Ime in priimek: ______________________ Vpisna št: | | | | | | | | |

Izpit iz ALGEBRE 1

15. september 2008

1. V prostoru matrik $\mathbb{R}^{2\times 2}$ opremljenim s skalarnim produktom

$$\langle A, B\rangle = \mathrm{sl}(A^T B) + 2a_{11}b_{11} - a_{11}b_{12} - a_{12}b_{11}$$

je dan podprostor

$$V = \{A \in \mathbb{R}^{2\times 2}, a_{21} = 0\}$$

Poišči kako ortonormirano bazo podprostora V.

2. Naj bo $\mathcal{A} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ rotacija za kot $\frac{\pi}{2}$ okoli premice $x = z, y = 0$. S pomočjo prehoda na novo bazo poišči matriko te rotacije v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$.

3. Dano je število $a \in \mathbb{R}$ in

$$A = \begin{bmatrix} 1-a & a & 2-a & 2 \\ -a & 1+a & 3-a & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Za katera števila a lahko matriko A diagonaliziramo? V teh primerih določi ustrezno diagonalno in prehodno matriko. Kadar se A ne da diagonalizirati, določi njeno Jordanovo kanonično formo.

4. Končnorazsežen vektorski prostor U je direktna vsota svojih podprostorov $U = V \oplus W$. Dani sta linearni preslikavi $Z, R\colon U \to U$, ki delujeta takole

$$x \in V \Rightarrow Zx = x,\ Rx = -x,$$

$$x \in W \Rightarrow Zx = -x,\ Rx = x.$$

Dokaži:
(a) $Z^2 = R^2 = I$,
(b) $Z + R = 0$,
(c) $ZR = RZ = -I$.