

3. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE I

9. APRIL 2008

1. Naj bosta

$$U = \{p \in \mathbb{R}_3[x] \mid p(x) = p(-x)\}$$

in

$$V = \text{Lin}\{x^3 + x^2 + x + 1, x + 4, x^3\}$$

vektorska podprostor v prostoru $\mathbb{R}_3[x]$ polinomov stopnje največ 3. Določi kaki bazi za prostora $U \cap V$ in $U + V$.

2. Naj bo
- V
- vektorski prostor vseh realnih
- 2×2
- matrik in naj bo preslikava
- $T : V \rightarrow V$
- dana s predpisom

$$T(A) = MA,$$

kjer je

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Določi kaki bazi za $\ker T$ in $\text{im} T$.

3. Poišči Jordanovo kanonično formo in prehodno matriko za matriko

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 3 & 3 & -2 \\ 4 & 3 & -7 & -7 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. Naj bo
- $T : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$
- linearna preslikava, ki preslika vsako od matrik

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

v njen karakteristični polinom. Poišči matriko za T v standardnih bazah danih prostorov

$$\mathcal{S}_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}, \quad \mathcal{S}_2 = \{x^2, x, 1\}.$$