1. Kaj je realno število (operacije, lastnosti). Absolutna vrednost realnega števila. Nariši graf funkcije $y = |x-2| + |3-x| - 2|x|$

Pomemben objekt matematične analize so števila, ki jih bomo označevali z latinskimi in grškimi črkami (a, b, x, A, $\alpha \ldots$). Če sta dve števili enaki, pišemo $a = b$, če sta različni, pa pišemo $a \neq b$. S števili *računamo*. Računskih operacij je več, dve pa sta osnovni. Ti dve operaciji sta *seštevanje*, ki ga pišemo $a + b$, in *množenje*, ki ga pišemo z $a.b$. Za obe operaciji sta potrebni dve števili, zato ju imenujemo *binarna* operacija. Vsaka binarna operacija, ki je v neki množici števil zaprta, priredi dvema številoma iz te množice tretje število iz iste množice.

Množica *realnih števil* R naj bo množica števil, ki jih lahko seštevamo in množimo. Za obe operaciji pa veljajo naslednje lastnosti, ki jih postavljamo kot aksiome. Za seštevanje velja:

Aksiom 1 (asociativnost) *Za poljubna tri števila a, b in c je*

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Aksiom 2 (komutativnost) *Za poljubni števili a in b je*

$$a + b = b + a$$

Aksiom 3 *Obstaja število 0 (nič). Vsota poljubnega števila a s številom nič je enaka a, torej*

$$a + 0 = a$$

Aksiom 4 *Vsakemu številu a pripada nasprotno število, ki ga označimo z $-a$. Vsota števil a in $-a$ je enaka nič.*

$$a + (-a) = 0$$

Za množenje velja

Aksiom 5 (asociativnost) *Za poljubna tri števila a, b in c je*

$$(a.b).c = a.(b.c)$$

Aksiom 6 (komutativnost) *Za poljubni števili a in b je*

$$a.b = b.a$$

Aksiom 7 *Obstaja število 1. Produkt poljubnega števila a s številom 1 je enak a, torej*

$$a.1 = a$$

Piko kot znak za množenje običajno opuščamo.

Aksiom 8 *Vsako od nič različno število a ima recipročno število, ki ga označujemo z $\frac{1}{a}$ ali z a^{-1}. Pri tem velja:*

$$a.a^{-1} = 1$$

Operaciji seštevanja in množenja sta povezani z naslednjima dvema aksiomoma.

Aksiom 9 *1 in 0 sta različni števili* $(1 \neq 0)$

Aksiom 10 (distributivnost) *Za poljubna tri števila a, b in c velja*

$$(a + b)c = ac + bc$$

Iz aksiomov sledi pravilo krajšanja za množenje:

$$a \neq 0 \quad in \quad ax = ay \quad \Longrightarrow \quad x = y$$

Distributivnost velja tudi za odštevanje:

$$(a - b)c = ac - bc$$

Vsa realna števila se delijo v tri skupine: pozitivna, negativna in število nič.

Aksiom 11 *Če je število $a \neq 0$, je natanko eno izmed števil a in $-a$ pozitivno. Število nič ni niti pozitivno niti negativno.*

Aksiom 12 *Vsota $a + b$ in produkt ab pozitivnih števil a in b sta pozitivni števili. Množica pozitivnih števil je za seštevanje in množenje zaprta.*

DEFINICIJA 1.48 *Absolutno vrednost realnega števila x zaznamujemo z $|x|$ in jo definiramo:*

$$|x| = \begin{cases} x, & za \quad x \geq 0 \\ -x, & za \quad x < 0 \end{cases}$$

Za tako definirano absolutno vrednost velja:

IZREK 1.41 *Za absolutno vrednost realnega števila veljajo naslednje lastnosti:*

1. $|x| \geq 0$ *za vsak realen* x *in* $|x| = 0 \Longleftrightarrow x = 0$
2. $|x.y| = |x|.|y|$
3. $||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$ *(trikotniška neenakost)*

2. Kaj je kompleksno število? Binomski zapis in polarni zapis. Konjugirano kompleksno število, absolutna vrednost (definicija in lastnosti). Operacije s kompleksnimi števili. Reši enačbo: $z^2 = \bar{z}$

$$(x, y) = x + iy = \alpha \; ; \; x, y \in \mathcal{R}$$

TRDITEV 1.51 *Za operaciji seštevanja in množenja veljajo lastnosti komutativnosti, asociativnosti in distributivnosti:*

