = R_0(1+\alpha(T-T_0))$$

Tu je α temperaturni koeficient specifičnega upora. Na osnovi temperaturne odvisnosti upornosti lahko izdelamo uporovne termometre.

Superprevodnost

Superprevodnost je pojav, ko snov izgubi vsakršno električno upornost. To se zgodi pri nekaterih snoveh pri zelo nizkih temperaturah (npr. Hg pri T < 4,15 K). Električni tok tedaj teče brez padca napetosti. Ta pojav se uporablja za delovanje zelo močnih magnetov.

Moč, ki jo troši upornik

Z uporabo Ohmovega zakona lahko iz doslej znane enačbe $P=UI$ dobimo še naslednje izraze za moč, ki jo troši upornik:

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

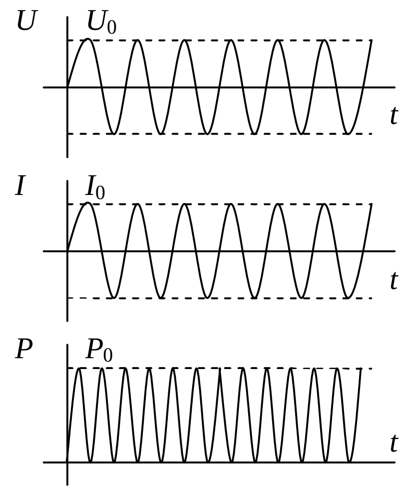
Tok I je tok, ki teče skozi upornik, napetost U pa padec napetosti na uporniku. V primeru generatorja z gonilno napetostjo U_g in notranjim uporom R_n je moč enaka

$$P = -U_g I + R_n I^2 \quad ; \quad \text{praznjenje}$$

$$P = U_g I + R_n I^2 \quad ; \quad \text{polnjenje}$$

Izmenični tok in izmenična napetost

Izmenično napetost in tok dobimo, če na generatorju enosmerne napetosti ves čas menjavamo polarnost priključkov. Nekateri generatorji (predvsem dinamostroji, ki temeljijo na indukciji) že v osnovi ustvarjajo takšno napetost. Običajno je izmenična napetost sinusna. Zaradi veljavnosti Ohmovega zakona za upornike, je tudi tok skozi upornik sinusen. Tako velja



$$U = U_0 \sin(\omega t)$$
$$I = I_0 \sin(\omega t)$$
$$U_0 = R I_0$$

Tu je U_0 amplituda napetosti generatorja in I_0 amplituda toka skozi upornik R, priključen na generator, ω je krožna frekvenca napetostnega nihanja.

Povprečna moč pri izmeničnem toku

Moč na uporniku je enaka $P = P_0 \sin^2(\omega t)$, kjer je $P_0 = U_0 I_0$ amplituda moči. Moč se torej s časom spreminja med 0 in P_0 ter je ves čas pozitivna, kar pomeni, da upornik ves čas lahko le dobiva električno delo in se zaradi tega neprestano segreva. Smiselno je uvesti povprečno moč $\overline{P}$, to je stalno moč, ki bi jo moral prejemati upornik, da bi v času enega nihaja ($t_0 = 2\pi/\omega$) prejel enako dela, kot ga prejme pri dejanski časovno spremenljivi moči. Od tod sledi zveza

$$\overline{P} = \frac{1}{t_0}\int_0^{t_0} P(t)dt = \frac{P_0}{t_0}\int_0^{t_0} \sin^2(\omega t)dt = \frac{P_0}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^2(x)dx = \frac{P_0}{2}$$

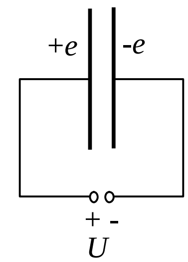
Ker je zadnji integral v zgornji enačbi enak π, *je povprečna moč enaka polovici največje moči.*

Uvedemo lahko tudi efektivno napetost U_{ef} in efektivni tok I_{ef}, ki sta definirani tako, da je efektivna napetost oz. tok tista enosmerna stalna napetost oz. tok, pri kateri bi upornik prejemal enako povprečno moč, kot jo prejema pri izmenični napetosti in toku z amplitudama U_0 in I_0. Velja torej

$$\frac{P_0}{2} = \frac{U_0^2}{2R} = \frac{RI_0^2}{2} = \overline{P} = \frac{U_{ef}^2}{R} = R I_{ef}^2 \quad \Rightarrow \quad U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad , \quad I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

220 V napetosti v vtičnicah v gospodinjstvu je le efektivna napetost, amplituda napetosti je v resnici 311 V.

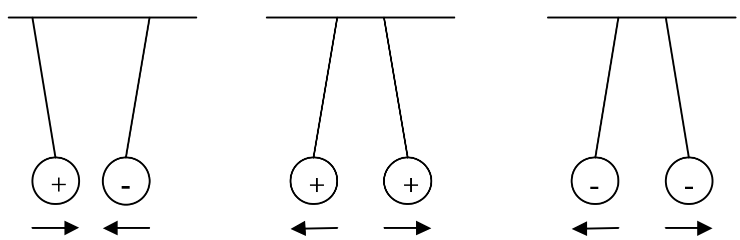
Električno polje



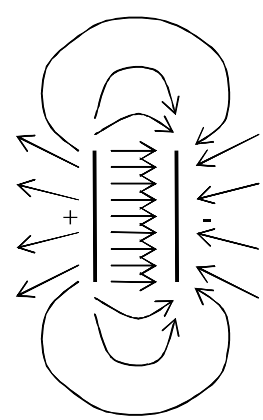
Kaj se zgodi, ko je električni tok prekinjen? Ali se na enem koncu žice takrat nabere višek naboja ene vrste in nasprotne vrste na nasprotnem koncu? Kaj se zgodi z napetostjo med prekinjenima koncema žice? To lahko preverimo tako, da žico priključimo na istosmerni izvor visoke napetosti (več 1000 V) in prekinjen del žice zaključimo z dvema vzporednima ploščama blizu skupaj, a dovolj narazen, da se ne dotikata. Takemu paru plošč pravimo *ploščati kondenzator*, plošči kondenzatorja imenujemo *elektrodi* kondenzatorja. Če pri priključitvi kondenzatorja na napetost merimo tok, lahko opazimo, da se pojavi kratkotrajni sunek toka. Torej je na plošče kondenzatorja stekel električni naboj *e*, ki je enak temu sunku toka $e = \int I dt$. Pravimo, da sta se plošči *naelektrili*. Ko plošči nato odklopimo od izvora napetosti, na ploščah še vedno ostane naboj in s tem je med njima še vedno enaka napetost, kot je bila prej; torej napetost izvora. To lahko preverimo tako, da plošči sklenemo preko žic povezanih z merilnikom toka. Ta pri *razelektritvi* pokaže nasprotno enak sunek toka kot pri naelektritvi, kar pomeni, da je sedaj s plošč stekel nasprotno enak naboj kot pri naelektritvi. Kondenzator bi lahko razelektrili (izpraznili) tudi tako, da bi plošči dovolj približali. Takrat bi med njima preskočila *iskra*, to je kratkotrajen tok skozi zrak. Če bi bili plošči iz folije, bi lahko opazili, da bi se lističa folije (elektrodi) privlačila, ko bi bila naelektrena, privlaka pa ne bi bilo, ko lističa ne bi bila naelektrena. Med naelektrenimi telesi torej delujejo *električne sile*.

Električne sile

Telesa lahko naelektrimo tudi s trenjem. Če stekleno palico podrgnemo ob volneno krpo, na palico nanesemo pozitiven naboj, če je palica plastična, pa se pri tem nanjo nabere negativen naboj. Če se z naelektreno palico dotaknemo drugega telesa, se del naboja prenese tudi na to telo, ki s tem postane naelektreno. Lahki kroglici, oblečeni v kovinsko folijo,lahko naelektrimo na različne načine. Poskus pokaže, da se kroglici (telesi) *odbijata, če sta naelektreni istovrstno, in privlačita, če sta naelektreni raznovrstno*.



Slike električnega polja



Pozitivno naelektreno kroglico, obešeno na vrvici, lahko pomikamo v različne dele prostora in vsakič pomerimo električno silo na kroglico. To lahko določimo iz odklona in teže kroglice. Električne sile lahko med seboj povežemo in dobimo *silnice električnega polja*. Opazimo lahko, da je v prostoru med ploščama kondenzatorja gostota silnic stalna in so te med seboj vzporedne. Pravimo, da je v ploščatem kondenzatorju električno polje *homogeno*.

Električna poljska jakost

Električna poljska jakost E je definirana kot razmerje med električno silo F_e in nabojem e, na katerega ta sila deluje.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{e} \quad ; \quad \vec{F}_e = \vec{E}\, e$$

Električno polje v ploščatem kondenzatorju lahko tudi izračunamo. Vzemimo, da je med ploščama kondenzatorja napetost U, ki je enaka napetosti izvora. Ko kroglica z nabojem e preleti razdaljo med ploščama kondenzatorja l, prejme pri tem delo električne sile, ki je enako eEl. Po drugi strani je pri tem stekel skozi kondenzator in tudi skozi izvor tokovni sunek e in je izvor opravil delo eU. To delo je enako delu, ki ga je prejel naboj. Od tod sledi zveza za jakost električnega polja v ploščatem kondenzatorju:

$$A = eEl = eU \quad \Rightarrow \quad E = \frac{U}{l} \quad \left[\frac{V}{m}\right]$$

Električna poljska jakost v ploščatem kondenzatorju je torej enaka kvocientu napetosti med ploščama kondenzatorja in razmikom med ploščama. Električno poljsko jakost merimo v enotah [V/m].

Napetost med točkama električnega polja

Doslej nas ni zanimal predznak napetosti in naboja, saj smo obravnavali le velikost, ne pa tudi predznaka dela. Dogovorimo se lahko, da bomo odslej merili napetost vedno tako, da bo ta enaka razliki napetosti med končno in začetno točko premika naboja, naboj pa bomo upoštevali s predznakom. V tem primeru vidimo, da velja:

$$A = -eU$$

Namreč: ko pomikamo pozitivni naboj od pozitivne proti negativni elektrodi, je napetost negativna, naboj je pozitiven in delo je tudi pozitivno, zato mora biti v enačbi predznak minus. Podobno je pri premikanju negativnega naboja od negativne na pozivno elektrodo. Tudi v tem primeru je delo pozitivno, napetost je tedaj pozitivna, in ker je naboj negativen, pride v enačbo zopet predznak minus. Torej zgornja enačba vsesplošno velja.

Zgornja enačba omogoča tudi, da izmerimo napetost med poljubnima točkama električnega polja. Ko pomaknemo naboj e za razdaljo s v smeri, ki oklepa s smerjo električnega polja E kot δ, opravimo pri tem delo $A = eEs\cos(\delta) = e\vec{E}\,\vec{s}$. Primerjava z zgornjo enačbo pokaže, da je napetost med končno in začetno točko enaka.

$$U = -Es\cos(\delta) = -\vec{E}\,\vec{s} \quad ; \quad U = -\int \vec{E}\, d\vec{s} \quad \text{(v splošnem)}$$

Tako definirana napetost je neodvisna od poti, po kateri jo računamo. Iz iste začetne se v isto končno točko lahko premaknemo po mnogo različnih poteh, napetost pa bo vedno enaka. To je zato, ker je napetost med dvema točkama posledica električne energije. Ta je odvisna le od začetnega in končnega stanja, ne pa od načina, kako smo prišli iz začetnega v končno stanje. Poleg tega je električna sila konzervativna, kar pomeni, da je odvisna le od lege, ne pa od načina, po katerem smo v to lego prišli. Delu vsake konzervativne sile lahko pripišemo energijo in delu električne sile pripišemo električno energijo.

Iz zgornje enačbe je tudi razvidno, da so silnice električnega polja pravokotne na ploskve stalne napetosti (ekvipotencialne ploskve). Napetost med dvema točkama ekvipotencialne ploskve je vselej enaka nič.

Površinska gostota naboja

Poskusi z naelektrenim kondenzatorjem pokažejo, da je električno polje E v kondenzatorju linearno odvisno od površinske gostote naboja e/S

$$\frac{e}{S} = \varepsilon_0 E_0 \quad ; \quad \varepsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

kjer je E_0 električno polje v praznem kondenzatorju in je ε_0 *influenčna konstanta*. Če kondenzator ni prazen, ampak napolnjen s snovjo, potem je pri enaki površinski gostoti v kondenzatorju za faktor ε manjše električno polje Ravno za toliko se zmanjša tudi napetost med ploščama kondenzatorja.

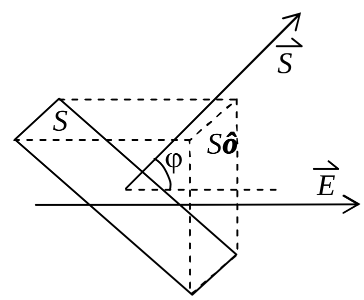
$$E = \frac{E_0}{\varepsilon} \quad ; \quad U = \frac{U_0}{\varepsilon}$$

Konstanto ε imenujemo *dielektričnost* snovi in je vedno večja ali enaka 1.

