

## Prvi del

### 1. Sklop

1. Kaj je realno število (operacije, lastnosti). Absolutna vrednost realnega števila. Nariši graf funkcije :  $y = |x - 2| + |3 - x| - 2|x|$  .

2. Kaj je kompleksno število? Binomski zapis in polarni zapis. Konjugirano kompleksno število, absolutna vrednost (definicija in lastnosti). Operacije s kompleksnimi števili. Reši enačbo:  $z^2 = \bar{z}$  .
3. Preslikava naravnih števil v realna. Kaj je stekališče in kaj je limita zaporedja? Konvergentna in divergentna zaporedja. Ali je zaporedje s splošnim členom

$$a_n = \frac{2n+1}{n-2} \text{ konvergentno.}$$

4. Kdaj je zaporedje omejeno in kdaj je monotono? Ali je zaporedje s splošnim členom  $\frac{n+1}{n+3}$  monotono? Ali je to zaporedje omejeno?
5. Definicija funkcije, zveznost funkcije. Polinomi in racionalne funkcije. Nariši in opiši tipe nezveznosti!
6. Kompozicija funkcij in inverzna funkcija. Eksponentna in logaritemska funkcija. Graf funkcije:  $y = \ln(x+1)$  .
7. Limita funkcije. Definicija zveznosti s pomočjo limite. Izračunaj limito:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \times \cos^2 x}{x} =$$

### 2. Sklop

8. Razlika med vektorji in skalarji. Seštevanje vektorjev (računsko in grafično). Določi vektor od  $A(1, -3, 6)$  do  $B(-2, 7, 3)$  ! Kako določamo velikost in kako smer tega vektorja?

Skalarna količina je določna le z velikostjo in ustrezno enoto. Vektorska količina pa je določena z velikostjo, ustrezno enoto in smerjo.

Seštevanje vektorjev  $a=(a_1, a_2, a_3)$  in  $b=(b_1, b_2, b_3)$  je vektor ki vodi od začetne točke vektorja  $a$  do končne točke vektorja  $b$ . Velja:

$$a+b=(a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3)$$

9. Skalarni produkt dveh vektorjev. Izračunaj  $a \cdot b$ , če je  $a = (1, 2, 3)$  in  $b = (1, 3, 1)$ ! Kako izračunamo kot med tema dvema vektorjema? Kaj pomeni, če je skalarni produkt enak 0?

Skalarni produkt

Glavni članek: *skalarni produkt*.

Skalarni produkt je računsko operacija, ki dvema vektorjema priredi število (skalár) po pravilu:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi.$$

Razlaga:  $|\vec{a}|$  in  $|\vec{b}|$  sta dolžini danih vektorjev,  $\cos \varphi$  pa pomeni *kosinus* kota, ki ga oklepata dana vektorja, če izhajata iz skupne začetne točke.

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

10. Vektorski produkt dveh vektorjev. Izračunaj  $a \times b$ , če je  $a = (1, 2, 3)$  in  $b = (1, 3, 1)$ ! Kaj pomeni, če je vektorski produkt enak 0?

Vektorski produkt je *binarni operator* v *trirazsežnem prostoru*. Rezultat je trirazsežni *vektor*, ki je *pravokoten* na oba vektorja. Operacija ni *komutativna*; če zamenjamo vrstni red vektorjev, bo rezultat vektor z enako *dolžino*, vendar bo usmerjen v nasprotno smer. Dolžina vektorja je enaka ploščini *paralelograma*, katerega *nevzporedni stranici* sta vektorja. Vektorski produkt dveh *linearno odvisnih* vektorjev je enak *ničelnemu vektorju*. Če sta vektorja  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  v desnosučni ortonormalni *bazi* definirana kot

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

in

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix},$$

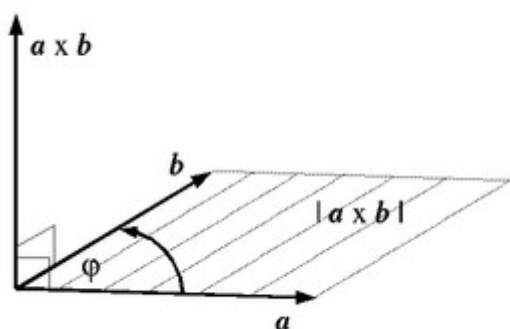
se njun vektorski produkt izračuna kot:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix}.$$

Pravilo si lažje zapomnimo kot *determinanto matrike*, kjer v prvo vrstico zapišemo vse tri *bazne vektorje*, v drugo vrstico komponente prvega vektorja, v tretjo vrstico pa komponente drugega vektorja, in determinanto razvijemo po prvi vrstici:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}.$$

[uredi] Grafična predstavitev



Če v skupni *ravnini* obeh vektorjev *kot* med njima označimo s  $\varphi$ , je dolžina vektorskega produkta enaka:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \varphi.$$

Smer lahko določimo tako, da prvi vektor v njuni skupni ravnini zavrtimo do drugega v tisti smeri, kjer je zasuk krajši, in smer določimo po *pravilu desnosučnega vijaka*.

[uredi] Lastnosti

Vektorski produkt je *antikomutativen*:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a},$$

Vektorski produkt je *distributiven* za seštevanje:

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c},$$

Pri množenju s skalarjem lahko tega izpostavimo; (homogenost za množenje z realnim številom):

$$(r\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (r\vec{b}) = r(\vec{a} \times \vec{b}),$$

Vektorski produkt ni *asociativen*:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \neq (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c};$$

zanj pa velja *Jacobijeva enakost*:

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b}) = 0.$$

11. Mešani produkt treh vektorjev. Geometrijski pomen produkta. Kaj pomeni, da je mešani produkt enak 0?

Definicija:

$$(\_a, \_b, \_c) = (\_a \times \_b) \cdot \_c$$

Mešani produkt  $(\_a, \_b, \_c)$  je skalar, ki ga dobimo tako, da vektorski produkt  $\_a \times \_b$  skalarno pomnožimo z vektorjem  $\_c$ .