Polarni zapis kompleksnega števila. Poleg običajne oblike zapisa kompleksnega števila poznamo tudi polarni zapis. Naj bo $\alpha = x + iy$. Kot med realno osjo in zveznico med izhodiščem in točko, ki predstavlja v kompleksni ravnini število α, označimo z φ. Potem lahko zapišemo:

$$x = |\alpha|.\cos\varphi, \quad y = |\alpha|.\sin\varphi$$

V skladu s tem se kompleksno število potem zapiše:

$$\alpha = x + iy = |\alpha|(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

DEFINICIJA 1.52 *Vsakemu kompleksnemu številu $\alpha = x + iy$ lahko priredimo konjugirano število $\overline{\alpha} = \overline{x + iy} = x - iy$, za katerega veljajo naslednje lastnosti:*

Absolutna vrednost kompleksnega števila je pozitivni kvadratni koren produkta $\alpha.\overline{\alpha}$:

$$|\alpha| = +\sqrt{\alpha.\overline{\alpha}} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

3. Preslikava naravnih števil v realna. Kaj je stekališče in kaj je limita zaporedja? Konver-gentna in divergentna zaporedja. Ali je zaporedje s splošnim členom

$a_n = \dfrac{2n+1}{n-2}$ konvergentno.

Vzemimo preslikavo, ki naravna števila preslika v podmnožico realnih števil:

$$f : \mathcal{N} \longrightarrow \mathcal{R}$$

Tako preslikavo bomo imenovali *zaporedje*.

DEFINICIJA 2.25 *Število a imenujemo stekališče zaporedja $\{a_n\}$, če leži v vsaki okolici števila a neskončno členov zaporedja.*

IZREK 2.21 *a je stekališče zaporedja $\{a_n\}$ natanko tedaj, ko v vsaki poljubno majhni okolici števila a leži vsaj en člen zaporedja, ki je različen od a.*

DEFINICIJA 2.31 *Zaporedje $\{a_n\}$ konvergira proti vrednosti a, če vsebuje vsaka poljubno majhna okolica števila a vse člene zaporedja od določenega člena dalje.*

Zaporedje, ki ima to lastnost, imenujemo *konvergentno zaporedje*, število a pa *limito zaporedja*.

$$\lim_{n \to \infty} a_n = a$$

Bolj natančno bomo limito popisali z izrekom:

IZREK 2.31 *Zaporedje $\{a_n\}$ konvergira proti limiti a, če pripada vsakemu pozitivnemu številu ϵ tako naravno število n_0, da neenačba*

$$|a_n - a| < \epsilon$$

velja za vsak naravni n, ki je večji od n_0, ali enak z njim.

Konvergentno zaporedje ima limito, divergentno pa ne-ni limite in ni pravil

4. **Kaj je število e?. Kako izračunamo število e.? Kako je z natančnostjo računanja tega števila?**

Izračunamo ga z Bernoullijevo neenakostjo

Število imenujemo *število e* ali *osnova naravnih logaritmov.*

Ker je zaporedje $\{a_n\}$ naraščajoče in zaporedje $\{b_n\}$ padajoče, sta obe zaporedji omejeni. Natančna zgornja meja prvega je natančna spodnja meja drugega. Ker je $a_1 = 2$ in $b_2 = 4$ je to število omejeno med 2 in 4. Njegova vrednost zaokrožena na dvanajst decimalk je:

$$e = 2.718281828459...$$

5. **Kako definiramo vrsto? Kdaj je vrsta konvergentna? Zapiši nekaj členov zaporedja $a_n = 2^{-n}$, poišči zaporedje delnih vsot in izračunaj vsoto vrste.**

DEFINICIJA 8.11 *Limito zaporedja delnih vsot imenujemo neskončna vrsta:*

$$s = \lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

Splošni člen vrste je a_n. Vrsta je konvergentna ali divergetna, odvisno od limite zaporedja delnih vsot.

DEFINICIJA 8.12 *Vrsta* $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *je konvergetna natanko tedaj, ko je konvergetno zaporedje delnih vsot. Če vrsta ni konvergentna, je divergentna.*

Sn=a1+a2+….an-tako sestavljeno zaporedje imenujemo zaporedje delnih vsot in sn je n-ta delna vsot
S=a1=1/2
S2=a1+a2=1/2+1/4=3/4
Sn=a1+a2+…an===1/2+1/4+….+(1/2)na-n

6. Kdaj je zaporedje omejeno in kdaj je monotono? Ali je zaporedje s splošnim členom $\frac{n+1}{n+3}$ monotono? Ali je to zaporedje omejeno?