Električni pretok

Električni pretok je enak produktu influenčne konstante, električne poljske jakosti in površine ploskve, skozi katero potekajo silnice električnega polja pod pravim kotom. Če te ne potekajo skozi ploskev pod pravimo kotom, moramo prejšnji izraz pomnožiti še s kosinusom kota med pravokotnico na ploskev in silnicami.

$$e = \varepsilon_0 ES' = \varepsilon_0 ES\cos(\varphi) = \varepsilon_0 \vec{E}\vec{S}$$



Velja zakon o električnem pretoku: »*Električni pretok v snopu električnih silnic je enak naboju,u iz katerega te silnice izvirajo, in je nasprotno enak naboju, v katerem silnice poniknejo.*«. Za splošen primer, ko je ploskev S ukrivljena in obdaja naboj e, lahko ta zakon zapišemo z enačbo.

$$e = \varepsilon_0 \oint \vec{E}d\vec{S}$$

Coulombov zakon

Poseben primer uporabe zakona o električnem pretoku je primer, ko točkast električni naboj e obdamo s krogelno ploskvijo polmera r, v središču katere je naboj. Silnice električnega polja v tem primeru v vsaki točki ploskve to prebadajo pod pravim kotom, tako da velja

$$e = \varepsilon_0 4\pi r^2 E(r) \quad \Rightarrow \quad E(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Z upoštevanjem, da je sila na naboj e' enaka $e'E$, dobimo enačbo, ki pove, kakšna je sila med dvema točkastima nabojema (e in e').

$$F = \frac{ee'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Slednja enaļba je znana kot *Coulombov zakon*: »*Sila, s katero naelektreno toļkasto telo privlaļi ali odbija drugo tako telo, je obratno sorazmerna s kvadratom medsebojne razdalje ter sorazmerna z enim in drugim nabojem.*«. Po obliki je Coulombov zakon zelo podoben gravitacijskemu zakonu (v obeh primerih pada sila s kvadratom razdalje), bistvena razlika pa je v tem, da je gravitacijska sila lahko le privlaļna, elektriļna pa je lahko ali odbojna ali privlaļna.

Elektriļno polje v prevodnikih

V prevodnikih imamo zaradi zelo majhne upornosti zelo majhna elektriļna polja, dokler teļe skoznje elektriļni tok. Ko toka ni, tudi polja ni veļ. V to se lahko prepriļamo, ļe zapiġemo Ohmov zakon ġe v obliki, ko napetost nadomestimo z elektriļno poljsko jakostjo in tok z gostoto toka.

$$U = RI = \frac{\zeta l}{S} I \quad \Rightarrow \quad \frac{U}{l} = \zeta \frac{I}{S} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \zeta \vec{j} \quad ; \quad \vec{j} = \frac{1}{\zeta} \vec{E}$$

V notranjosti prevodnika zato ni elektriļnega polja, povrġina prevodnika pa je ekvipotencialna ploskev. Ravno tako tudi ni elektriļnega polja v votlini brez naboja, ļe je ta obdana s prevodnikom. Taki votlini pravimo *Faradayeva kletka* in sluġi kot zaġļita pred zunanjim elektriļnim poljem.

Pogosto ġelimo prevoden predmet naelektriti. To lahko storimo tako, da se z drugim naelektrenim predmetom (na primer palice) dotaknemo tega predmeta. Pri tem teļe naboj med predmetoma toliko ļasa, dokler je med njima napetost. Ko ni veļ napetosti med predmetoma, ni veļ prenosa naboja. Takrat se naelektritev ustavi. Drugaļe je, ļe naboja ne nanaġamo na povrġino predmeta, ampak v njegovo notranjost. V tem primeru na povrġini predmeta ni nobenega naboja in bo zato naelektren predmet (palica) imel vedno napetost proti votlini, zato bo naboj praktiļno ves ļas tekel s predmeta (palice) v votlino in od tam proti povrġini. Na ta naļin delujejo nekateri generatorji visoke napetosti npr. Van de Graaffov generator.

Influenca

Influenca je pojav, ko se v elektriļno nevtralnem predmetu v elektriļnem polju razdvojita pozitivni in negativni naboj. Viġek pozitivnega naboja je na tisti strani, v katero kaġejo silnice elektriļnega polja, viġek negativnega naboja pa na nasprotni strani. Ļe tak predmet v elektriļnem polju razdelimo na polovico s pozitivnim nabojem in polovico z negativnim nabojem ter obe polovici odstranimo iz elektriļnega polja, se naboj obeh polovic ne bo spremenil. Obe bosta ġe naprej ostali naelektreni, in sicer ena pozitivno in druga negativno. Ġele ko bi jih staknili, bi se razelektrili.

Kapaciteta

Elektriļnemu kondenzatorju lahko pripiġemo kapaciteto *C*, ki pove koliko naboja *e* lahko kondenzator spravi pri dani napetosti *U*.

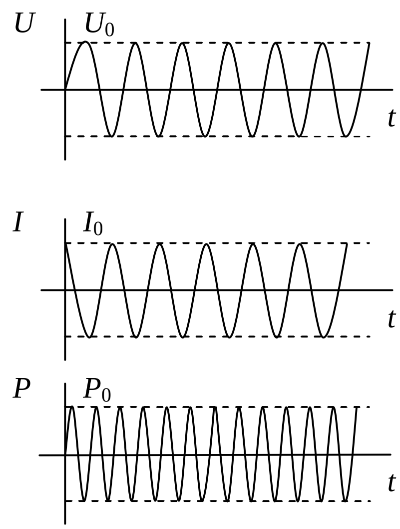
$$e = CU$$

V primeru ploġļatega kondenzatorja z elektrodama ploġļine *S*, medsebojnega razmika *l* in dielektriļnosti dielektrika med ploġļama **Ů** dobimo kapaciteto enako:

$$\frac{e}{S} = \varepsilon\varepsilon_0 E = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{U}{l} \quad \Rightarrow \quad C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{l}$$

Kapaciteta ploščatega kondenzatorja je torej sorazmerna s ploščino plošč kondenzatorja, dielektričnostjo dielektrika med ploščama in obratno sorazmerna z razmikom med ploščama.

Izmenično polnjenje in praznjenje kondenzatorja



Iz zveze $e = CU$ sledi, da je tok skozi kondenzator sorazmeren odvodu napetosti po času $I = de/dt = C\,dU/dt$.

$$U = U_0 \sin(\omega t)$$
$$I = I_0 \cos(\omega t)$$
$$U_0 = \frac{1}{\omega C} I_0 \quad ; \quad \tilde{U} = \frac{1}{\omega C} \tilde{I}$$

Količino $Z = 1/\omega C$ imenujemo tudi impedanca kondenzatorja in ima vlogo upornosti pri izmeničnem toku. Tok skozi kondenzator prehiteva napetost za četrt nihaja. Zaradi tega je povprečna moč na kondenzatorju enaka nič.

$$P = UI = P_0 \sin(2\omega t) \quad P_0 = \frac{U_0 I_0}{2} \quad \bar{P} = 0$$

Energija električnega polja

Kondenzator s kapaciteto C lahko napolnimo z nabojem e. Pri tem prejme kondenzator električno delo

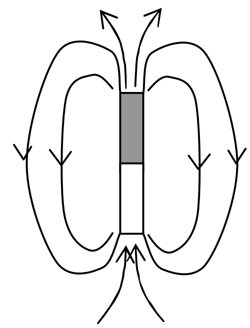
$$A = \int U de = \frac{1}{C}\int_0^e e\,de = \frac{e^2}{2C} \quad \Rightarrow \quad W_{el} = \frac{e^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

Prejeto delo kondenzatorja je enako električni energiji W_{el}, ki jo ima sedaj kondenzator. Izkaže se, da je ta energija uskladiščena v električnem polju med ploščama kondenzatorja, saj električna energija kondenzatorja narašča sorazmerno s prostornino med ploščama kondenzatorja. Zato je smiselno definirati gostoto energije električnega polja kot kvocient med električno energijo in prostornino, ki jo ta energija zapolnjuje.

$$w_{el} = \frac{W_{el}}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$$

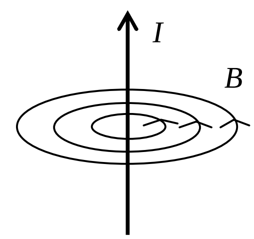
Gostota energije električnega polja je sorazmerna kvadratu električne poljske jakosti in dielektrični konstanti snovi.

Magnetno polje

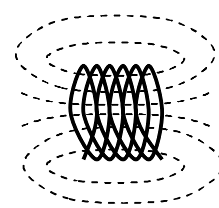


Okoli permanentnega magneta je magnetno polje. Njegove silnice izvirajo iz negativnega pola in se konļujejo v pozitivnem polu magneta. Tudi Zemlja je velik permanentni magnet s severnim magnetnim polom na juġnem teļaju Zemlje in juġnim magnetnim polom na severnem teļaju Zemlje. Pozitivna ali negativna pola magneta se med seboj odbijata, pozitivni in negativni pol pa se privlaļita. V bliġini magneta se *feromagnetne* snovi (ģelezo, jeklo) moļno namagnetijo in jih magnetno polje zato moļno privlaļi. Ostale snovi se delijo na *paramagnetne* (Al, Ca, Na, é), ki jih magnetno polje ġibko privlaļi, in na *diamagnetne* (voda, Hg, Cu, é), ki jih magnetno polje ġibko odbija. Pozitivnega in negativnega pola magneta ne moremo razdeliti (magnetni monopoli ne obstajajo). Ļe magnet prepolovimo, nastaneta dva nova magneta, vsak s svojim pozitivnim in negativnim polom.

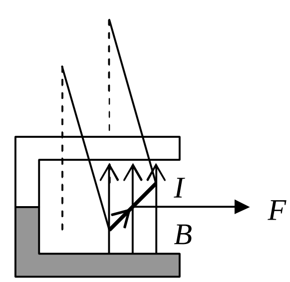
Magnetno polje elektriļnega toka



Okoli ravnega vodnika, po katerem teļe elektriļni tok, se pojavi magnetno polje v koncentriļnih krogih. Smer silnic magnetnega polja je doloļena s smerjo vrtenja desnosuļnega vijaka, ki se mora pri tem vrtenju premikati v smeri toka. Magnetno polje, podobno polju okoli paliļastega magneta, dobimo tudi okoli tuljave, skozi katero teļe tok. Tuljava je narejena iz ġice, ki jo v veļ ovojih navijemo na valj. Lastnosti tuljave so doloļena s ġtevilom ovojev *N*, njeno dolġino *l*, s povrġino preļnega preseka *S* in z jedrom tuljave. Ļe ima tuljava jedro iz ģeleza ali podobne feromagnetne snovi, se magnetno polje v tuljavi moļno ojaļa (dobimo elektromagnet). Znotraj tuljave je magnetno polje homogeno.



Magnetna sila



Na vodnik v magnetnem polju deluje magneta sila, ki je odvisna od gostote magnetnega polja, toka, ki teļe skozi vodnik in od orientacije smeri vodnika s tokom glede na smer magnetnega polja. Magnetna sila je najveļja, ko je vodnik s tokom pravokoten na magnetno polje. Magnetna sila je pravokotna na smer toka in na magnetno polje. Smer magnetne sile je doloļena s smerjo potovanja desnosuļnega vijaka pri vrteġu, ko smer vodnika s tokom (po krajġi poti) zavrtimo v smer magnetnega polja.

Gostota magnetnega polja

Vzemimo, da imamo magnetno polje in nanj pravokoten vodnik s tokom. Magnetna sila je v tej orientaciji najveļja in je sorazmerna s tokom ter dolġino vodnika ,po katerem teļe tok, poleg tega je odvisna ġe od magnetnega polja. Gostoto magnetnega polja (*B*) uvedemo kot kvocient med magnetno silo (F_m) in produktom toka ter dolġine vodnika v magnetnem polju. ($I\,l$).

$$B=\frac{F_m}{I\,l}\qquad\left[\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}=\mathrm{T}=\mathrm{tesla}\right]$$

Ļe magnetno polje ni pravokotno na vodnik s tokom, je magnetna sila manjğa, saj o njej odloļa le komponenta toka, pravokotna magnetno polje, oziroma komponenta magnetnega polja, pravokotna na tok. Sila je v primeru, ko tok in magnetno polje oklepata kot ű, enaka:

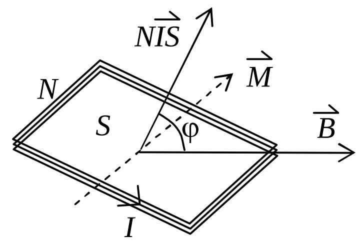
$$F_m = I\,l\,B\sin(\varphi)$$

V sploğnem primeru je magnetna sila enaka vektorskem produktu med smerjo vodnika s tokom in gostoto magnetnega polja.

$$\vec{F}_m = \vec{I}l \times \vec{B}$$

Navor magnetnih sil

Na zakljuļeno zanko s tokom v homogenem magnetnem polju ne deluje sila, a nanjo deluje navor. Ta je odvisen od gostote magnetnega polja (*B*), toka skozi zanko (*I*), ğtevila ovojev zanke (*N*), ploğļine njenega preseka (*S*) in od orientacije zanke glede na magnetno polje (ű). Navor je najveļji takrat, ko je ravnina zanke vzporedna s silnicami magnetnega polja in je enak niļ, ko je ravnina zanke pravokotna na silnice magnetnega polja.



$$M = NISB\sin(\varphi)$$

Tu je ű kot med pravokotnico na zanko in smerjo silnic magnetnega polja. Zgornjo enaļbo lahko nekoliko preoblikujemo z uvedbo magnetnega dipolnega momenta (p_m), ki pripada kroğni zanki.