Izračunamo ga s pomočjo determinante:

$$(\_a, \_b, \_c) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

-Mešani produkt je 0, če so vektorji komplanarni, če ležijo na skupni ravnini  
 -Absolutna vrednost mešanega produkta je enaka prostornini paralelepipeda, ki ga tvorijo vektorji  $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ .

12. Vektorska in analitična enačba ravnine v prostoru, Oddaljenost točke od ravnine.
13. Vektorska in analitična enačba premice v prostoru. Oddaljenost točke od premice.
14. Kot med dvema ravninama. Kot med dvema krivuljama. Smerni kosinusi v prostoru.

### **Drugi del**

#### **3. Sklop**

15. Definicija odvoda ob sliki in geometrijski pomen. Zakaj funkcija  $y = \sqrt{x}$  ni povsod odvedljiva?
16. Osnovna pravila za odvajanje. Odvajaj  $y = \tan x + \ln x - \arcsin x^2$ !
17. Diferencial in njegov geometrijski pomen. Približno izračunaj  $y = \sqrt{1.01}$ !
18. Višji odvodi, višji diferenciali. Kaj pomeni, da je  $y'' = 0$ ? Kako se izračuna ukrivljenost, kaj je krivinski krog.
19. Lokalni ekstremi. Definicija in pogoji za nastanek lokalnega ekstrema. Nariši graf funkcije:  $y = xe^x$ .
20. Definicija in lastnosti nedoločenega integrala. Računanje integralov ulomljenih racionalnih funkcij. Izračunaj:  $\int \frac{dx}{x(x+1)} =$
21. Metode integracije (substitucija, po delih). Izračunaj  $\int \sin x dx =$ !
22. Lastnosti določenih integralov. Zveza med nedoločenim in določenim integralom. Izračunaj:  $\int_1^2 (x^2 + 1) dx =$
23. Definicija določenega integrala. Nastavki za reševanje (Eulerjev).  
Izračunaj:  $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} =$ .
24. Dolžine krivulj in ploščine likov. Izračunaj ploščino elipse.
25. Ploščine krivočrtnih likov in volumni rotacijskih teles. Izračunaj izsek elipse.

#### 4. Sklop

26. Enačba za iztekanje tekočine iz cisterne je:  $K \frac{dh}{dt} = \frac{1}{(2R-h)\sqrt{h}}$ .
- Kakšne vrste diferencialna enačba je to ?
  - Zapiši splošno diferencialno enačbo tega tipa!
  - Kako jo rešujemo ?
  - Kako določimo začetni pogoj?
27. Enačba za mešanje koncentracij je:  $Vdx = (p-x)mdt$ .
- Kakšne vrste diferencialna enačba je to ?
  - Zapiši splošno diferencialno enačbo tega tipa!
  - Kako jo rešujemo ?
  - Kako določimo začetni pogoj?
28. Padanje padalca popišemo z enačbo:  $m\ddot{s} = mg - k\dot{s}^2$ .
- Kakšna diferencialna enačba je to?
  - Naštej še druge nepopolne diferencialne enačbe?
  - Kako rešujemo take enačbe?
  - Pri kakšni hitrosti bo padalec padal enakomerno?
29. Kako pravimo diferencialni enačbi:  $y'' + 3y' + 2y = -\sin x$  ?
- Kakšno enačbo dobimo, če črtamo trigonometrično funkcijo?
  - Opiši oba načina reševanja?
  - Kaj je karakteristični polinom?
  - Razlika med reševanjem z nastavkom in variacijo konstante.
30. Kolikšnega reda je enačba:  $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$
- Kakšen nastavek za rešitev vstavimo, da dobimo karakteristični polinom?
  - Kako dosežemo neodvisnost rešitev?
  - Kako dokažemo neodvisnost rešitev?
31. Zbiranje in obdelava podatkov
- Načini zbiranja podatkov.
  - Indeksi in razvrščanje v razrede.
  - Računanje in pomen trendov.
  - Grafična upodobitev podatkov.
32. Razlika med točkasto in intervalsko oceno
- Kaj je statistika kot funkcija in kaj je cenilka?
  - Lastnosti cenilk.
  - Metode določanja cenilk.
33. Porazdelitev lastnosti v populaciji.
- Kaj je populacija in kako jo določamo?
  - Slučajna spremenljivka.
  - Porazdelitvena funkcija
  - Popis: metoda, prednosti, slabosti.

34. Koraki statistične raziskave. Družba za raziskavo trga se odloči, da bo med slovenskimi gospodinjami raziskala porabo količine in vrste pralnih praškov.

- Kako se določi populacija (kriteriji)
- Načini zbiranja podatkov, izbor vzorca.
- Porazdelitvena funkcija in vzorčna porazdelitvena funkcija.
- Prikaz podatkov

35. Normalna porazdelitev. Napaka na merilnem inštrumentu je porazdeljena normalno z matematičnim upanjem 10 mA in varianco 4 mA<sup>2</sup>.

- Kakšne vrste porazdelitev poznamo, zveza med gostoto in porazdelitveno funkcijo,
- nariši graf gostote za normalno porazdelitev
- kaj so številske karakteristike.
- Izračunaj verjetnost, da bo napaka med 9 in 11 mA