DEFINICIJA 2.24 *Zaporedje* $\{a_n\}$ *je omejeno navzgor, če med realnimi števili obstaja zgornja meja zaporedja, navzdol pa je omejeno, če obstaja spodnja meja* $m \in \mathcal{R}$ *zaporedja. Zaporedje imenujemo omejeno, če je omejeno navzgor in navzdol hkrati*

Monotona zaporedja so lahko naraščajoča ali padajoča
Za naraščajoče: an+1>an
Za padajoče:an+1<an

An=(n+1)/(n+3)
An+1 >an
(n+1)+1/(n+3+1)>(n+1)/(n+3)
(n+2)/(n+4)>(n+1)/(n+3)
(n+3)(n+2)>(n+1)(n+4)
2>0 zaporedje je monotono naraščajoče

7-Kriteriji za konvergenco vrst. Alternirajoča vrsta. Harmonična vrsta. Geometrijska vrsta. Operacije z vrstami

Vrste s samimi pozitivnimi členi a1+a2+….+an+….+n an>0
Potrebni pogoj za konvergenco lim an =0
Kvocientni: konvergentno

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1$$

Divergentno-limita večja od 1
Korenski:

Konvergentna

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$$

Divergentna

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} > 1$$

Harmonična vrsta:

Harmonična vrsta sicer ni konvergetna, vendar s kvocientnim kriterijem to ni mogoče ugotoviti.

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=1-\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}=1$$

Geomerijska

1/(1+x)=vsota n=0-neskončno (-1) X na n

Opreacije

Operacije z vrstami. Absolutno konvergentne vrste lahko seštevamo in množimo. Rezultat je spet absolutno konvergentna vrsta. Vrsti seštevamo tako, da seštevamo istoležne člene. Absolutno konvergentni vrsti odštevamo tako, da odštevamo istoležne člene. Produkt dveh vrst je konvergenten, če je absolutno konvergentna vsaj ena izmed vrst, ki jih množimo.

8-Definicija odvoda ob sliki in geometrijski pomen. Zakaj funkcija $y=\sqrt{x}$ ni povsod odvedljiva?

-odvod funkcije ene spremenljivke y=f(x) je nova funkcija spremenljivke x

-geometrijski pomen

Če je funkcija y=f(x) načrtana s krivuljo je f*(x)=tg x

Funkcija je definirana in zvezna, ima končno limito

TRDITEV 5.11 *Odvod funkcije v dani točki je smerni koeficient tangente na krivuljo v tej točki.*

F(x)=√x f*(x)1/2√x f*(O)= ∞

9-**Definicija funkcije, zveznost funkcije. Polinomi in racionalne funkcije. Nariši in opiši tipe nezveznosti!**

DEFINICIJA 4.11 *Funkcija f, definirana na intervalu I, je predpis, po katerem pripada vsakemu številu $x \in I$ natanko določeno število $y \in R$.*

DEFINICIJA 4.31 *Funkcija $f(x)$ je v točki $x = a$ zvezna natanko takrat, ko je*

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$$

Funkcija je zvezna v neki točki če ima nepretrgan graf

Cela racionalna funkcija ali polinom

$$f(x) = a_0 + a_1x^2 + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$$

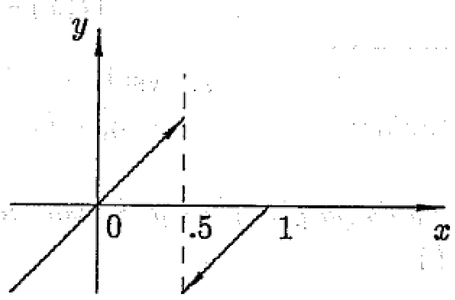
Ulomljena racionalna funkcija je kvocient dveh polinomov. Definir: je za vsa realna števila, razen za števila, kjer je imenovalec enak nič.

$$f(x) = \frac{a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0}{b_mx^m + b_{m-1}x^{m-1} + \cdots + b_1x + b_0}$$

Poglejmo si funkcijo, ki je definirana na naslednji način:

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le \frac{1}{2} \\ 0, & x = \frac{1}{2} \\ x - 1, & \frac{1}{2} < x \le 1 \end{cases}$$

Funkcija je definirana za vsako realno vrednost med 0 in 1.



Slika 4.4: Nezvezna funkcija

Tipi nezveznosti-1-odpravljiva, 2-skok,3-poli

a-potenčna

b-racionalna

10-Kompozicija funkcij in inverzna funkcija. Eksponentna in logaritemska funkcija. Graf funkcije $y = \ln(x+1)$.

