

Primer reševanja sistema enačb s pomočjo matrik

Ob 12. uri odpelje osebi avtomobil iz Ljubljane v Maribor. Vozi s povprečno hitrostjo 110 km/h. Ob 12.30 uri odpelje drug avto iz Maribora v Ljubljano. Vozi s povprečno hitrostjo 130 km/h. Kje in kdaj se bosta srečala, če v povprečna razdalja med obema mestoma 125 km?

$$s_{LJ} = 110 \frac{km}{h} \cdot t \text{ h}$$
$$s_{MB} = 125 km - 130 \frac{km}{h} \cdot \left(t - \frac{1}{2} \right) h$$

Grafična rešitev:

Imamo dve premici, ki jim moramo poiskati presečišče:

$$s_{LJ} = 110 \cdot t$$

$$s_{MB} = -130(t - 1/2) + 125 = -130t + 190$$

Enačbi izenačimo:

$$110 \cdot t = 125 - 130 \cdot \left(t - \frac{1}{2} \right)$$

$$110 \cdot t = 125 - 130 \cdot t + 130 \cdot \frac{1}{2}$$

$$110 \cdot t + 130 \cdot t = 125 + 130 \cdot \frac{1}{2}$$

$$240 \cdot t = 190$$

$$t = \frac{19}{24} \text{ h} = 0,7916 \text{ h} = 47,5 \text{ min.}$$

S pomočjo matrik:

$$s - v_1 t = 0$$

$$s - v_2 t = s_0 + v_2 t_0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -v_1 \\ 1 & -v_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ s_0 + v_2 t_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v_1 \\ 1 & -v_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ s_0 + v_2 t_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -110 \\ 1 & 130 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 125 + 130 \cdot \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$a=1 \quad b=-110$$

$$c=1 \quad d=130$$

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{130 + 110} \begin{bmatrix} 130 & 110 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 125 + 130 \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{240} \begin{bmatrix} 130 & 110 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 190 & 0 \end{bmatrix}$$

$$130x0 + 110x190 = 20900$$

$$130x0 + 110x0 = 0$$

$$-1x0 + 1x190 = 190$$

$$-1x0 + 1x0 = 0$$

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{240} \begin{bmatrix} 130 & 110 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 190 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{240} \begin{bmatrix} 20900 & 0 \\ 190 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 87,083 & 0 \\ 0,7916 & 0 \end{bmatrix}$$

Rešitev:

$$s = 87,083 \text{ km}$$

$$t = 0,7916 \text{ h}$$

Rešite nalogo še s pomočjo excela (namig: ukazi MINVERSE ter MMULT)!