

1. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE I

11. NOVEMBER 2009

1. [25] Za vektorja \vec{a} in $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$ velja, da sta vektorja $2\vec{a} - \vec{b}$ in $2\vec{a} + \vec{b}$ pravokotna. Dolžina vektorja \vec{a} je 1, volumen paralelepipeda z robovi $\vec{a} \times \vec{b}$, $7\vec{a} - \vec{b}$ in $\vec{b} - 4\vec{a}$ pa je 9. Izračunaj kot med vektorjema \vec{a} in \vec{b} .
2. [25] Obravnaj sistem enačb v odvisnosti od parametra a

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 2 \\2x_1 - 3x_2 + ax_3 - x_4 &= -3 \\-2x_2 + x_3 + 4x_4 &= 3 \\x_1 - 3x_2 + (a+3)x_3 &= -2\end{aligned}$$

3. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) [15] Reši enačbo

$$A^T X - B + 2X = 0.$$

- (b) [10] Za katere vrednosti $\alpha \in \mathbb{R}$ enačba

$$A^T X - B + \alpha X = 0$$

nima rešitev?

4. [25] Kocka $ABCDEFGH$ ima za spodnjo osnovno ploskev kvadrat $ABCD$, točke E , F , G in H pa zaporedoma ležijo nad točkami A , B , C in D . Rob AB leži na premici

$$p: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = z+1,$$

rob DH pa na premici

$$q: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{-2}.$$

Določi dolžino roba kocke, točki A in D , ter točko B , če veš, da leži v prvem oktantu.