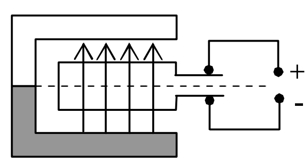
$$\vec{p}_m = NI\vec{S} \quad \left[\mathrm{Am}^2\right]$$

Pri tem je $I\vec{S}$ vektor, ki ima smer pravokotnice na zanko in je doloļen s smerjo pomikanja desnosuļnega vijaka, ki bi se vrtel v enaki smeri, kot je smer obhoda toka po zanki. Magnetni dipolni moment lahko pripiğemo tudi vsakemu nemagnetnemu predmetu. Z uvedbo magnetnega dipolnega momenta lahko navor na zanko (tuljavo) sedaj zapiğemo kot

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$$

Uporaba magnetnih sil

Magnetne sile uporabljamo v elektriļnih magnetih, zvoļnikih, merilnikih toka in napetosti ter pri elektriļnih motorjih. Kolektorski elektriļni motor deluje tako, da se smer toka skozi zanko med poloma magneta zamenja vsakiļ, ko se zanka zavrti za pol obrata. Tako na zanko deluje ves ļas navor v isti smeri in zanka se bo zato lahko vrtela (dobili smo elektriļni motor).



Gostota magnetnega polja v dolgi tuljavi

Magnetno polje v prazni tuljavi (B_0) je sorazmerno toku *I*, ki teļe skozi tuljavo, ter ğtevilu ovojev tuljave na enoto dolğine tuljave (*N*/*l*).

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

Sorazmernostni faktor v zgornji enaļbi ε_0 se imenuje *indukcijska konstanta* in je enaka:

$$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}\,\frac{Vs}{Am} = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Vs}{Am}$$

Ļe tuljava ni prazna, je magnetno polje tuljave (B) odvisno ġe od snovi, ki je v tuljavi. Magnetno polje v tuljavi lahko namreļ izrazimo s pomoļjo dipolnega momenta tuljave ($p_m = NIS$), podobno pa dipolni moment p_m' pripada tudi snovi v tuljavi (V je prostornina tuljave).

$$B = \mu_0 \left(\frac{p_m}{V} + \frac{p_m'}{V} \right)$$

Kvocient magnetnega dipola snovi in prostornine, to je gostota magnetnih dipolnih momentov, imenujemo magnetizacija (M).

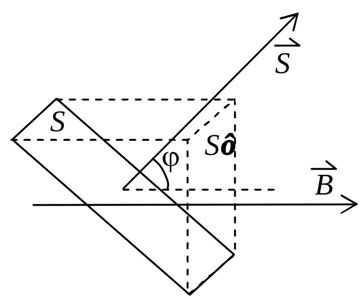
$$M = \frac{p_m}{V} \quad \left[\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \right]$$

Z uvedbo magnetizacije snovi lahko magnetno polje v polni tuljavi zapiġemo v obliki:

$$B = B_0 + \mu_0 M$$

Magnetni pretok

Pretok magnetnega polja B, ki je pravokotno na povrġino S', je enak produktu povrġine S' in gostote magnetnega polja B. Ļe silnice magnetnega polja B padajo na povrġino S pod kotom, ki ni pravi, je pretok manjġi za faktor kosinusa kota med pravokotnico na povrġino in gostoto magnetnega polja.



$$\phi = BS' = BS\cos(\varphi) = \vec{B}\vec{S} \quad [\mathrm{Vs}]$$

Magnetni pretok skozi tuljavo preseka S z N ovoji, v kateri je homogeno magnetno polje B, je enak:

$$\phi = NBS$$

Induktivnost

Magnetni pretok skozi tuljavo je sorazmeren s tokom, saj je magnetno polje v tuljavi sorazmerno s tokom. Razmerje med magnetnim pretokom tuljave in tokom skozi tuljavo imenujemo induktivnost (L).

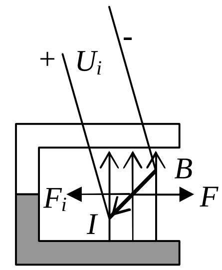
$$\phi = LI$$

Z upoġtevanjem formul za magnetni pretok skozi tuljavo in gostoto magnetnega polja v dolgi tuljavi pridemo do izraza za induktivnost dolge tuljave, ki je enaka:

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

Induktivnost dolge tuljave je torej sorazmerna s kvadratom ġtevila ovojev (N^2), s presekom tuljave (S) in obratno sorazmerna dolġini tuljave (l).

Indukcija



Pri premikanju vodnika v magnetnem polju, tako da ta seka silnice magnetnega polja, se pojavi inducirana napetost (U_i) in induciran tok (I). Smer induciranega toka je takšna, da zaradi njega nastane magnetna sila (F_i) v nasprotnim smeri, kot je smer sile (F), ki pomika vodnik. Velja Lenzovo pravilo: »*Induciran tok se upira vzroku svojega nastanka*.«

Pojav inducirane napetosti izkoriščamo pri magnetnem dušenju, kjer nastopi na vsako prevodno telo, ki se giblje v magnetnem polju, sila zaradi induciranih tokov, ki ima nasprotno smer od gibanja predmeta. Tokovi v prevodniku se običajno inducirajo v obliki vrtincev, zato te tokove imenujemo vrtinčni tokovi. Indukcijo izkoriščamo tudi pri dinamostrojih oziroma generatorjih napetosti. Kolektorski motor lahko poganjamo z mehansko močjo, zanka se bo pri tem vrtela v magnetnem polju in zaradi indukcije se bo med njegovima priključkoma pojavila napetost. Inducirana napetost se pojavi tudi pri elektromotorju, ki ga poganjamo z zunanjo napetostjo U. Predznak inducirane napetosti U_i je pri tem nasproten zunanji napetosti. Inducirana napetost narašča z vrtljaji motorja, tok skozi motor pa pri tem pada. Če v motorju ne bi bilo nobenih izgub, bi motor dosegel vrtljaje, pri katerih bi bila inducirana napetost enaka zunanji napetosti ($U_i = U$). Takrat skozi motor ne bi tekel noben tok in prejeta moč motorja bi bila enaka nič.

Inducirana napetost

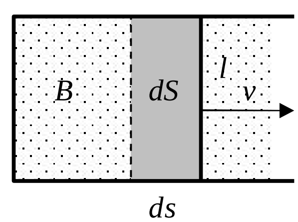
Imejmo magnetno polje gostote B in nanj pravokoten vodnik dolžine l, ki ga s hitrostjo v pomikamo v smeri pravokotno na magnetno polje in na vodnik. Pri tem opravljamo mehansko moč, ki je določena s silo, povzročeno z induciranim tokom. Ta moč je tudi enaka električni moči inducirane napetosti in toka.

$$P_{el} = P_{meh}$$

$$U_i I = BIlv \quad \Rightarrow \quad U_i = Blv$$

Inducirana napetost je torej enaka produktu gostote magnetnega polja, dolžine vodnika in hitrosti pomikanja vodnika v magnetnem polju. Če je orientacija magnetnega polja glede na vodnik in hitrost drugačna (nepravokotna), je inducirana napetost manjša in velja zveza $U_i = \vec{v} \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$.

Indukcijski zakon



Pomikanje vodnika v magnetnem polju lahko razumemo tudi tako, da se pri tem spreminja magnetni pretok, saj premikajoč vodnik pušča za seboj področje, skozi katero nastaja nov magnetni pretok. Izhajamo iz tega, da je električno delo pri premikanju vodnika enako mehanskemu:

$$dA_e = dA_m$$

$$U_i Idt = Fds = IBlds = IBdS = Id\phi_m$$

Ko zgornjo enačbo delimo s tokom I, pridemo do *indukcijskega zakona*: »*Inducirana napetost je enaka odvodu magnetnega pretoka po času.*«

$$U_i = \frac{d\phi_m}{dt}$$

Z vpeljavo indukcijskega zakona lahko Lenzovo pravilo povemo tudi v obliki: *Magnetne sile , ki nastanejo zaradi induciranega toka, delujejo v takih smereh, kakor da bi se hotele upirati spreminjanju magnetnega pretoka, zaradi katerega je induciran toka nastal.*

Sunek inducirane napetosti

Če hipoma spremenimo magnetni pretok skozi merilno tuljavo, se v njej inducira napetostni sunek, ki je enak spremembi magnetnega pretoka skozi tuljavo.

$$\Delta\phi_m = \int U_i dt$$

To je uporabno za merjenje sprememb magnetnega pretoka, oziroma kar gostote magnetnega polja, če poznamo presek in število ovojev merilne tuljave. Gostoto magnetnega polja v dolgi tuljavi lahko izmerimo tako, da merilno tuljavo z N ovoji in presekom S hipoma vstavimo iz zunanjosti dolge tuljave, kjer ni magnetnega polja, v njeno notranjost, kjer je magnetno polje gostote B, tako da sta osi dolge in merilne tuljave poravnani. Izmerjeni sunek inducirane napetosti je tedaj enak:

$$\int U_i dt = NSB$$

Nasprotno enak sunek inducirane napetosti dobimo, ko merilno tuljavico v dolgi tuljavi zasučemo za 90°, tako da skoznjo ni več magnetnega pretoka. Dvakrat tolikšni sunek inducirane napetosti pa bi izmerili, če bi merilno tuljavico zasukali za 180°.

Magnetno polje v železu

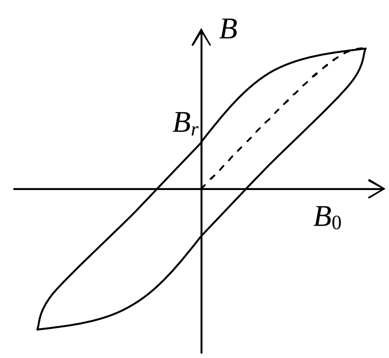
Doslej smo znali s pomočjo merjenja magnetne sile izmeriti gostoto magnetnega polja v prazni tuljavi. Če je tuljava polna, tak način merjenja odpove, še vedno pa lahko izmerimo gostoto magnetnega polja v polni tuljavi z merjenjem sprememb magnetnega pretoka z merjenjem sunkov inducirane napetosti. Na polno tuljavo preseka S v tem primeru nataknemo merilno tuljavo z N ovoji in izmerimo v njej induciran napetostni sunek $\int U_i dt$. Gostota magnetnega polja v tuljavi je tako enaka:

$$B = \frac{\int U_i dt}{NS}$$

Tovrstne meritve pokažejo, da se magnetno polje v primerjavi s prazno tuljavo praktično nič ne spremeni, če je tuljava zapolnjena s paramagnetno ali diamagnetno snovjo, zelo veliko povečanje magnetnega polja pa dobimo takrat, ko je tuljava zapolnjena s feromagnetno snovjo. Ta odziv lahko približno opišemo z linearno zvezo med magnetnim poljem prazne tuljave B_0 in polne tuljave B

$$B = \mu B_0,$$

kjer je ε permeabilnost snovi. Natančnejša povezava med B in B_0 je podana s histerezno zanko, pri kateri je zanimivo, da magnetenje in razmagnetenje snovi ne poteka po isti krivulji in da v (železnem) jedru tuljave po magnetenju še vedno ostane nekaj magnetnega polja (B_r), čeprav v prazni tuljavi ne bi bilo več polja (ker ni več toka skozi tuljavo). Ta pojav izkoriščamo za izdelavo permanentnih magnetov.



Magnetni pretok je sklenjen

Z meritvami magnetnega pretoka v snopu silnic magnetnega polja pridemo do *zakona o magnetnem pretoku*, ki pravi: »*Magnetni pretok skozi vsak presek istega snopa silnic magnetnega polja je enak.*«

Ker so silnice magnetnega polja vselej sklenjene (ne obstajajo magnetni monopoli), velja, da je magnetni pretok skozi vsako zaključeno ploskev enak nič.

