

IZPIT IZ ALGEBRE I

21. SEPTEMBER 2009

1. Preslikava $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ naj bo rotacija okoli osi $x/2 = y = z/2$ za 90° v pozitivni smeri glede na smerni vektor $\vec{e} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

(a) Poišči matriko preslikave A v standardni bazi prostora \mathbb{R}^3 .

(b) Kam preslikava A preslika ravnino z enačbo $x - y + z = 0$?

2. Naj bo a realno število. Dan je sistem linearnih enačb

$$x_5 + x_2 = ax_1$$

$$x_1 + x_3 = ax_2$$

$$x_2 + x_4 = ax_3$$

$$x_3 + x_5 = ax_4$$

$$x_4 + x_1 = ax_5$$

(a) Za katere vrednosti a ima sistem enolično rešitev?

(b) Poišči vse rešitve sistema za $a = 2$.

3. Katero ploskev predstavlja enačba

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2yz - 4xz + 4xy = 1?$$

Poišči njene polosi. Skiciraj krivuljo, ki je presek dane ploskve z ravnino $z = 0$.

4. Naj bosta A in B sebi adjungirani linearni preslikavi, za kateri velja $(AB)^2 = AB$. Dokaži, da velja

$$(BA)^2 = BA.$$