

IZPIT IZ ALGEBRE I

24. JUNIJ 2009

1. Premica p v \mathbb{R}^3 je dana z enačbo $x = y = z$. Poišči enačbo ravnine, ki gre skozi točko $T(1, -1, 1)$ in je od premice p oddaljena za $\sqrt{2}$.
2. V prostoru $\mathbb{R}_2[x]$ je skalarni produkt dan z

$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + \int_0^1 p'(x)q'(x) dx.$$

Poišči ortogonalni komplement prostora $\text{Lin}\{x - 1, x^2\}$.

3. Predpostavimo, da ekonomski sistem sestoji iz kmetijstva, gradbeništva in tekstilne industrije, ki medsebojno uporabljajo izdelke drugih. Kmetijstvo za proizvodnjo ene enote potrebuje 0.5 enote kmetijske proizvodnje, 0.1 enote gradbenih izdelkov in 0.2 enote proizvodnje tekstilne industrije. Gradbeništvo za proizvodnjo ene enote potrebuje 0.2 enote kmetijske proizvodnje, 0.4 enote gradbenih izdelkov in 0.1 enote proizvodnje tekstilne industrije. Tekstilna industrija za proizvodnjo ene enote potrebuje 0.1 enote kmetijske proizvodnje, 0.2 enote gradbenih izdelkov in 0.5 enote proizvodnje tekstilne industrije. Recimo, da zunanji porabniki potrebujejo 16 enot kmetijskih izdelkov, 7 enot gradbeniških storitev in 11 enot tekstilnih izdelkov. Kolikšna mora biti v tem primeru proizvodnja posameznih panog, da bo ekonomski sistem v ravnovesju?
4. Naj bo V vektorski prostor in $A : V \rightarrow V$ linearna preslikava. Dokaži, da velja

$$\ker(A^2 - I) = \ker(A - I) \oplus \ker(A + I).$$