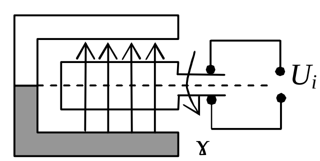
$$\oint \vec{B}d\vec{S} = 0$$

Indukcija pri spremembi magnetnega polja

Pri dosedanjih poskusih smo dobili inducirano napetost vedno tako, da je bilo magnetno polje stalno in smo premikali zanko v magnetnem polju, tako da se je skoznjo spreminjal magnetni pretok. Izkaže se, da dobimo inducirano napetost tudi tako, da je zanka na miru in spreminjamo magnetno polje, v katerem je zanka. Na primer, merilno tuljavo imamo v večji dolgi tuljavi, skozi katero spreminjamo tok. Če v dolgi tuljavi izklopimo tok in merilna tuljava ostane v dolgi tuljavi, dobimo ravno tolikšen sunek inducirane napetosti, kot če bi merilno tuljavo hipoma premaknili izven dolge tuljave. V obeh primerih je namreč sprememba magnetnega pretoka enaka in je zato tudi sunek inducirane napetosti enak. Sunek inducirane napetosti dobimo tudi, če se žice merilne tuljave sploh ne nahajajo v magnetnem polju in imamo spremembo magnetnega polja le v sredini merilne tuljave. Pojav inducirane napetosti si v tem primeru razložimo tako, *da spremenljivo magnetno polje povzroči nastanek električnega polja in s tem inducirane napetosti*. To je vsebina *indukcijskega zakona* (Faradayevega zakona); podaja ga enačba:

$$\oint \vec{E}d\vec{s} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

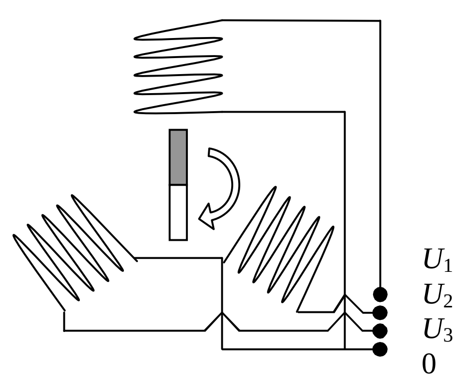
Indukcija pri vrtenju tuljave



Če kolektorski motor vrtimo, se s časom spreminja magnetni pretok skozi zanko vrtljive tuljave kot: $\phi_m(t) = NSB\sin(\omega t)$, kjer je N število ovojev zanke, S njen presek in B gostota magnetnega polja v motorju. V takem dinamostroju je torej inducirana napetost enaka

$$U_i = \frac{d\phi_m}{dt} = NSB\omega\cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad U_{ef} = \frac{NSB\omega}{\sqrt{2}}$$

Indukcija v vrtečem se magnetnem polju



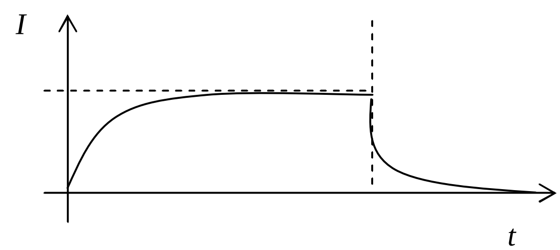
Inducirano napetost lahko dobimo tudi tako, da tuljava (ali več tuljav) miruje in se vrti magnetno polje. Tega lahko povzroča vrteč se magnet. Skozi vsako tuljavo se pri tem spreminja magnetni pretok, posledica je inducirana napetost. Ta princip uporabljamo v elektrarnah za ustvarjanje trifaznega električnega toka. V tem primeru uporabljamo tri tuljave, katerih osi oklepajo kot 120°, tako dobimo ustrezne inducirane napetosti, ki so ena glede na drugo fazno zamaknjene za 120°. Druga krajišča vseh tuljav lahko povežemo skupaj in tako dobimo ničti vodnik, po katerem ne teče noben tok, če so vse tri faze enako obremenjene.

$$U_1 = U_0 \sin(\omega t - 120°)$$
$$U_2 = U_0 \sin(\omega t)$$
$$U_3 = U_0 \sin(\omega t + 120°)$$

Lastna indukcija

Če spustimo tok skozi tuljavo, se v njej pojavi inducirana napetost, ki je posledica naraščanja toka skozi tuljavo in s tem povezanega spreminjanja magnetnega pretoka. Podobno se pojavi v tuljavi inducirana napetost, ko skušamo izklopiti tok skozi tuljavo. V obeh primerih je predznak te lastne inducirane napetosti takšen, da skuša zaustaviti spreminjanje magnetnega pretoka. V prvem primeru je inducirana napetost nasprotnega predznaka od napetosti, ki poganja tok skozi tuljavo, v drugem pa ima enak predznak kot napetost, ki je prej poganjala tok skozi tuljavo. Lastna inducirana napetost tuljave z induktivnostjo L je po velikosti enaka

$$U_i = L\frac{dI}{dt}$$



Zaradi lastne indukcije tok skozi tuljavo ne naraste hipoma in tudi hipoma ne ugasne, ampak je za to potreben prehodni čas, ki je določen s kvocientom induktivnosti tuljave in upornosti tuljave ter ostalih uporov v zaporedni vezavi s tuljavo.

Energija magnetnega polja

Izvor opravi delo, ko narašča tok skozi tuljavo iz začetne vrednosti 0 na končno vrednost I. To delo je enako magnetni energiji, ki jo je pridobila tuljava.

$$A = \int U de = \int L\frac{dI}{dt} I dt = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2} \quad \Rightarrow \quad W_m = \frac{LI^2}{2}$$

Magnetna energija tuljave pripada magnetnemu polju v notranjosti tuljave. Uvedemo lahko gostoto magnetne energije kot kvocient med magnetno energijo in prostornino, v kateri je ta prisotna. Gostota magnetne energije je enaka kvadratu gostote magnetnega polja deljeni z dvakratnikom indukcijske konstante.

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{\mu_0 N^2 S I^2}{2l\,Sl} = \frac{(\mu_0 NI/l)^2}{2\mu_0} = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \Rightarrow \quad w_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

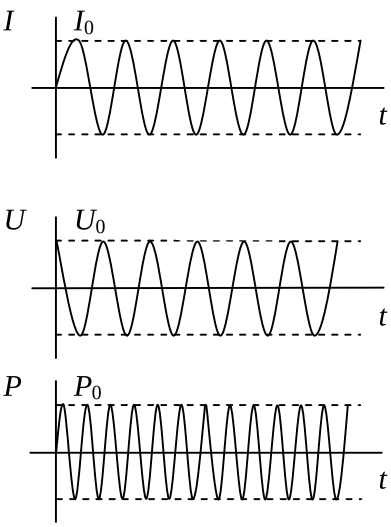
Izmenični tok v dolgi tuljavi

Sinusno nihajoč tok v tuljavi z induktivnostjo L povzroči nihajočo napetost na tuljavi, ki prehiteva tok za četrt nihaja. Če privzamemo, da tuljava nima nobene upornosti, je povprečna električna moč, ki jo prejema tuljava, enaka nič.

$$I = I_0 \sin(\omega t)$$

$$U = L\frac{dI}{dt} = \omega L I_0 \cos(\omega t)$$

$$P = UI = \frac{\omega L I_0^{\,2}}{2} \sin(2\omega t)$$



Efektivni tok in efektivna napetost sta pri tuljavi enaki

$$U_0 = \omega L\, I_0 \quad ; \quad \bar{U} = \omega L\, \bar{I}$$

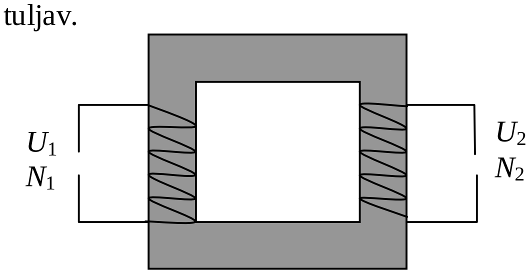
Impedanca tuljave je tako enaka $Z = \omega L$

Transformator

Transformator je električna naprava, ki na osnovi indukcije pretvarja izmenično električno napetost. Transformator je sestavljen iz skupnega železnega jedra, na katerega sta naviti dve tuljavi: primarna in sekundarna, ki imata v splošnem različno število ovojev N_1 (primarna) in N_2 (sekundarna). Zaradi skupnega transformatorskega jedra je skozi en ovoj primarne in en ovoj sekundarne tuljave enak magnetni pretok in s tem tudi enaka inducirana napetost:

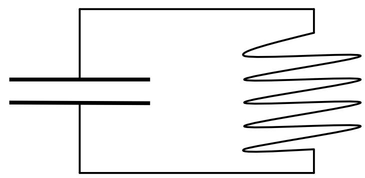
$$\frac{\phi_1}{N_1} = \frac{\phi_2}{N_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{d\phi_1/dt}{N_1} = \frac{d\phi_2/dt}{N_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\bar{U}_1}{N_1} = \frac{\bar{U}_2}{N_2}$$

Posledica tega je, da je razmerje napetosti na primarni na sekundarni tuljavi enako razmerju števila ovojev obeh tuljav.



Elektromagnetno nihanje in valovanje

Podobno kot lahko naredimo mehanska nihala iz elementov, ki imajo lastnost elastičnosti in vztrajnosti (na primer nihalo na vijačno vzmet), lahko naredimo tudi *električni nihajni krog*, če vzamemo elemente električnih vezij s podobnima lastnostima za električni tok. Ta dva elementa sta kondenzator (ima podobno vlogo kot vzmet pri mehanskem nihalu) in tuljava (tok skozi tuljavo je vztrajen; vloga uteži pri mehanskem nihalu). V električni krog zaporedno vezana kondenzator in tuljava tvorita električni nihajni krog.



Nihaj električnega nihajnega kroga je sestavljen iz prelivanja električne energije iz kondenzatorja, ki je sprva naelektren, v magnetno energijo tuljave, ki je posledica toka, nastalega pri praznjenju kondenzatorja skozi tuljavo. Tok skozi tuljavo zaradi »vztrajnosti« (lastne indukcije tuljave) ne zamre, tudi ko se je kondenzator že povsem spraznil. Ta tok sedaj polni kondenzator z nasprotnim nabojem kot na začetku. Če tuljava ne bi imela upora, bi se kondenzator polnil, dokler ne bi napetost na njem postala nasprotno enaka začetni napetosti. Energija nihajnega kroga je sedaj spet samo električna. Nasprotno naelektren kondenzator se potem zopet začne prazniti in magnetna energija narašča, električna pa pada. Tok skozi tuljavo ima tokrat nasprotno smer.Ko je kondenzator prazen, je vsa energija nihajnega kroga samo magnetna. Zaradi vztrajnosti toka skozi tuljavo ta zopet polni kondenzator, vse dokler ne doseže skoraj začetne naelektrenosti; tok ob tem pada. S tem je en nihaj električnega nihajnega kroga zaključen.

Lastna frekvenca nihajnega kroga

V vsakem delu nihaja je vsota napetosti na kondenzatorju in tuljavi enaka nič, od koder sledi enačba

$$0 = U_C + U_L = \frac{e}{C} + L\frac{dI}{dt} = \frac{e}{C} + L\frac{d^2e}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2e}{dt^2} + \frac{1}{LC}e = 0$$

Zgornjo diferencialno enačbo lahko rešimo z uporabo nastavka

$$e = e_0 \sin(\omega t) \quad ; \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Rešitev te enačbe je torej sinusno nihanje z nihajnim časom $t_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, ki je sorazmeren kvadratnemu korenu produkta induktivnosti tuljave in kapacitivnosti kondenzatorja nihajnega kroga.

Tok skozi nihajni krog se spreminja kot $I = de/dt = \omega e_0 \cos(\omega t)$, tako da sta električna in magnetna energija nihanja nihajnega kroga enaki

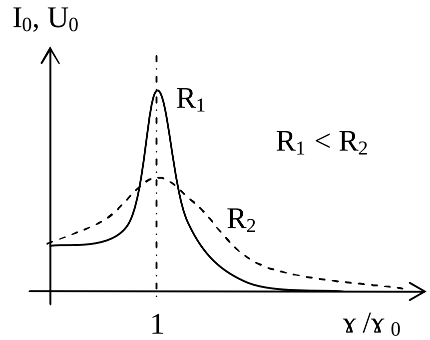
$$W_e = \frac{e^2}{2C} = \frac{e_0^{\,2}\sin^2(\omega t)}{2C}$$

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{Le_0^{\,2}\omega^2\cos^2(\omega t)}{2} = \frac{e_0^{\,2}\cos^2(\omega t)}{2C}$$

Oļitno sta najveļja elektriļna in najveļja magnetna energija medsebojno enaki in sta tudi enaki celotni energiji nihanja, ki je v vsakem trenutku enaka vsoti elektriļne in magnetne energije.

Vsiljeno nihanje nihajnega kroga

Nihajnemu krogu lahko vsiljujemo nihanje na primer z zunanjo tuljavo, ki je prikljuļena na izmeniļno napetost frekvence ν in je induktivno sklopljena s tuljavo nihajnega kroga. Pri tem bo nihajni krog nihal s frekvenco, ki mu jo vsiljuje zunanja tuljava. Amplitudi napetosti in toka nihajnega kroga sta moļno odvisno od razmerja vsiljene frekvence nihanja ν in lastne frekvence nihanja nihajnega kroga ν_0. Odziv nihajnega kroga na vsiljeno nihanje je najveļji, ko je doseģena *resonanca*, to je pri $\nu = \nu_0$. Pri frekvencah ν, razliļnih od ν_0, je amplituda nihanja bistveno niģja, pri tem je ģirina resonanļnega vrha ter njegova reciproļna viģina sorazmerna duģenju nihajnega kroga (t. j. uporu nihajnega kroga).



Lastnosti visokofrekvenļnega toka

Visokofrekvenļni tok, ki niha v nihajnem krogu, ki mu vzdrģujemo nihanje tako, da mu ob enakih ļasovnih trenutkih dovajamo energijo, ki bi jo sicer nihajni krog izgubil na nihaj (takemu nihajnemu krogu pravimo *oscilator*), povzroļa v okolici tuljave hitro nihajoļe ģibko magnetno polje gostote B in frekvence ν. To magnetno polje lahko zaznamo, kljub temu da je izredno ģibko, z merilno tuljavo (z N ovoji preseka S), ļe je ta postavljena tako, da se skoznjo spreminja magnetni pretok. V merilni tuljavi se namreļ inducira efektivna napetost, ki je sorazmerna frekvenci.

$$U_i = \frac{NSB\omega}{\sqrt{2}}$$

Ker je frekvenca lahko zelo visoka (na primer 100 MHz pri kratkih radijskih valovih), je amplituda magnetnega polja lahko zelo majhna, vendar bo inducirana napetost ģe vedno dovolj velika za kakovostno zaznavo. Visokofrekvenļno izmeniļno magnetno polje lahko uļinkoviteje zaznamo, ļe namesto merilne tuljave uporabimo nihajni krog, ki je uglaģen na frekvenco oscilatorja ν. V tuljavi nihajnega kroga se bo inducirala izmeniļna napetost, ki bo v resonanci z oscilatorjem. Ta metoda se uporablja pri radijskih sprejemnikih. V teh obiļajno nastavljamo frekvenco nihajnega kroga in s tem izbiramo razliļne radijske postaje tako, da kondenzatorju nihajnega kroga spreminjamo kapacitivnost.

