

IME IN PRIIMEK: _____

VPISNA ŠT:

2. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE I

16. DECEMBER 2009

1. [25] Izračunaj naslednjo n -vrstično determinanto:

$$\begin{vmatrix} -4 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & -4 \end{vmatrix}.$$

2. Dana je polinomska enačba

$$(x^3 + x^2 - 2)a(x) + (x^2 - 2x + 1)b(x) = 5x^3 - 5x^2.$$

- (a) [10] Določi kakšna polinoma $a(x)$ in $b(x)$, ki rešita enačbo.
- (b) [5] Določi vse takšne polinome $a(x)$ in $b(x)$, ki rešijo enačbo.
- (c) [10] Določi polinoma $a(x)$ in $b(x)$, ki rešita enačbo in sta najnižje možne stopnje.

3. [25] V vektorskem prostoru matrik $\mathbb{R}^{2,2}$ sta dana podprostora

$$U = \left\{ A \in \mathbb{R}^{2,2}; A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} A^T \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\},$$

$$V = \left\{ A \in \mathbb{R}^{2,2}; A \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} A \right\}.$$

Poišči baze prostorov U , V , $U + V$ in $U \cap V$.

4. Dani sta naslednji podmnožici grupe S_4 :

$$H = \{\text{id}, (1\ 3)(2\ 4)\},$$

$$K = \{\text{id}, (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3), (1\ 2)(3\ 4)\}.$$

- (a) [5] Dokaži, da sta H in K podgrupi v S_4 .
- (b) [10] Dokaži, da je H podgrupa edinka grupe K , ni pa podgrupa edinka grupe S_4 .
- (c) [10] Dokaži, da je K podgrupa edinka grupe S_4 . *Nasvet:* Dokaži, da K vsebuje vse permutacije z redom 2 in signaturo 1.