Ime in priimek: _____ Vpisna št: | | | | | | | | |

Izpit iz ALGEBRE 1

20. junij 2008

1. Dan je tetraeder z oglišči

$$A(-1,1,1),\ B(-3,1,6),\ C(-1,5,2),\ D(1,1,5).$$

Poišči enačbo premice, ki seka premici AD in BC pod pravim kotom.

2. Izračunaj determinanto $n \times n$ matrike

$$A_n = \begin{bmatrix} 1 & -2 & & & & 1 \\ 1 & 1 & -2 & & & \\ & 1 & 1 & -2 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & 1 & -2 \\ & & & & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

kjer je $n \geq 3$.

3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj A^{2008}.

4. Naj bo V realen prostor s skalarnim produktom in naj bosta A in B sebi adjungirani linearni preslikavi $V \to V$, za kateri velja

$$\langle Ax, x\rangle = \langle Bx, x\rangle \text{ za vsak } x \in V.$$

Dokaži, da je $A = B$.