Izmeniļni tok visoke frekvence ima tudi to zanimivo lastnost, da teļe le po povrģini prevodnikov in ne v notranjosti. Boljģi, ko je prevodnik, bolj tanka je plast, po kateri teļe visokofrekvenļni tok.

Podobno kot lahko v bliģini tuljave oscilatorja zaznamo izmeniļno magnetno polje, lahko tudi v bliģini kondenzatorja zaznamo izmeniļno elektriļno polje. Elektriļno polje povzroļa influenco na kondenzatorju bliģnjih telesih. Ker pa je elektriļno polje izmeniļno, zaradi influence po teh telesih neprestano teļe izmeniļni tok. Na primer: na ploģļatem kondenzatorju ploģļine S bo izmeniļno elektriļno polje amplitude E_0 in frekvence ν, ki je pravokotno na ploģļe kondenzatorja, povzroļilo efektivni elektriļni tok skozi kondenzator:

$$\breve{I}=\frac{\varepsilon_0 E_0 S\omega}{\sqrt{2}}$$

Izmeniļ ni tok zaradi influence je zopet sorazmeren frekvenci oscilatorja ɤ. Torej lahko zaznamo ġibko izmeniļ no elektriļ no polje, ļ e je le njegova frekvenca dovolj visoka.

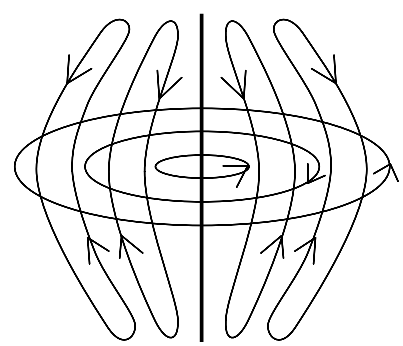
Magnetno polje zaradi spremenljivega elektriļ nega polja

Podobno kot smo v poglavju »Indukcija« spoznali, da spremenljivo magnetno polje povzroļ i spremenljivo elektriļ no polje, se lahko z meritvami magnetnega polja v tokokrogu nihajnega kroga prepriļ amo, da tudi *spremenljivo elektriļ no polje povzroļ i nastanek magnetnega polja*.

$$\oint \vec{B}d\vec{s} = \int \mu_0 (\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) d\vec{S}$$

Merilna tuljava, ki jo damo v kondenzator nihajnega kroga, namreļ izmeri enako spreminjanje magnetnega pretoka kot v bliġini vodnika nihajnega kroga. V kondenzatorju ni elektriļ nega toka, je le spreminjajoļ e se elektriļ no polje, ki povzroļ i nastanek magnetnega polja.

Antena

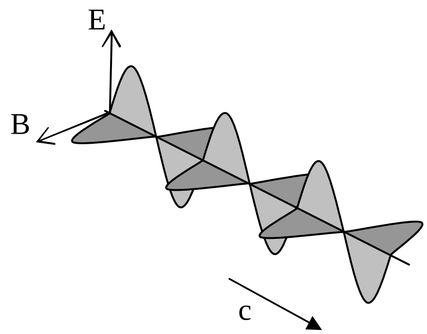


Nihajni krog (oscilator) bi radi preoblikovali tako, da bi elektriļ no polje kondenzatorja in magnetno polje tuljave segalo kar se da daleļ v prostor. Kondenzator, ki zadosti temu pogoju, ima elektrodez majhno ploġļ ino daleļ vsaksebi, tuljava pa mora biti kar se da kratka in imeti mora malo ovojev. V ekstremnem primeru se izkaġe, da tem pogojem ġe najbolje zadosti *dipolna antena*; to je kar ravna palica. Ko ta antena zaniha, se v njeno okolico zaļ ne ġiriti *elektromagnetno valovanje*. Sprva je antena (palica) naelektrena tako, da nosita njeni krajiġļ i nasprotna naboja in je v okolici antene dipolno elektriļ no polje. Posledica nasprotno naelektrenih krajiġļ je elektriļ no polje vzdolġ antene in s tem tudi tok, ki zaļ ne teļ i vzdolġ antene. Zaradi toka se pojavi okoli antene magnetno polje, kot ga poznamo okoli ravnega vodnika. Elektriļ no polje pa se je pri tem ġe nekoliko oddaljilo od antene. Tok ne zamre takoj, ampak zaļ ne polniti anteno z nasprotnim nabojem, kot na zaļ etku, zato se okoli antene pojavi nasprotno dipolno elektriļ no polje kot v zaļ etku. Naelektritev antene spet povzroļ i tok skozi anteno in s tem novo magnetno polje, é Prejġnja elektriļ na in magnetna polja se pri nihanju antene od nje oddaljujejo s hitrostjo ġirjenja elektromagnetnega valovanja v prostoru. Valovna dolġina elektromagnetnega valovanja, ki ga taka antena oddaja, je enaka dvojni dolġini antene.

Elektromagnetno valovanje

V veliki oddaljenosti od antene dipolna polja antene, ki so znaļ ilna za statiļ no porazdelitev naboja ali toka, povsem zamrejo in ostane le elektromagnetno valovanje, ki ga oddaja antena. Elektriļ no in magnetno polje elektromagnetnega valovanja je obratno sorazmerno razdalji od antene, medtem ko so dipolna polja obratno sorazmerna tretji potenci razdalje od antene. Spreminjajoļ e se elektriļ no polje povzroļ i nastanek spreminjajoļ ega se magnetnega polja in obratno. Elektromagnetno valovanje lahko vzdrġuje samega sebe in se za razliko od ostalih (mehanskih) valovanj ġiri tudi skozi prazen prostor.

Elektromagnetno valovanje v veliki oddaljenosti od antene je ravno valovanje. Pri tem je elektriĻno polje pravokotno na magnetno, oboje pa je pravokotno na smer ġirjenja elektromagnetnega valovanja. Elektromagnetno valovanje je torej transverzalno valovanje.



Ļe elektromagnetno valovanje usmerimo pravokotno na kovinsko ploġĻo, dobimo stojno elektromagnetno valovanje, saj se meġata vpadno in odbito elektromagnetno valovanje. Ob kovinski steni je elektriĻno polje enako niĻ, magnetno pa je najveĻje.

Z merilno tuljavo lahko izmerimo lege vozlov in hrbtov elektromagnetnega valovanja in s tem doloĻimo valovno dolġino elektromagnetnega valovanja. Ta je enaka dvojni razdalji med sosednjima vozloma oziroma hrbtoma. Iz znane enaĻbe $c = \lambda\nu$ lahko izraĻunamo hitrost elektromagnetnega valovanja; poznati moramo le frekvenco oscilatorja. Na osnovi tovrstnih meritev je hitrost elektromagnetnega valovanja v praznem prostoru (v zraku je praktiĻno enaka hitrosti v vakuumu) enaka:

$$c = 3 \cdot 10^8\ m/s$$

Hitrost elektromagnetnega valovanja lahko izpeljemo tudi raĻunsko. Rezultat pokaġe, da je hitrost elektromagnetnega valovanja enaka:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad ; \quad c' = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$$

v snovi (c') pa se zmanjġa za faktor kvadratnega korena od dielektriĻne konstante snovi Ů

Energija elektromagnetnega valovanja

ElektriĻno in magnetno polje potujoĻega elektriĻnega valovanja nista neodvisna, ampak ju povezuje zveza:

$$E = Bc$$

Posledica te je, da je gostota elektriĻne energije enaka gostoti magnetne energije potujoĻega elektromagnetnega valovanja:

$$w_e = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 c^2 B^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 B^2}{2\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{B^2}{2\mu_0} = w_m$$

PovpreĻna gostota energije potujoĻega elektromagnetnega valovanja je enaka polovici najveĻje gostote energije in je torej (zaradi enakosti gostote elektriĻne in magnetne energije) enaka najveĻji gostoti energiji elektriĻne energije oziroma najveĻji gostoti magnetne energije. Gostota energijskega toka elektromagnetnega valovanja (koliĻina energije, ki v enoti Ļasa preide skozi enoto površine) pa je enaka:

$$j = c\,\overline{w} = c\varepsilon_0 E_0^{\,2} / 2$$

Svetloba kot elektromagnetno valovanje

S krajġanjem antene dobimo elektromagnetna valovanja vse krajġih valovnih dolġin in vse viġjih frekvenc. Tudi vidna svetloba je elektromagnetno valovanje, le da so njeni oddajniki kar atomi v snovi. Elektromagnetna valovanja lahko glede na valovno dolġino oziroma frekvenco razdelimo na:

Vrsta EM valovanja	Valovna dolġina [m]	Frekvenca [Hz]
Dolgi radijski valovi	10^{4}	10^{4}
AM valovi	10^{2}	10^{6}
FM valovi	1	10^{8}
UKV radijski valovi	10^{-2}	10^{10}
Mikrovalovi	10^{-3}	10^{11}
Infrardeļa svetloba	10^{-5}	10^{13}
Vidna svetloba	10^{-7}	10^{15}
Ultravijoliļna svetloba	10^{-8}	10^{16}
Ģarki X	10^{-11}	10^{19}
Ģarki ɔ	10^{-14}	10^{22}

Polarizacija elektromagnetnega valovanja

Elektromagnetno valovanje, ki ga oddaja ena sama antena, je *polarizirano*. To pomeni, da imata elektriļno in magnetno polje elektromagnetnega valovanja toļno izbrani smeri v prostoru. Elektromagnetno valovanje, ki ga oddajajo atomi v snovi, ni polarizirano, saj so orientacije atomov v snovi nakljuļne. *Nepolarizirano* valovanje lahko polariziramo, ļe ga vodimo skozi *polarizator*. Polarizator je narejen iz veļ vzporednih prevodnih trakov, ki so nameġļeni v razdalji, primerljivi z (oziroma nekoliko veļji od) valovno dolġino valovanja. Elektromagnetno valovanje s takġno polarizacijo, da je elektriļno polje vzporedno s prevodnimi trakovi, ne more preiti skozi polarizator, skoraj neovirano pa preide skozenj valovanje s polarizacijo, pri kateri je elektriļno polje pravokotno na prevodne trakove. Ļe dva polarizatorja prekriġamo pod kotom 90°, ne pride skozenj nobeno valovanje. Ļe je valovanje polarizirano, potem obstaja orientacija polarizatorja, pri kateri ravno tako ne pride skozenj nobeno valovanje.

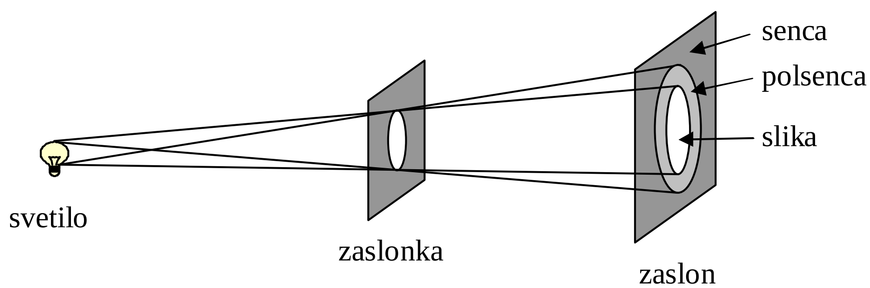
Svetloba kot valovanje

Svetloba potuje od *svetila* (Sonce, žarnica, laser, …) do sprejemnika (oko, fotografski papir, fotocelica, …). Za svoje širjenje svetloba za razliko od ostalih valovanj ne potrebuje snovi in se lahko širi tudi v praznem prostoru. Če potuje svetloba skozi snov, je lahko ta:

– *prozorna* (zrak, voda, steklo, …), kjer snov svetlobo v veliki meri prepušča
– *prosojna* (mleko, apnena voda, …) , kjer se svetloba močno siplje
– ima močno *absorpcijo* (voda s črnilom) in prepušča le malo svetlobe
– svetlobo odbija *zrcalno* (vzporedni žarki so po odboju še vedno vzporedni) ali pa *difuzno* (vzporedni žarki se odbijejo v različne smeri prostora)

Prameni svetlobe

Snop žarkov svetlobe imenujmo tudi svetlobni *pramen*. Tak pramen izvira iz svetila in lahko preko *zaslonke* (plošča z odprtino) zadeva *zaslon*. Na zaslonu nastane *slika* odprtine zaslonke, preostanek zaslona je temen, saj je v *senci*. Če izvor svetlobe ni točkast, dobimo na zaslonu neostro sliko, saj obstaja področje *polsence*. V polsenci ležijo točke, do katerih pride svetloba le iz dela svetila.