Inverzna-za vsak x ЄA je g(f(x)),   g(x)=1/f(x)

Sestavljena- g(y)=Z=g(f(x))=

Eksponentna

$y = a^x$

a je pozitivno realno število, ki ni enako 1. Število a imenujemo *osnova.*

Vse eksponentne funkcije so povsod pozitivne in povsod enolične. Če so osnove večje od 1, potem so eksponentne funkcije naraščajoče, sicer so padajoče.

Logaritemska funkcija je inverzna k eksponentni funkciji. Zapiše se:

$$y = \log_a x$$

Število a imenujemo *osnova* logaritemske funkcije. Posebna primera sta *naravni* in *desetiški* logaritem. Za same logaritme veljajo naslednje lastnosti:

Vse logaritemske funkcije so definirane samo za pozitivne vrednosti. y-os je vertikalna asimptota. Vsi grafi logaritemskih funkcij sekajo x-os v $x = 1$. Funkcije, z osnovo večjo od 1, so naraščajoče, ostale so padajoče.

11-Periodične, sode in lihe funkcije. Trigonometrične funkcije.Ali je

$y = \ln \frac{1+x}{1-x}$ **liha funkcija?**

Periodičnost funkcij.

DEFINICIJA 4.35 *Funkcija $y = f(x)$ je periodična, če obstaja tako realno število $T > 0$, da je za vsak $x \in D_f$ izpolnjena enačba:*

$$f(x+T) = f(x)$$

Število T imenujemo perioda.

Najmanjša perioda je osnovna perioda. Vsaka periodična funkcija ima lahko le eno samo osnovno periodo. Vsak večkratnik periode je spet perioda. Vsota, razlika, produkt in kvocient periodičnih funkcij so spet periodične funkcije.

DEFINICIJA 4.34 *Funkcija $y = f(x)$ je soda, če za vsak x iz definicijskega območja velja:*

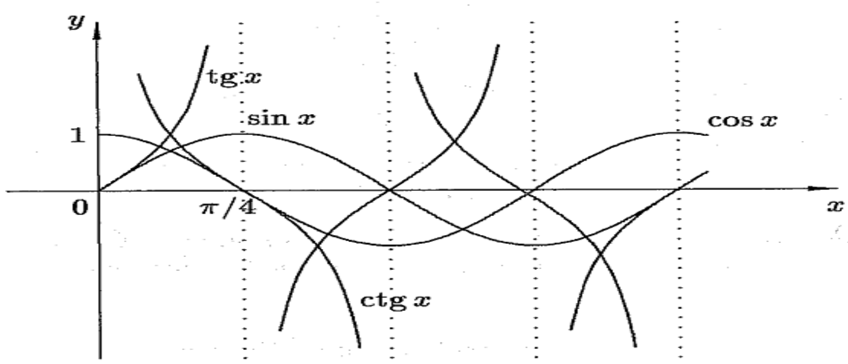
$$f(-x) = f(x),$$

in funkcija je liha, če za vsak x iz definicijskega območja velja:

$$f(-x) = -f(x)$$

Kotne funkcije so naslednje funkcije:

$$\sin x \quad \cos x \quad \operatorname{tg} x \quad \operatorname{ctg} x$$



Slika 4.14: Trigonometrične funkcije

Med trigonometričnimi funkcijami obstajajo elementarne zveze.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x = \frac{1}{ctg x}$$
$$\operatorname{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Funkcija je liha –vstavimo –x

12-Limita funkcije. Definicija zveznosti s pomočjo limite. Približno izpelji:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

Funkcija f(x) je v točki x=a, zvezna natanko takrat ko pripada vsakemu poljubno majhno E>O

DEFINICIJA 4.21 *Funkcija $f(x)$ limitira proti A, ko gre x proti a, če se da po predpisu poljubno majhnega pozitivnega števila ϵ določiti tak $\delta > 0$, da je neenačba $|f(a+h) - A| < \epsilon$ izpolnjena za vsak $|h| < \delta$.*

Tu je seveda izključena vrednost $h = 0$, ker funkcijska vrednost v tisti točki ni definirana.

