

4. KOLOKVIJ IZ ALGEBRE 1
21. MAJ 2008

1. Na intervalu $[0, \pi]$ so definirane funkcije s_1 , s_2 in s_3 s predpisi

$$s_1(x) = 1, \quad s_2(x) = \sin x, \quad s_3(x) = \cos x.$$

Vektorski prostor vseh realnih funkcij na $[0, \pi]$ opremimo z naslednjim skalarnim produktom:

$$\langle f, g \rangle = \int_0^\pi f(x)g(x) dx.$$

Poišči kako ortonormirano bazo podprostora $\text{Lin}\{s_1, s_2, s_3\}$.

2. Katero krivuljo v ravnini predstavlja enačba

$$-3x^2 + 10xy - 3y^2 = 32 ?$$

Poišči njene glavne osi in polosi ter jo nariši.

3. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj $\cos \pi A$.

4. Naj bo

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & * \\ 1 & 1 & * & * \\ -1 & * & * & * \end{bmatrix}.$$

Določi manjkajoča števila v matriki A tako, da bo normalna in bo imela vse lastne vrednosti na krožnici v kompleksni ravnini s središčem v točki 3 in polmerom 2 .

Nasvet: Najprej določi skalarja α in β tako, da bo matrika $B = \alpha A + \beta I$ unitarna.