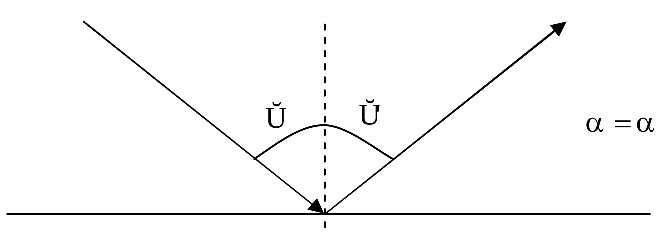


Hitrost svetlobe

Svetloba je elektromagnetno valovanje, ki se s hitrostjo $c = 3\ 10^8$ m/s širi skozi prazen prostor. Hitrost svetlobe v praznem prostoru je tudi univerzalna konstanta, saj vedno izmerimo enak rezultat, ne glede na to, kako se opazovalni sistem premika glede na izvor svetlobe. V snovi je hitrost svetlobe manjša (v vodi: $c' = 2{,}25\ 10^8$ m/s, v steklu: $c' = 2\ 10^8$ m/s). Bolj ko je snov optično gosta, manjša je hitrost svetlobe v njej.

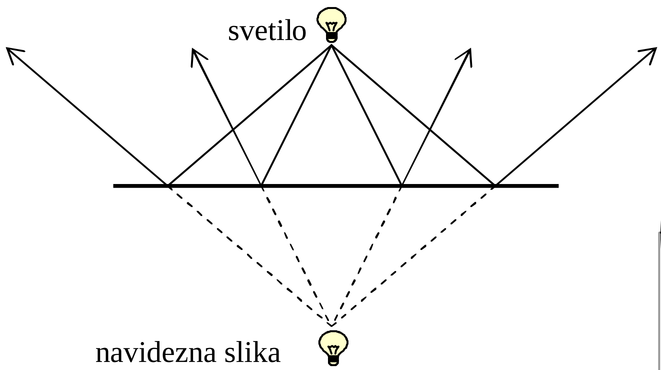
Odboj svetlobe

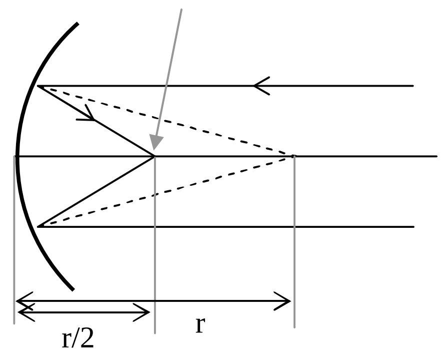
Za odboj svetlobe velja *odbojni zakon*, ki pravi: *Svetloba se na gladki ploskvi odbija tako, da je odbojni kot enak vpadnemu in da ležita vpadni in odbiti žarek v eni ravnini z vpadno pravokotnico.* Če ploskev ni ravna, jo lahko razstavimo na veliko število majhnih dovolj ravnih ploskev, da na njih odbojni zakon še vedno velja. Na ravni ploskvi dobimo zrcalni odboj, na ukrivljeni ploskvi se vzporedni žarki odbijejo nevzporedno, in sicer tako, kot da bi vsi izhajali iz skupne točke ali se v njej združili, na hrapavi površini pa dobimo difuzni odboj.



Zrcala

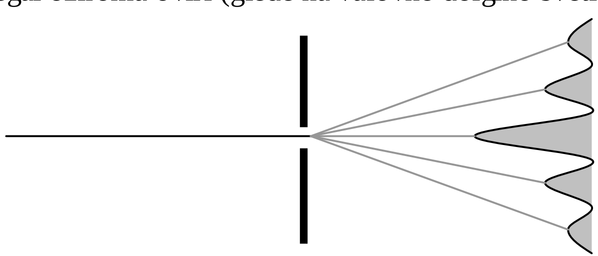
V ravnem zrcalu nastane *navidezna slika* svetila v razdalji za zrcalom, ki je enaka oddaljenosti svetila od zrcala. Slika ima zrcalno simetrijo. Poznamo tudi ukrivljena zrcala. Ta so lahko konveksna (izbočena) ali konkavna (vbočena). Konveksno zrcalo žarke razprši in v njem nastane navidezna slika svetila, konkavno zrcalo pa vzporedne žarke zbere v *gorišču*. V goriščni ravnini konkavnega zrcala nastane tudi *prava slika* svetila (zberejo se pravi žarki, ne njihovi podaljški). Gorišče konkavnega zrcala leži v razdalji, enaki polovičnemu krivinskemu radiju zrcala





Uklon svetlobe

Na ovirah in režah, ki so primerljive z valovno dolžino svetlobe, lahko opazimo uklon svetlobe. Svetloba se v teh primerih pojavi v senci za oviro. Tega pojava ne moremo razložiti s potovanjem delcev, medtem ko odbojni zakon še vedno lahko. Pojav uklona svetlobe je bolj izrazit pri manjši reži oziroma oviri (glede na valovno dolžino svetlobe).



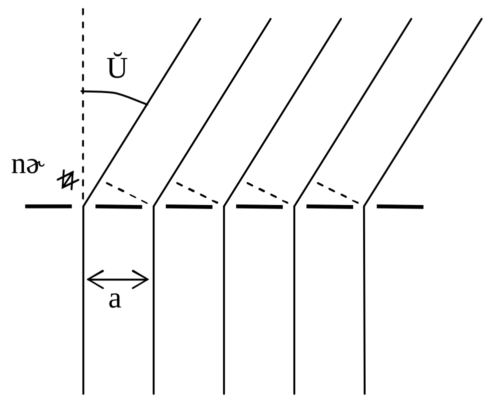
S svetlobo lahko delamo interferenčne poskuse. Da pride do interference svetlobe, moramo poskrbeti, da na dve ali več enako razmaknjenih rež prihaja svetloba iz istega svetila (le tako namreč poskrbimo, da niha EM valovanje v vsaki reži z isto frekvenco in časovno nespremenljivo fazo) in da so reže v razmiku, ki ni bistveno večji od nekaj valovnih dolžin svetlobe. Če ne izpolnimo prvega pogoja, bi se smeri ojačanih curkov svetlobe nenehno menjavale, če ne izpolnimo drugega pogoja, pa je smeri ojačanih curkov svetlobe preveč in se bi začeli prekrivati, tako da jih ne bi mogli več ločiti med seboj.

Valovna dolžina svetlobe

Valovno dolžino svetlobe najlažje izmerimo tako, da na uklonsko mrežico (ta ima v steklo na gosto vrezane brazde, ki ne prepuščajo svetlobe v smeri naravnost) usmerimo svetlobo iz istega svetila. Prepuščena svetloba potuje ojačana le pod določenimi koti, pod katerimi pride do konstruktivne interference. Ti koti so pri pravokotnem vpadu svetlobe na uklonsko mrežico določeni z enačbo

$$a\sin(\alpha_n) = n\lambda \quad ; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

Število opaženih curkov je omejeno z razmerjem med valovno dolžino in razmikom med režami; veljati mora: $|n\lambda| \le a$.



Poskusi te vrste pokažejo, da je valovna dolžina rdeče svetlobe približno 700 nm, modre pa 500 nm.

Spekter svetlobe

Svetlobo različnih svetil lahko usmerimo na uklonsko mrežico in vidimo, da je svetloba bele barve v resnici sestavljena iz mešanice barv. To so (od najkrajše do najdaljše valovne dolžine): vijolična, modra, zelena, rumena, oranžna, rdeča.

Svetloba nekaterih barv je sestavljena samo iz svetlob določenih barv v spektru (na primer škrlatna je sestavljena iz rdeče in modre).

Nekatera svetila imajo *zvezen spekter* svetlobe (Sonce, žarnica, …). Predvsem pri žarečih plinih pa se izkaže, da je njihov *spekter črtast* (npr. žareče pare natrija oddajajo rumeno svetlobo, katere spekter ima dve ozki črti blizu skupaj).

Svetloba, ki je ne vidimo

Vidna svetloba je elektromagnetno valovanje z valovnimi dolžinami med 400 nm (vijolična) in 800 nm (rdeča). Svetloba s krajšimi valovnimi dolžinami od 400 nm je *ultravijolična* (UV) svetloba, še krajše valovne dolžine srečamo pri rentgenskih žarkih oziroma žarkih X. Svetlobo z valovnimi dolžinami, daljšimi od 800 nm imenujemo *infrardeča* (IR) svetloba.

Energija svetlobe

Svetloba je valovanje in nosi energijo. Ļe je telo ļrno, se ta v celoti absorbira v obsevanem telesu in se telo zaradi tega segreje. Iz segretja telesa lahko izraļunamo sprejeto energijo Q. Ļe jo delimo s ļasom obsevanja t, lahko izraļunamo *svetlobni tok*, ki pada na telo.

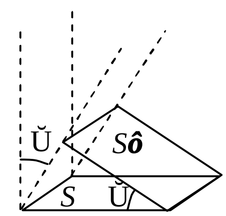
$$P = \frac{Q}{t} \quad [W]$$

Svetlobni tok lahko delimo s povrġino »okna«, skozi katerega potujejo ġarki svetlobe pod pravim kotom in tako dobimo *gostoto svetlobnega toka*

$$j = \frac{P}{S} \quad \left[W/m^2\right]$$

Osvetljenost

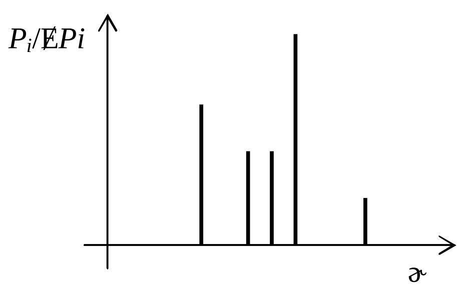
Osvetljenost je definirana kot razmerje med svetlobnim tokom, ki osvetljuje povrġino in ploġļino osvetljene povrġine. Ļe pada svetloba na povrġino pod kotom Ŭ glede na vpadno pravokotnico, je osvetljenost j' za faktor cos(Ŭ) manjġa od gostote svetlobnega toka j.

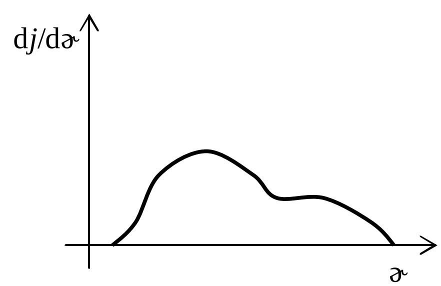


$$j' = j\cos(\alpha)$$

Spekter svetlobe

Svetlobni sprejemnik lahko pomikamo v podroļju za uklonsko mreġico, kjer nastane (prvi) uklonski vrh in pri tem pomerimo svetlobni tok na svetlobni sprejemnik pri razliļnih valovnih dolġinah, ki jih dobimo v mavrici (spektru) svetlobe uklonskega vrha. Spekter svetlobe podamo v grafu s porazdelitvijo svetlobnega toka po valovnih dolġinah, ļe je spekter ļrtast, oziroma z gostoto svetlobnega toka na interval valovne dolġine kot funkcijo valovne dolġine, ļe je spekter zvezen.





Spektralna obļutljivost oļesa

Oko zaznava svetlobni tok precej drugaļe kot na primer poļrnjen termometer, ki je povsem neobļutljiv na razliļne valovne dolġine svetlobe in vse zaznava z enako obļutljivostjo. Oko je najbolj obļutljivo na rumeno-zeleno svetlobo valovne dolġine 560 nm. Pri valovni dolġini 510 nm oziroma 610 nm pade obļutljivost oļesa na polovico najveļje. Ob robovih vidnega spektra (pri vijoliļni barvi z 410 nm in rdeļi barvi z 720 nm) pade obļutljivost ġe na tisoļino najveļje. Ker oko ne zaznava vseh barv enako, je smiselno uvesti fizioloġko enoto svetlobnega toka. Ta enota se imenuje *lumen* (lm). Svetlobni tok 1 W pri valovni dolġini 560 nm ustreza 680 lm; 1 W svetlobe pri valovni dolġini 510 nm (oziroma 610 nm) ustreza 340 lm, é   En lumen katerekoli barve vedno povzroļi obļutek enake svetlosti (za 1 W/m^2 to ne drģi).

Svetlobna moļ

Celoten svetlobni tok, ki ga izseva svetilo, se imenuje *svetlobna moļ* svetila (P). Ļe sveti svetilo v vse smeri prostora enakomerno, potem gostota svetlobnega toka svetila (j) pada obratno sorazmerno s kvadratom razdalje (r) od svetila.

$$j = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Povrģinska gostota svetlobne moļi

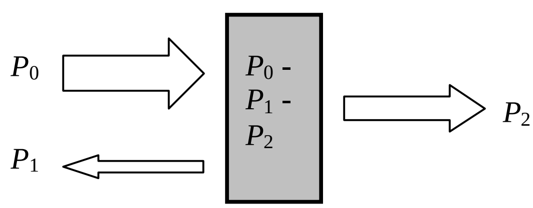
Svetlobno moļ svetila lahko delimo s povrģino svetila (S) in tako dobimo povrģinsko gostoto svetlobne moļi (j^*), ki pove, kako svetlo je videti doloļeno svetilo.

$$j^* = \frac{P}{S} \quad \left[W/m^2\right]$$

Dve svetili imata lahko enako svetlobno moļ, a sta videti razliļno svetlo. Svetlejģe je videti tisto svetilo, ki ima pri enaki svetlobni moļi manjģo povrģino. Svetlobna moļ Sonca je pribliģno 70 MW/m^2.