Sin x<x<tg x==1/tg x<1/x<1/sin x   množimo s sin x

==cos x<sin x/x <1   množimo sin x ==== $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$

13-Funkcija dveh spremenljivk: definicija, zveznost, limita. Kaj je graf funkcije? Določi definicijsko območje za funkcijo:

$$f(x,y)=\frac{2}{x^2-y^2}$$

Funkcija 2 neodvisnih spr. Je predpis, ki vsakemu paru (x,y) iz podmnožice ravnine prepiše natančno določeno realno število. Funk 2 spr priredi vsaki ravninski T iz Df realno število ki v trorazsežnem prostoru pomeni višino nad točko

14-Osnovna pravila za odvajanje. Odvajaj $y = tgx + \ln x - \arcsin x^2$!

Odvod konstante je enak nič.

Odvod vsote in razlike.

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

Odvod produkta.

$$(u.v)' = u'.v + u.v'$$

Odvod kvocienta.

$$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x).v(x) - u(x).v'(x)}{v^2(x)}$$

Odvod indirektne funkcije.

$F(x) = f(u(x))$ = $f'(u).u'(x)$

Odvajaj $y = tgx + \ln x - \arcsin x^2$

Y*=1/(cos^2 x) +(1/x)-(2x)/ √(1-x^4)

(arc sinx^2)*=(arc sin u)* u= x^2

(arc sin u)* =1/√(1-u^2)

15-Diferencial in njegov geometrijski pomen. Približno izračunaj $y = \sqrt{1.01}$!

Dy=f*(x)dx
Diferencial funkcije je enak produktu odvoda in diferencialne neodvisne spremenljivke.
Odvod lahko pišemo:
F*(x)=dy/dx
Geometrijski pomen:
Naj bo Δx=dx prirastek neodvisne sprem.. ki je hkrati tudi njen diferencial. Prirastek tangente pa je enak dy.
Y=√1,01
√x+dx=√x+dx/2√x
=√1+0,1=√1+0/2√1=1,005

16-Višji odvodi, višji diferenciali. Kaj pomeni, da je ? Kako se izračuna ukrivljenost, kaj je krivinski krog.

Višji odvod-odvajamo odvod

Splošno velja, da pri n-krat odvedljivi funkciji dobimo n-ti odvod kot odvod (n-1)-vega odvoda.

$$y^{(n)} = (y^{(n-1)})'$$

Višji diferencial

Podobno kot smo definirali diferencial, definiramo tudi višje diferenciale. Če je $dy = y'dx$, potem je

$$d^2y = d(dy) = d(y'dx) = (y'dx)'dx = y''dx^2$$

Splošno velja:

$$d^n y = y^{(n)} dx^n$$

DEFINICIJA 5.92 *Ukrivljenost krivulje v točki T definiramo kot limito kvocienta prirastka smernega kota tangente in prirastka loka.*

Z znaki lahko zapišemo:

$$\frac{1}{\rho} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta s}$$

DEFINICIJA 5.93 *Krivinski krog v točki T je krog, ki se v točki T dotika krivulje iz konkavne strani, radij kroga pa je enak recipročni vrednosti ukrivljenosti.*

7. Lokalni ekstremi . Definicija in pogoji za nastanek. Nariši graf funkcije:

$$y = xe^x$$

DEFINICIJA 5.81 *Funkcija $y = f(x)$ ima v točki $x = b$ lokalni minimum, če obstaja taka okolica točke b, da je za vsak $x \neq b$ iz te okolice $f(x) > f(b)$.*

DEFINICIJA 5.82 *Funkcija $y = f(x)$ ima v točki $x = a$ lokalni maksimum, če obstaja taka okolica točke a, da je za vsak $x \neq a$ iz te okolice $f(x) < f(a)$.*

Iz definicije lokalnega minimuma sledi, da je funkcija levo od ekstrema padajoča, desno pa naraščajoča. To pomeni, da je z leve strani odvod negativen, z desne pa pozitiven. V samem minimumu je odvod enak nič, ker mora

- *zadostni pogoj za nastanek lokalnega maksimuma:* $f''(a) < 0$, $f'(a) = 0$
- *zadostni pogoj za nastanek lokalnega minimuma:* $f''(a) > 0$, $f'(a) = 0$

18Definicija in lastnosti nedoločenega integrala. Računanje integralov ulomljenih

racionalnih funkcij.

