ZAPOREDJA IN VRSTE

D: Zaporedje $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ je **NARAŠČAJOČE / PADAJOČE**, če je $a_{n+1} \geq a_n$ / $a_{n+1} \leq a_n, \forall n = 1,2,\ldots$ Zaporedje je **STROGO NARAŠČAJOČE / STROGO PADAJOČE**, če je $a_{n+1} > a_n$ / $a_{n+1} < a_n, \forall n = 1,2,\ldots$

D: Zaporedje $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ je **NAVZGOR / NAVZDOL OMEJENO**, če je taka množica $\{a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots\}$.

D: Število a je **LIMITA** zaporedja $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$, če je izven vsakega odprtega intervala (a–ε,a+ε) (ε>0) le končno mnogo členov zaporedja. $\underline{a = \lim_{n\to\infty} a_n \Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists n_\varepsilon \in N)(n > n_\varepsilon \Rightarrow |a_n - a| < \varepsilon)}$

D: Zaporedje, ki ima limito, je **KONVERGENTNO**, zaporedje, ki nima limite, pa **DIVERGENTNO**.

D: Število s je **STEKALIŠČE** zaporedja $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$, če je v vsakem intervalu (s–ε,s+ε) (ε>0) neskončno mnogo členov zaporedja.

T: Vsako navzgor / navzdol omejeno naraščajoče / padajoče zaporedje realnih števil (a_n) je konvergentno, njegova limita je sup(a_n) / inf(a_n). <u>Vsako monotono omejeno zaporedje R (a_n) je konvergentno.</u>

D: Strogo naraščajoča in padajoča zaporedja imenujemo **MONOTONA**.

T: Vsako konvergentno zaporedje je omejeno.

I: Vsako omejeno zaporedje realnih števil (a_n) ima vsaj eno stekališče.

D: Zaporedje (a_n) je **CAUCHYJEVO**, če za $(\forall \varepsilon > 0)(\exists n_\varepsilon \in N)(n, m > n_\varepsilon \Rightarrow |a_n - a_m| < \varepsilon)$.

I: Zaporedje (a_n)⊆ R je konvergentno natanko takrat, ko je Cauchyjevo.

L: Vsako Cauchyjevo zaporedje je omejeno.

T: (a_n), (b_n) sta konvergentni.

$$a = \lim_{n\to\infty}(a_n), b = \lim_{n\to\infty}(b_n)$$

$$\lim_{n\to\infty}(a_n \pm b_n) = a \pm b$$

$$\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = a \cdot b$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \frac{a}{b}; b_n, b \neq 0$$

D: Vrsto (v) $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ imenujemo **KONVERGENTNO**, če je konvergentno zaporedje njenih delnih vsot. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n$. Če zaporedje delnih vsot ne konvergira, je vrsta **DIVERGENTNA**.

¤ Geometrijska vrsta $a + aq + aq^2 + \ldots + aq^n + \ldots \quad (a \neq 0)$ je konvergentna natanko takrat, ko je $q \in (-1,1)$.

¤ Zaporedje delnih vsot (s_n) je konvergentno, če je Cauchyjevo ($(\varepsilon > 0)(\exists n_\varepsilon \in N)(n, m > n_\varepsilon \Rightarrow |s_n - s_m| < \varepsilon)$).

T: **CAUCHYJEV KRITERIJ**: Vrsta $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ je konvergentna $\Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists n_\varepsilon \in N)(n, m > n_\varepsilon \Rightarrow |a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n| < \varepsilon)$.

¤ Če je vrata $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ konvergentna, potem je $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

D: Vrsta $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ je **ABSOLUTNO KONVERGENTNA**, če je konvergentna vrsta $|a_1| + |a_2| + \ldots + |a_n| + \ldots$. Konvergentna vrsta, ki ni absolutno konvergentna, je **POGOJNO KONVERGENTNA**.

T: Vrsta $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ je absolutno konvergentna $\Leftrightarrow (\forall \varepsilon > 0)(\exists n_\varepsilon \in N)(n > m > n_\varepsilon \Rightarrow |a_{m+1}| + |a_{m+2}| + \ldots + |a_n| < \varepsilon$.

T: Vsaka absolutno konvergentna vrsta je konvergentna.

D: [(v_1): $a_1+a_2+\ldots$; (v_2): $b_1+b_2+\ldots$] Vrsta (v_2) je **MAJORANTA** za vrsto (v_1), če je $|a_n| \leq |b_n| \forall n$. Tedaj je (v_1) **MINORANTA** za (v_2).

T: **PRIMERJALNI KRITERIJ**: Če konvergira vrsta absolutno, potem konvergira absolutno tudi vsaka njena minoranta. Če vrsta divergira, divergira tudi vsaka njena majoranta.

T: **KVOCIENTNI ALI D'ALAMBERTOV KRITERIJ**: Predpostavimo, da $\exists \lim\limits_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = d$. Če je d<1, potem vrsta $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ konvergira absolutno. Če je d>1, vrsta $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ divergira.

T: **KORENSKI ALI CAUCHYJEV KRITERIJ**: Predpostavimo, da $\exists \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = c$. Če je c<1, vrsta $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ konvergira absolutno. Če je c>1, potem vrsta $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ divergira.

D: **ALTERNIRAJOČA VRSTA** je vrsta, katere členi izmenjujejo predznak: $a_1 - a_2 + a_3 - \ldots$ ali $-a_1 + a_2 - a_3 + \ldots$ ($a_n \geq 0$).

T: **LEIBNITZOV KRITERIJ**: Če v alternirajoči vrsti $a_1 - a_2 + a_3 - \ldots$ členi $a_n \geq 0$ padajo proti 0 ($a_{n+1} \leq a_n \forall n$ in $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$), potem je vrsta (pogojno) konvergentna.