Odbojnost, prepustnost, barva snovi

Svetlobni tok (P_0), ki pada na snov, se lahko od te odbije ($P_1 = a\ P_0$), nekaj ga snov prepusti ($P_2 = b\ P_0$) in razlika (P_0 - P_1 - P_2 = P_0 (1-a-b)) se absorbira v snovi. Koeficienta a in b se imenujeta odbojnost in prepustnost. Ker je absorbirani svetlobni tok lahko le med 0 in P_0, velja $0 \le a + b \le 1$. Nekaj primerov: debel bel papir (a = 1, b = 0), ģipa (a = 0,08, b = 0,9), saje (a = 0,04, b = 0).

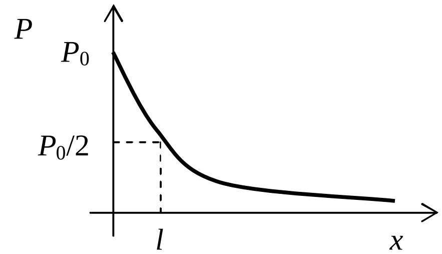


Odbojnost snovi je odvisna od barve snovi. Rdeļ papir je rdeļ, ker odbija le rdeļo barvo in ostale absorbira (a_r = 1, a_m = 0, a_z = 0, é). Podobno je prozorna tekoļina lahko videti barvasta, ļe prepuģļa eno barvo bolj od drugih. Vino je rdeļe, ker prepuģļa predvsem rdeļo barvo in ostale absorbira. Ļe bi na steklenico rdeļega vina posvetili z rdeļo svetlobo, bi bila videti povsem enako, kot steklenica napolnjena z vodo, ļe pa bi pa nanjo posvetili z zeleno svetlobo, potem bi bila steklenica z vinom povsem temna, steklenica z vodo pa zelena. Ļe zmeģamo dve tekoļini razliļnih barv, dobimo tekoļino tiste barve, ki je skupna v spektru prepuģļene svetlobe obeh tekoļin, ki smo ju zmeģali. Ļe taka skupna barva ne obstaja, je videti zmes tekoļin povsem temna.

Absorpcija

Svetlobni tok po vstopu v prozorno snov zaradi absorpcije z globino postopno upada. Tako za vsako prozorno snov obstaja *razpolovna debelina l*, pri kateri se svetlobni tok prepolovi. Pri plasti, debeli N razpolovnih debelin, se svetlobni tok zmanjša za faktor 2^N, pri plasti debeli x pa potemtakem za faktor $2^{x/l}$.

$$P(x) = P_0\, 2^{-\frac{x}{l}} = P_0 \exp(-kx) \quad ; \quad k = \frac{\ln(2)}{l}$$

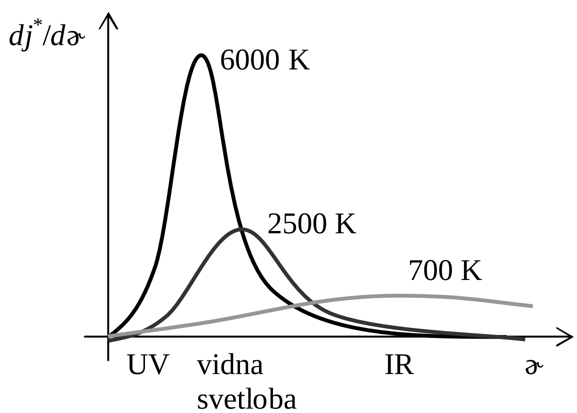


Absorpcijski spektri

Absorpcijski spekter pomerimo tako, da vzorec presvetlimo s svetlobo bele barve in pomerimo spekter prepuščene svetlobe. Iz razmerij vpadnega in prepuščenega svetlobnega toka nato izračunamo absorpcijski koeficient k kot funkcijo valovne dolžine svetlobe λ. Absorpcijski spekter dobimo tako da narišemo graf k v odvisnosti od λ. Absorpcijski spektri trdnih snovi in kapljevin so zvezni, absorpcijski spektri plinov pa črtasti. Črte v absorpcijskem spektru plinov so natanko na istih mestih, kot jih ima isti plin v svojem emisijskem spektru.

Sevanje segretih teles

Segreta telesa sevajo svetlobo in to tem bolj, višja ko je njihova temperatura. Obenem je valovna dolžina izsevane svetlobe tudi odvisna od temperature telesa in krajša pri višji temperaturi. Tako vroča peč (700 K) seva samo infrardečo (IR) svetlobo, žareča nitka v žarnici (2500 K) seva 90% valovanja v IR spektru in le 10% v vidnem področju, Sonce (6000 K) pa seva 45% v IR področju, 45% v vidnem in 10% v ultravijoličnem (UV) področju svetlobe.



Zaradi sevanja se telesa tudi ohlajajo. Tako površina Zemlje (300 K) seva svetlobni tok gostote 460 W/m^2. To sevanje zapusti Zemljo v jasni noči in se v precejšnji meri odbije nazaj na Zemljo, če je vreme oblačno. Zaradi tega so jasne noči hladnejše od oblačnih. V rastlinjakih lahko temperaturo precej dvignemo s tem, ko imamo grede obdane s stekleno streho. Ta prepušča vidno svetlobo s Sonca, ki se absorbira v zemlji, IR svetlobe, ki jo seva zemlja, pa steklena streha ne prepušča in zato se rastlinjak lahko segreje nad temperaturo okolice. Ta *učinek tople grede* poteka v veliko večjem obsegu tudi s celotno Zemljo, kjer vlogo steklene strehe prevzemajo toplogredni plini (vodna para in CO_2).

Segreta telesa izmenjujejo energijo s sevanjem. Čez čas se tudi telesom, ki ne morejo izmenjevati energije drugače kot s sevanjem, izenačijo temperature. To je možno le tako, da telesa, ki močno sevajo, tudi močno absorbirajo svetlobo (črna telesa); telesa, ki slabo sevajo, pa tudi slabo absorbirajo svetlobo (bela telesa). Energija v obliki svetlobe prehaja le s toplejšega na hladnejše telo, tako kot toplota. Entropijski zakon, ki smo ga zapisali za toploto, lahko sedaj očitno razširimo tudi na svetlobo.

Meritve sevanja črnega telesa (merimo temperaturo žareče nitke, ki jo segrevamo z električnim tokom in se lahko ohlaja le s sevanjem) so pokazale, da je *površinska gostota svetlobne moči, ki jo izseva črno telo sorazmerna četrti potenci absolutne temperature*. To spoznanje je znano kot *Stefanov zakon* o sevanju črnih teles.

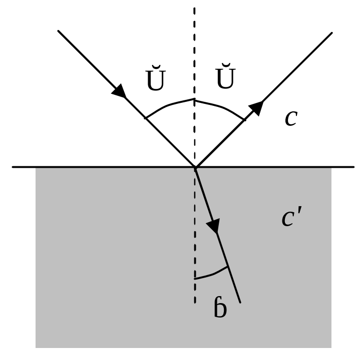
$$j^* = \sigma T^4 \quad ; \quad \sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8} \, \frac{W}{m^2 K^4}$$

Tu je σ Stefanova konstanta. Iz podatka, da je površinska gostota svetlobne moči Sonca 70 MW/m^2, po Stefanovem zakonu sledi, da je temperatura Sonca 5900 K. Stefanov zakon omogoča merjenje temperature, saj imata sevajoči telesi, ki sta vedeti enako svetli in sta iste barve, enako temperaturo. Naprava, s katero merimo temperaturo teles na tej osnovi, se imenuje optični pirometer.

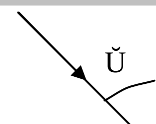
Lom svetlobe

Ģarek svetlobe, ki ga usmerimo pod kotom Ŭ glede na vpadno pravokotnico, se delno odbije po odbojnem zakonu, veļina pa se ga lomi tako, da za kot prepuģļenega ģarka ɓ glede na vpadno pravokotnico velja lomni zakon:

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c}{c'} = n$$



Pri tem je *c* hitrost svetlobe vpadnega ģarka, *c'* hitrost svetlobe prepuģļenega ģarka in *n* (razmerje obeh hitrosti) *lomni koliļnik* pri prehodu svetlobe med obema sredstvoma. Vpadni ģarek, odbiti ģarek, prepuģļeni ģarek in vpadna pravokotnica leģijo vsi na isti ravnini. Enako razmerje med kotoma vpadnega in prepuģļenega ģarka dobimo tudi, ļe ima svetloba nasprotno smer.



Lomni kvocient snovi

Ļe potuje vpadni ģarek po vakuumu in prepuģļeni po snovi, potem je izmerjeni lomni koliļnik *n* kar lomni koliļnik snovi. Ta pove, kolikokrat je svetloba v snovi (*c'*) poļasnejģa od svetlobe v praznem prostoru (*c*): $c' = c/n$.

snov	n
zrak	1,0027
voda	1,33
steklo	1,52
diamant	2,42

Ļe potuje svetloba iz snovi A v snov B z lomnima koliļnikoma n_A in n_B, se pri tem lomi po zakonu

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{c_A}{c_B} = \frac{n_B}{n_A} = n.$$

V snovi z lomnim koliļnikom *n* se frekvenca valovanja niļ ne spremeni. Ker se hitrost svetlobe zmanjģa za faktor *n*, se mora zaradi tega valovna dolģina svetlobe zmanjģati za enak faktor.

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

Popolni odboj

Svetloba, ki prehaja iz optiļno redkejģega sredstva v optiļno gostejģe (iz sredstva z manjģim lomnim koliļnikom v sredstvo z veļjim lomnim koliļnikom), se pri tem vedno lomi k vpadni pravokotnici. Svetloba, ki potuje v nasprotni smeri, pa se lomi vstran od vpadne pravokotnice. V primeru, ko poveļujemo kot vpadnega ģarka, lahko naletimo na mejni primer s kotom vpadnega ģarka ɓ$_0$, ko postane smer prepuģļenega ģarka vzporedna z mejo med sredstvoma (Ŭ=90°). Za kote vpadnega ģarka ɓ ≥ ɓ$_0$ prepuģļeni ģarek v izgine in vso valovanje se v celoti odbije. Pravimo, da pride do popolnega odboja, in kot ɓ$_0$ imenujmo *mejni kot*. Pri prehodu iz vode v zrak je mejni kot ɓ$_0$ = 49°, pri prehodu iz stekla v zrak pa je ɓ$_0$ = 41°. Mejni kot je doloļen z enaļbo.

$$\frac{\sin(90^\circ)}{\sin(\beta_0)} = \frac{n_B}{n_A} = n \quad \Rightarrow \quad \sin(\beta_0) = \frac{1}{n} = \frac{n_A}{n_B}$$

Disperzija

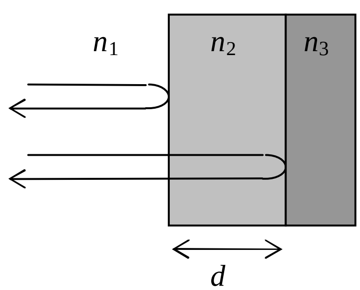
Pojav, da je hitrost svetlobe odvisna od valovne dolģine, imenujemo *disperzija* svetlobe. Ta je izrazita v vidnem podroļju, kjer je hitrost rdeļe svetlobe veļja od modre in se zato modra svetloba bolj lomi kot rdeļa. Disperzija svetlobe skoraj v celoti izgine v podroļju rentgenske svetlobe (ģarkov X). Za to svetlobo je lomni koliļnik zelo blizu n = 1.

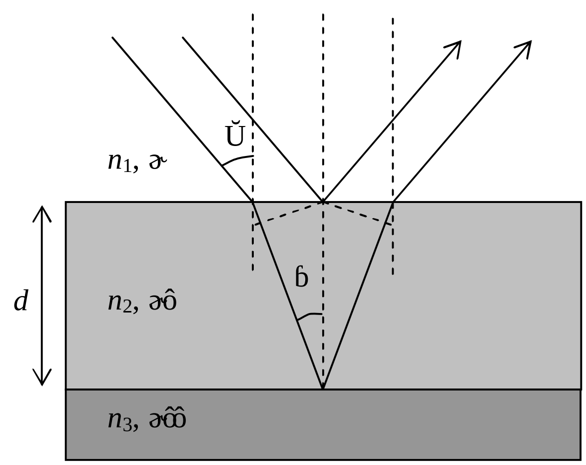
Odboj na tankih plasteh

Na tankih plasteh (oljni madeģ na vodni povrġini, razpoka v ledu) pogosto pride do interference svetlobe, ki se odbije od vrhnje plasti, s tisto, ki se odbije od spodnje meje tanke plasti. Posledica interference je, da dobimo ojaļan odboj pri doloļeni barvi svetlobe le pod doloļenimi koti. Pri odboju valovanja na plasteh moramo upoġtevati ġe moģnost spremembe faze valovanja pri odboju. Do odboja s fazo, premaknjeno za pol nihaja, pride, ko se odbija svetloba na plasti, ki je optiļno gostejġa; pri odboju na optiļno redkejġi snovi ne pride do spremembe faze odbitega valovanja. Najlaġje obravnavamo odboj na tankih plasteh, ko vpada valovanje na plast pravokotno. Pri pravokotnem vpadu dobimo odbito valovanje ojaļano, ko je dvakratnik debeline tanke plasti enak mnogokratniku valovne dolģine, in oslabljeno odbito valovanje, ko je dvakratnik debeline tanke plasti enak vsoti mnogokratnika valovne dolģine in polovice valovne dolģine. To velja, ļe se pri odbojih na obeh mejah faza ne spremeni ali ļe se spremeni obakrat. V nasprotnem primeru sta pogoja ravno zamenjana. Kadar imamo vpad ģarka pod kotom Ŭ, se pot ģarka, odbitega na spodnji plasti, skrajġa za faktor cos(ϭ), kjer je ϭ kot prepuġļenega ģarka.

$$N\lambda' = 2d\cos(\beta) \quad ; \quad \begin{cases} \text{odboj } (n_1 < n_2 < n_3 \text{ ali } n_1 > n_2 > n_3) \\ \text{ni odboja } (n_1 < n_2 > n_3 \text{ ali } n_1 > n_2 < n_3) \end{cases}$$

$$(N + 1/2)\,\lambda' = 2d\cos(\beta) \quad ; \quad \begin{cases} \text{ni odboja } (n_1 < n_2 < n_3 \text{ ali } n_1 > n_2 > n_3) \\ \text{odboj } (n_1 < n_2 > n_3 \text{ ali } n_1 > n_2 < n_3) \end{cases}$$

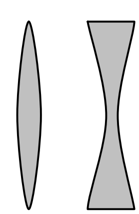




Odboj na tankih plasteh uporabljamo za merjenje majhnih razdalj pa tudi za premaze leļ, saj lahko z ustrezno debelino premaza z doloļenim lomnim koliļnikom zmanjġamo odboj svetlobe od povrġine leļe.