DEFINICIJA 6.12 *Iščemo tako funkcijo $F(x)$, da bo njen diferencial $dF(x) = f'(x)dx$.*

Funkcijo $F(x)$ imenujemo potem *nedoločeni integral* funkcije $f(x)$ in zapišemo :

$$\int f(x)dx$$

1. Če je $F(x)$ integral funkcije $f(x)$, potem je tudi $F(x) + C$ integral funkcije $f(x)$.
   Dokaz: Ker je $F'(x) = f(x)$, sledi, da je $(F(x) + C)' = F'(x) + C' = f(x)$. ■

2. Naj bo $F(x)$ integral funkcije $f(x)$ in $F_1(x)$ neki nadaljnji integral iste funkcije. Potem velja: $F_1(x) = F(x) + C$.
   Dokaz: $F'(x) = f(x)$, $F_1'(x) = f(x)$ Torej je: $F_1'(x) - F'(x) = f(x) - f(x) = 0$. Razlika odvodov je odvod razlike in 0 je odvod konstante. Torej je razlika integralov konstanta. ■
   Vsak nadaljnji integral dane funkcije dobimo tako, da integralu prištejemo neko konstanto. Konstanto imenujemo *aditivna konstanta*, za integral pa pravimo, da je določen do aditivne konstante natančno. Pri reševanju vedno pišemo splošni rezultat.

Racionalna funkcija je količnik dveh polinomov p(x) in g(x), y= p(x)/ g(x), pred integracijo racionalne funkcije delimo št. In imenovalec, če je števec enake ali višje stopnje kot imenovalec.

D=0-substitucija

D> delni ulomki

D< popolni kvadrat

19Metode integracije (substitucija, po delih). Izračunaj $\int x \sin x dx =$!

-Substitucija pomeni zamenjava določenega člena z novim ki ga vstavimo v integral, na koncu pa ga ponovno zamenjamo

-Per partes pomeni da integriramo po delih

$$\int u dv = uv - \int v du$$

20-Lastnosti določenih integralov. Zveza med nedoločenim in določenim integralom

1. Iz definicije določenega integrala sledi, da smemo integracijsko spremenljivko poljubno zaznamovati:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(y)dy = \int_a^b f(z)dz$$

Z novo oznako smo spremenili le ime abscisne osi, lik pa ostaja v vseh primerih isti.

2. $f(x)$ naj bo zvezna funkcija na odseku $[a, b]$ in c naj bo točka med a in b. Tedaj velja:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx,$$

če obstajajo vsi trije integrali. Ker vsak zase pomeni ploščino, nam enakost ... ploščin enaka celotni ploščini.

3. Če v določenem integralu zamenjamo integracijski meji, se spremeni predznak integrala:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

Z zamenjavo mej smo vsem dolžinam odsekov v integralski vsoti zamenjali predznak. S tem smo zamenjali predznak tudi limiti, ki je enaka določenemu integralu.

4. Integral, ki ima zgornjo in spodnjo mejo enako, je enak nič:

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

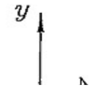
Trditev je posledica prejšnje lastnosti, saj velja:

$$\int_a^a f(x)dx = -\int_a^a f(x)dx = 0$$

5. Do sedaj smo govorili samo o integralih pozitivnih funkcij. Vzemimo funkcijo $f(x)$, ki ima na odseku $[a, b]$ ničlo.

V tem primeru je integral enak razliki ploščin:

$$\int_a^b f(x)dx = P_1 - P_2$$



IZREK 7.21 *Vrednost določenega integrala funkcije $f(x)$ na odseku $[a, b]$ je enaka razliki nedoločenih integralov na zgornji in spodnji meji:*

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \qquad F(x) = \int f(x)dx$$

21-Definicija določenega integrala. Nastavki za reševanje (Eulerjev).

$$\int_a^b f(x)dx$$

Eulerjev nastavek

$$\int \frac{P_n(x)dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = P_{n-1}(x)\sqrt{ax^2+bx+c} + K\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

22-Izrek o povprečni vrednosti. Lagrageov izrek o funkcijah. Povezava med obema izrekoma.

Povprečna vrednost leži med največjo in najmanjšo vrednostjo funk. na (a,b)

F(x) naj bo zvezna in odvedljiva na (a,b). potem obstaja na tem odseku vsaj en c iz (a,b) f*(c)= (f(b)-f(a)) / (b-a)---smerni koeficient sekante

23-Dolžine krivulj in površine rotacijskih teles. Izračunaj obseg asteroide

Za računanje dolžin krivulj si pomagamo z določenimi integrali: formule

24-Ploščine krivočrtnih likov in volumni rotacijskih teles. Izračunaj izsek elipse

Napiši formulo

25-Razvoj v potenčne vrste. Taylorjeva formula. Razvoj polinoma po potencah binoma (x-a).

26-Mac- Laurintova vrsta. Ostanek vrste. Razvoj sinusa in kosinusa po potencah x.