

Algebra 1 – FM: 4. izpit

10. 9. 2010

Čas pisanja je 105 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko sreče!

Naloga 1 [25 točk]

Dan je tetraeder $ABCD$ katerega robovi AB , AC in AD so paroma pravokotni. Označimo s $\text{pl}(ABC)$ ploščino trikotnika ABC . Pokaži:

$$(\text{pl}(BCD))^2 = (\text{pl}(ABC))^2 + (\text{pl}(ABD))^2 + (\text{pl}(ACD))^2.$$

Naloga 2 [15 točk + 10 točk]

V prostoru so dane točke

$$A_1(1, 0, 2), A_2(0, 1, 2), A_3(1, 2, 0) \text{ in } A_4(1, -3, 2).$$

Linearna preslikava $\mathcal{T} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ preslika točke A_1, A_2, A_3 zaporedoma v točke A_2, A_3, A_4 .

(a) Kam se preslika točka A_4 ?

(b) Ali obstaja taka točka različna od $(0, 0, 0)$, ki jo preslikava \mathcal{T} preslika samo vase?

Naloga 3 [25 točk]

O linearni preslikavi $A : \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^{10}$ vemo naslednje: edini lastni vrednosti sta 1 in 2. Lastni podprostor za 1 je trirazsežen, lastni podprostor za 2 je dvorazsežen. Velja še

$$\text{rang}(A - I)^5 = \text{rang}(A - I)^4 = 3.$$

Kolikšna je razsežnost jedra preslikave $(A - I)^2$? Napiši vse možne Jordanove kanonične forme za A .

Naloga 4 [25 točk]

Katero ploskev predstavlja enačba

$$7x^2 + 2yx + 2zx + 7y^2 + 7z^2 + 2yz = 3?$$

Določi njene glavne smeri in glavne osi.