Konveksna in konkavna leļa

Konveksna ali izboļena leļa je obiļajno izdelana iz stekla, ki ima lomni koliļnik precej veļji od zraka. Taka leļa zbere vzporedni snop ģarkov v toļki za leļo, ki se imenuje *goriġļe* leļe. S konveksno leļo lahko upodabljamo predmete. Nastala slika je za leļo in je prava (stikajo se pravi ģarki in ne njihovi podaljġki) ter narobe obrnjena.

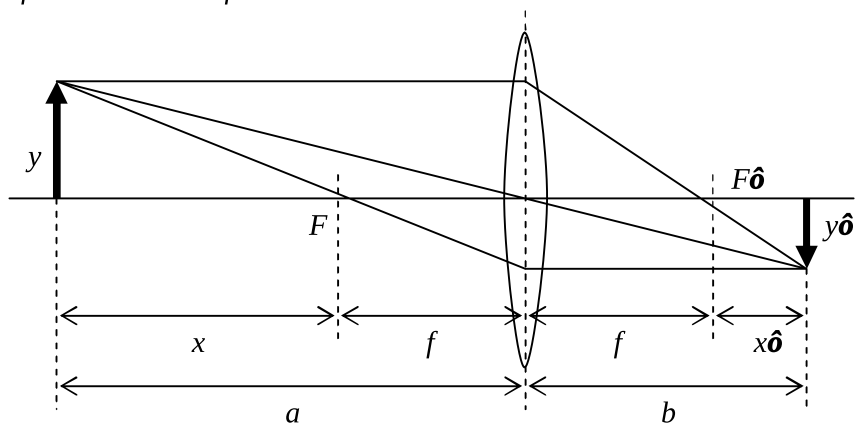


Konkavna leča je vbočena. Ta leča razprši vzporedni snop žarkov. Podaljški teh žarkov se stikajo v gorišču konkavne leče pred lečo. S konkavno lečo lahko dobimo navidezno (pri kateri se stikajo le podaljški žarkov) in pokončno sliko predmeta.

Upodabljanje s konveksno lečo

Pri upodabljanju s konveksno lečo lahko iz poti žarkov in upoštevanjem podobnih trikotnikov dobimo naslednje zveze:

$$\frac{y}{a}=\frac{y'}{b} \quad ; \quad \frac{y}{f}=\frac{y'}{x} \quad ; \quad \frac{y}{x}=\frac{y'}{f} \quad ; \quad x=a-f \quad ; \quad x'=b-f$$



Iz zgornjih zvez sledi ***enačba leče***, ki povezuje razdaljo objekta do objektiva (a) z razdaljo slike do objektiva (b) ter oboje z goriščno razdaljo leče (f).

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$$

Enačbo leče lahko zapišemo tudi z enačbo $f^2 = x\,x'$. Iz enačbe leče lahko vidimo, da nastane slika v gorišču leče, če je objekt neskončno oddaljen od leče, in da je slika enako oddaljena od leče kot objekt, če je razdalja od objekta od leče enaka dvakratniku goriščne razdalje.

Enačba leče velja tudi za konkavno lečo, vendar moramo v tem primeru upoštevati, da ima konkavna leča negativno goriščno razdaljo.

Računaje goriščnih razdalj leč

Več leč lahko sestavimo tako, da jih nanizamo zaporedno na skupno optično os. V primeru dveh leč z goriščema f_1 in f_2 se sestavljena leča obnaša kot nova leča z goriščno razdaljo f, ki je podana z enačbo

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}$$

Goriščna razdalja leče je odvisna od njenih krivinskih radijev r_1 in r_2 ter od lomnega količnika snovi (n), iz katere je leča narejena. Velja namreč

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$$

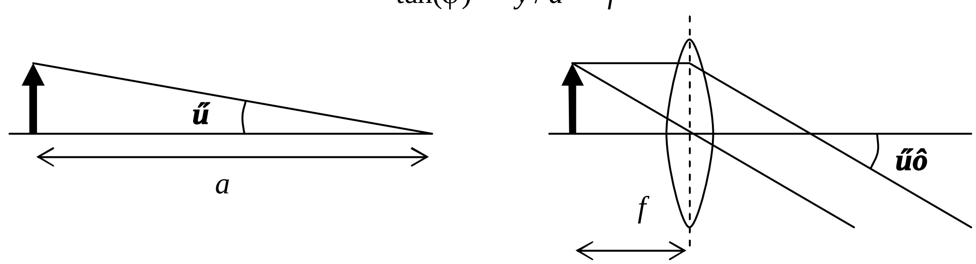
Leļe imajo tudi napake. *Barvna napaka* je posledica disperzije svetlobe in zaradi nje je goriğļe leļe za razliļne barve nekoliko razliļno. Posledica *sferne napake* je, da se ĝarek, ki potuje skozi leļo stran od optiļne osi, zbere v goriğļu, ki je tem bolj premaknjeno, bolj ko je ĝarek odmaknjen od optiļne osi.

Zaradi valovne narave svetlobe in z njo povezanim uklonom svetlobe ne moremo upodabljati predmetov, manjğih od valovne dolĝine svetlobe.

Optiļne priprave

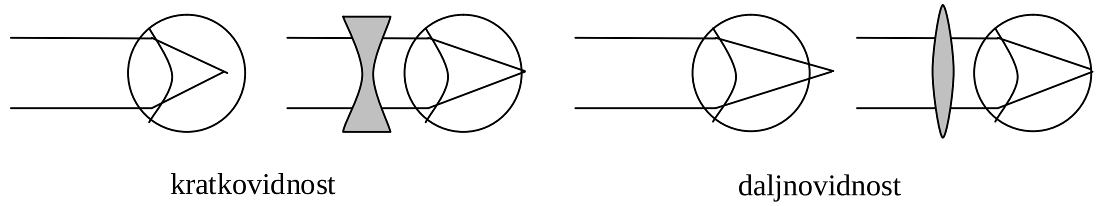
<u>Lupa</u> (poveļevalno steklo)
Predmete obiļajno opazujemo z normalne zorne razdalje (a = 25 cm). S te razdalje vidimo predmet pod *zornim kotom* ű. Predmet lahko opazujemo tudi skozi lupo, to je konkavno leļo, tako da predmet postavimo praktiļno v goriğļe lupe. Slika predmeta, ki jo vidimo skozi lupo, izgleda tako, kot da bi bil predmet od nas neskonļno odmaknjen (ĝarki z iste toļke predmeta so vzporedni), obenem pa vidimo predmet pod zornim kotom ű', ki je bistveno veļji od zornega kota predmeta z normalne zorne razdalje. Zorni kot ű' je namreļ doloļen z razmerjem med velikostjo predmeta in goriğļem lupe; predmet vidimo ostro in tako, kot da bi bil od oļesa oddaljen le za goriğļno razdaljo lupe (f). V tako razdaljo pred oko lahko sicer damo predmet, a slike predmeta oko ne bi moglo izostriti. Poveļava lupe (N) je definirana z razmerjem tangensov zornih kotov predmeta, ki ga vidimo z lupo in brez nje.

$$N = \frac{\tan(\varphi')}{\tan(\varphi)} = \frac{y/f}{y/a} = \frac{a}{f}$$



<u>Fotografski aparat</u>
V fotografskem aparatu poteka upodabljanje s konveksno leļo. Slika predmeta (velikosti y) nastane na fotografski emulziji in njena velikost (y') je doloļena z enaļbo leļe. Velja namreļ $y/y' = a/b$ in $1/f = 1/a + 1/b$.

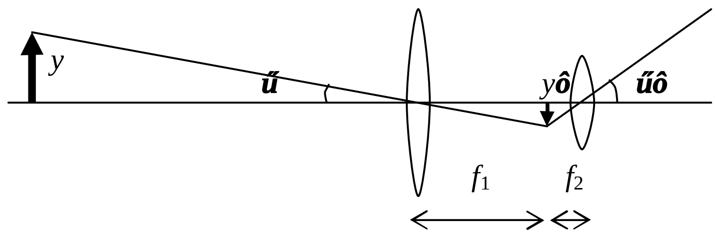
<u>Oko</u>
V oļesu poteka upodabljanje predmetov na podoben naļin kot v fotografskem aparatu. V oļesni leļi, ki je konveksna leļa z omejeno moĝnostjo spreminjanja goriğļa, se ĝarki objekta lomijo in nastane slika na oļesni mreĝnici. Pri kratkovidnih ljudeh nastane ta slika nekoliko pred mreĝnico, pri daljnovidnih pa nekoliko za njo. Obe napaki vida lahko popravimo, tako da pred oko postavimo dodatno leļo (oļala), ki je v primeru kratkovidnih razprğilna (konkavna), v primeru daljnovidnih pa zbiralna (konveksna).



Daljnogled

Daljnogled sestavljata dve leči: objektiv in okular. Prva ima običajno zelo veliko goriščno razdaljo (f_1) in velik premer, druga (okular z goriščno razdaljo f_2) pa ravno obratno. Slika objektiva zaradi praktično »neskončne« oddaljenosti opazovanih predmetov nastane v gorišču objektiva. Okular to sliko, podobno kot pri lupi, preslika pod mnogo večjim zornim kotom v neskončnost. Povečava daljnogleda (N) je definirana z razmerjem tangensov zornih kotov predmeta, ki ga vidimo z daljnogledom in brez njega s prostim očesom.

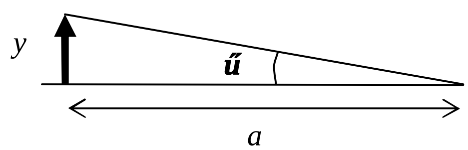
$$N = \frac{\tan(\varphi')}{\tan(\varphi)} = \frac{y'/f_2}{y'/f_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

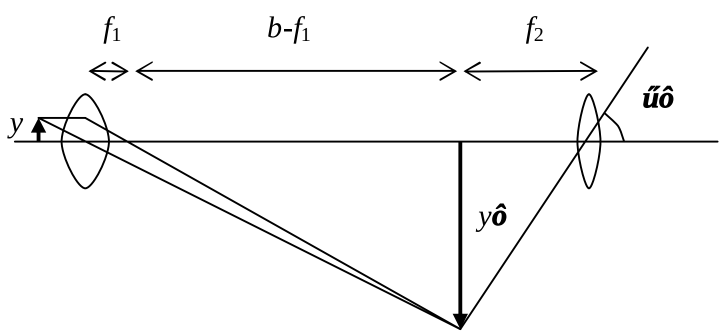


Mikroskop

Tudi mikroskop ima objektiv in okular. Razlika od daljnogleda je ta, da je goriščna razdalja objektiva (f_1) v primeru mikroskopa majhna in objekt je blizu objektiva (skoraj v njegovem gorišču), tako da nastane slika objektiva daleč za njim (v razdalji b od objektiva). Okular to sliko zopet preslika v neskončnost. Povečava mikroskopa je definirana z razmerjem med tangensom zornega kota objekta, ki ga vidimo z mikroskopom, in tangensom zornega kota objekta, ki ga vidimo s prostim očesom.

$$N = \frac{\tan(\varphi')}{\tan(\varphi)} = \frac{y'/f_2}{y/a} = \frac{y(b-f_1)/(f_1 f_2)}{y/a} = \frac{(b-f_1)a}{f_1 f_2}$$





Literatura

1. R.Kladnik: Visokoġolska fizika I, II, III, DZS, Ljubljana, 1989
2. J.Strnad: Fizika I, II, DZS, Ljubljana, 1977
3. Fizika za srednje ġole I, II in III, Ivan Kuġļer, Anton Moljk, Tomaġ Kranjc, Joġe Peternelj, Mitja Rosina, Janez Strnad, Ljubljana DZS 1999, 2000, 2002
4. D.Halliday, R.Resnick, J.Walker: Fundamentals of Physics (Extended), John Wiley, New York, 1993